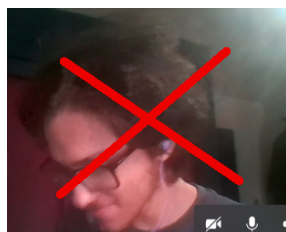


Kürschák József Matematikai Tanulóverseny, 2020

Versenyszabályok és tudnivalók

A Kürschák József Matematikai Tanulóversenyen versenyzőként középiskolai tanulók, illetve 2020-ban érettségizettek vehetnek részt. A járványügyi helyzetre való tekintettel a versenyt a Társulat idén online formában rendezi meg.

A helyszín szabadon választott (otthon, iskola, egyéb), ahol a felhívásban szereplő feltételeket teljesíteni tudod. A verseny előtt fel kell állítanod egy webkamerát; ez lehet kinyitott laptop vagy állványra szerelt okostelefon is. A kamera oldalról mutassa az asztalt, ahol dolgozol. Fontos, hogy lehessen látni a kezedet, és a papírt, amin dolgozol. Nem lehet rajtad semmilyen fül- vagy fejhallgató.



Ha többen egy teremben írtok a dolgozatot (például az iskolában), egyetlen kamera is elegendő, ha az mindenkit mutat. A kamerával csatlakoznod kell a Google Meet híváshoz, amelynek címét e-mailben kaptad meg. Az egyik résztvevő a Szervezők által megbízott felügyelő tanár lesz.

A verseny kezdetekor ki kell nyomtatnod a feladatokat; nyomtató hiányában a képernyőről kell lemásolnod a feladatokat. Ezután már nem lehet veled szemben képernyő.

A feladatok kidolgozására 4 óra fordítható. Tilos a versenyzők együttműködése, és nem használhatsz sem írott, sem elektronikus segédeszközt. A megoldásokat kézzel, tollal kell írni.

Jól olvashatóan tüntesd fel a nevedet a dolgozat minden lapjának első oldalán, lehetőleg a jobb felső sarokban. Számozd meg az oldalakat. Kérjük, hogy egyértelmű áthúzással jelezd a hibásnak ítélt részeket.

A verseny végén a dolgozatot azonnal be kell szkennelni vagy a CamScannerrel vagy más telefonos applikációval le kell fényképezni, és PDF-be konvertálni. A PDF fájlt az e-mailben küldött Dropbox File Request linken fel kell töltened. A PDF fájlt közvetlenül telefonról is fel tudod tölteni.

A versenydolgozat beadása nem kötelező.

A verseny után a feladatok előzetes megoldásait is közzétesszük. A verseny díjazottjait e-mailben értesítjük, és ezzel egyidejűleg az eredményhirdetésre behívottak listáját közzétesszük a <http://www.bolyai.hu/kurschak.htm> címen. A verseny eredményhirdetéséről később teszünk közzé információt.

Jó munkát kíván

a Versenybizottság

A 2020. évi Kürschák József Matematikai Tanulóverseny feladatai

1. feladat. Legyenek n és k pozitív egészek. Adott n zárt körlap a síkon úgy, hogy közülük bárhogyan is választunk $k + 1$ körlapot, mindig van két olyan kiválasztott körlap, amelyeknek nincs közös pontja. Bizonyítsuk be, hogy az n körlap besorolható legfeljebb $10k$ osztályba úgy, hogy azonos osztályba eső két körlapnak sosincs közös pontja.

2. feladat. Határozzuk meg azokat a racionális számok halmazán értelmezett, nemnegatív valós értékű f függvényeket, melyekre teljesül, hogy tetszőleges x, y racionális számokra

- $f(x + y) \leq f(x) + f(y)$,
- $f(xy) = f(x)f(y)$,
- $f(2) = 1/2$.

3. feladat. Egy városban N ház van. Télapó minden karácsonykor végigjárja a házakat valamilyen sorrendben. Mutassuk meg, hogy ha N elég nagy, akkor teljesül, hogy három egymást követő évben mindig található 13 olyan ház, amit (a három közül) két évben is ugyanabban a sorrendben látogatott meg. Határozzuk meg a legkisebb N számot, melyre ez fennáll.