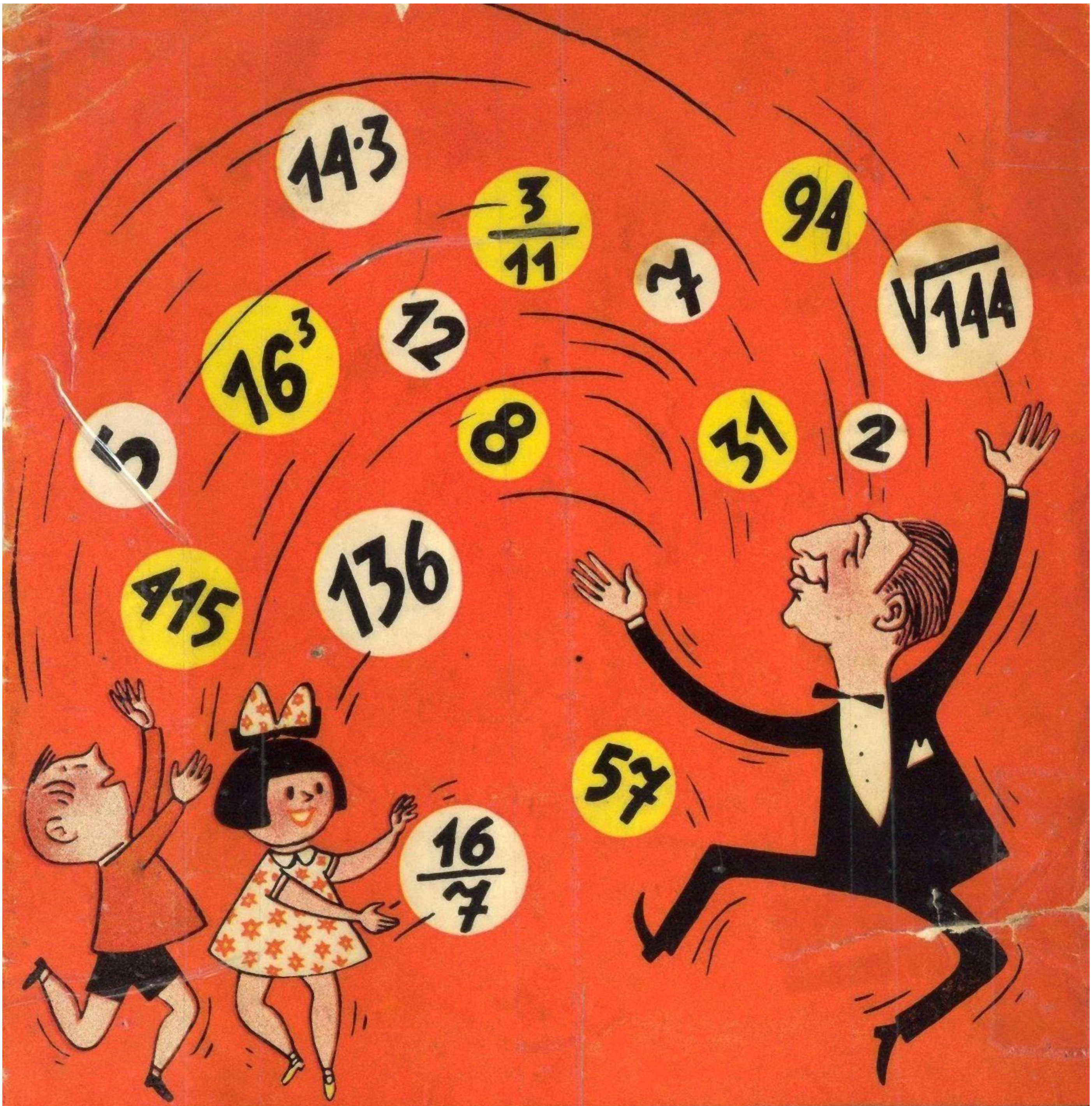


Barátkozzunk a számokkal!

Köszöntöm az olvasót!

Bizonyára igen sok régi ismerősöm is akad közöttük, akik vagy a rádióműsoraimból, vagy az iskolai előadásaimról ismernek. Ebben a kis füzetben is szeretném bebizonyítani, hogy a számtan, a számolás tudománya és művészete nem ördöngösség, annak egyetlen titka van: Nyugodtan gondolkozva pontosan tartsd be a szabályokat, törvényeket! Aki a matematika évezredes szabályait betartja, azt sosem érheti kellemetlen meglepetés a számok birodalmában. Igyekeztem azoknak a szabályoknak egy kis csokrát összegyűjteni, amiből mindent fel tudtok használni mindennapi iskolai tanulmányaitok során. Természetesen, ahogy a rádióműsorokban vagy az iskolai fejszámoló előadásokon is nélkülözhetetlen a házi feladat, úgy ez a kis füzet sem képzelhető el anélkül. Ahol úgy érzem, hogy szükség van rá - csakúgy, mint a rádióban vagy az iskolában - súgok egy keveset. De ha megakadtok, vagy kétségetek van egy-egy feladat megoldásánál, úgy most kivételesen segítségül hívhatjátok édesapátokat, édesanyátokat, most ők is súghatnak, de jutalmazni titeket fogunk, nem pedig szüleiteket. Akárcsak egy példa helyes megfejtésével is részt vehettek a sorsolásban és jutalmat nyerhettek!

A helyes megfejtők között karórákat, fényképezőgépeket, töltőtollakat, nyomós irónokat és könyvajándékokat sorsolunk ki. Jutalmakat két ízben sorsolunk, és pedig: 1958. április 30-án, október 31-én. Az áprilisi sorsolásra megfejtéseiteket IV. 15-ig küldjétek be az Állami Biztosító Főigazgatósága (Budapest. IX., Üllői úti. sz.), vagy pedig a Pedagógusok és Tanulók Takarékpénztára (Budapest. VIII.. Szentkirályi u. 11. sz.) címére. Az októberi sorsolásra a megfejtéseket X. 15-ig csak az Állami Biztosító Főigazgatóságához lehet beküldeni

SZÁMOLJUNK GYORSAN, PONTOSAN!

Sokan fordultak hozzám, magyarázzam meg, mi a titka a gyors fejszámolásnak? Bármennyire is hihetetlen, de nincs titka. Mindig, figyelmesen, körültekintően és pontosan kell számolni. Csak a szabályokat, törvényeket kell ismerni! Elárulok egy párat, tanuljátok meg, használjátok sikerrel!

Szorzás 11-gyel

Kétjegyű számot úgy szorzok 11-gyel, hogy a két számjegy közé írom a két számjegy összegét.

Pl. $53 \cdot 11 = 5(5+3)3 = 583$
$27 \cdot 11 = 2(2+7)7 = 297$

Ha a két szám összege nagyobb, mint tíz, akkor az elöl álló számot eggyel növelem.

Pl. $78 \cdot 11 = 7(7+8)8 = 858$
$49 \cdot 11 = 4(4+9)9 = 539$

5-tel végződő szám szorzása önmagával

Az egyik tízest eggyel növeljük és azt megszorozzuk a másik tízessel, majd melléjük írjuk az egyesek szorzatát.

Pl. $35 \cdot 35$
$3 \cdot 4 = 12$..... Az eredmény első két számjegye
$5 \cdot 5 = 25$..... Az eredmény utolsó két számjegye, tehát

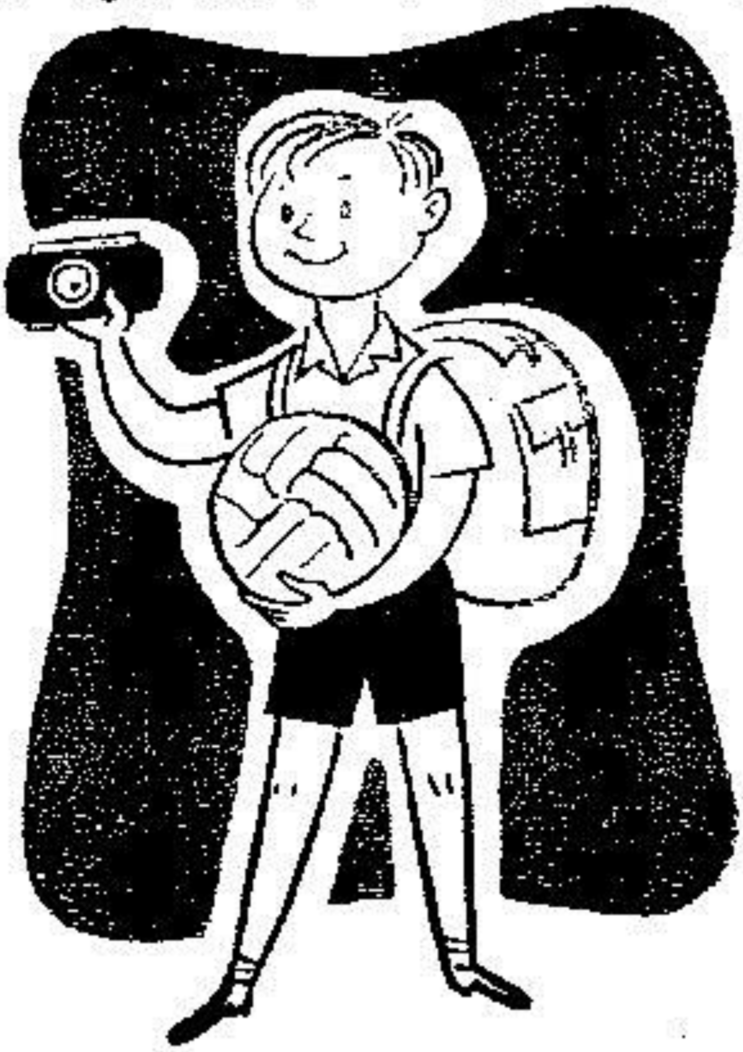
$$35 \cdot 35 = 1225$$

Ugyanígy:

$$15 \cdot 15 = 225 \qquad 95 \cdot 95 = 9025$$

Péter arról híres, hogy nagyon takarékos gyerek. Egész esztendőben szorgalmasan gyűjtötte a filléreket, forintokat, hogy a nyári táborozásra fényképezőgépet, futball-labdát és hátizsákot vegyen magának.

Sűrűn sorakozott egymás mellé a sok színes, tarka iskolai takarékbélyeg, s amikor év végén elment vásárolni, kereken 324,— forintja



volt. Fél napig tartott, míg kiválasztotta a legjobb focit, azt a fényképezőgépet, amelyikre a foga fájt, és talált egy négyzsebes, szép zöld hátizsákot. Utolsó fillérig elköltötte minden megtakarított pénzét, s amikor otthon számolni kezdett, érdekes adatokra bukkant.

A futball-labda 12 forinttal volt drágább, mint a hátizsák, s a hátizsák ára a futball-labdával együtt 36 forinttal volt olcsóbb, mint a fényképezőgép.

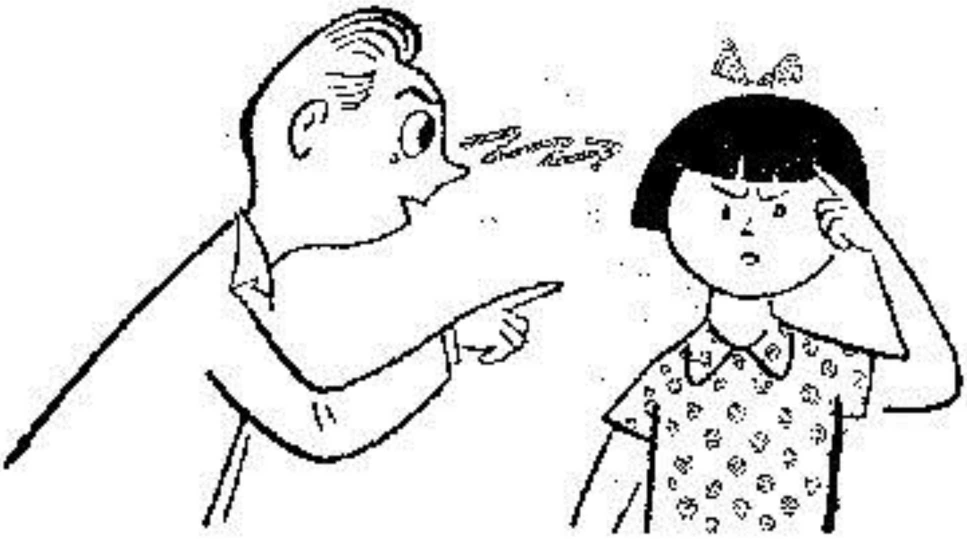
Kérdés:

Vajon mibe került a fényképezőgép, a futball-labda és a hátizsák külön-külön?

(Megfejtés: 6 pont)

Gondolt számok kitalálása mindig a hálásabb feladatok közé tartozott. Azokat, akik nemigen jártasak a számtan berkeiben, mindig ámulatba lehet ejteni egy-egy ilyen csodálatos „számtanmutatvánnyal".

Pedig a legegyszerűbbek közé tartozik, minden gondolt szám kitalálása. A csodaszámoló és gondolatolvasó ugyanis nem csinál egyebet, mint különböző műveleteket végeztet az illetővel úgy, hogy azok a műveletek már általa előre ismert eredményhez vezessenek.



Például azt mondja a „gondolatolvasó":

— Gondolj egy számot, adj hozzá 5-öt, szorozd meg 6-tal, vonj le belőle 10-et. Mennyi az eredmény?

— 32.,

— Akkor 2-re gondoltál. (A bemondott számból 30-at levonva kapod meg az eredményt.)

S valóban így is van, mert ha az utolsó előtti eredményből nem vettünk volna el 10-et, akkor 10-zel nagyobb (42) számunk volna, ha nem szoroztunk volna 6-tal, 42-nek a hatodrésze (7) lenne az eredményünk, s ha 5-öt nem adtunk volna a gondolt számhoz, akkor 7-nél 5-tel kevesebbet, vagyis 2-t kaptunk volna. Tehát ez a gondolt szám.

Bonyolultabb feladatok

Természetesen nemcsak ilyen egyszerű feladatok akadnak. Igen gyakran sokkal bonyolultabb feladatokat is megold a fejszámoló, de természetesen azoknak is az alapja ugyanolyan egyszerű, mint a most bemutatottnak.

Nem fontos, hogy mi magunk mondjuk meg, mennyivel szorozza, vagy ossza el az illető a maga által kitalált számot. Még ezt is rábízhatjuk „áldozatunkra". Ebben az esetben azonban nekünk is végig kell számolni ugyanazokat a műveleteket. Mi csak azt kérdezzük meg, mivel szorozta, illetve osztotta el a gondolt számát az illető, s mi is végezzük a műveletet, azzal a különbséggel, hogy mi minden esetben 1-re gondolunk.

A következőképpen:

— Gondolj egy számot, s szorozd meg vagy oszd el bármilyen számmal, csak azt mondd meg nekem, milyen műveletet végeztél, és melyik számmal.

— Szoroztam 9-cel.

(Magamban ugyanezt a műveletet végzem 1-re gondolva, tehát az én eredményem: 9.)

— Most talán osszál is.

— Osztottam 3-mal.

(Magamban az én eredményemet osztom 3-mal. Eredmény 3.)

— Most azt csinálsz, amit akarsz.

— Szoroztam 10-zel, majd osztok 5-tel.

(Magamban szintén végzem a műveleteket. Tehát $3 \cdot 10 = 30$, $30:5 = 6$.)

— Most mondd meg, mit kaptál eredményül?

— 30-at.

— Akkor 5-re gondoltál.

Valóban így van, mert a fejszámoló a saját maga által kapott eredménnyel osztotta a te eredményedet. Ez természetes is, mert a fejszámoló 1-re gondolt.

Végeztethetjük ezt még bonyolultabban is, ha megengedjük társunknak, hogy mindenféle műveletet végezzen, ne csak szorozzon, osszon, hanem össze is adjon és ki is vonhasson.

Ebben az esetben azonban jól kell tudnunk az algebrát, s fejben kell tudnunk tartani egy egyismeretlenű egyenletet is. Most a fejszámoló ugyanis nem 1-gyel végzi a műveleteket, hanem x-szel.

Próbáljuk meg.

A gondolt számhoz hozzáadtak 6-ot (a fejszámoló magában $x + 6$).

Most szoroztak 8-cal	(A fejszámoló magában $8x + 48$)
Kivontak 16-ot	(A fejszámoló magában $8x + 32$)
Osztottak 8-cal	A fejszámoló magában $x + 4$
Eredményül kapták 9-et.	

Ebben az esetben 5-re gondoltak, mert a fejszámoló által kapott eredmény, az $x + 4$ azt jelenti, hogy ebben a példában a végeredmény 4-gyel nagyobb, mint a gondolt szám, tehát $9 - 4 = 5$.

KATI ÉS ZSUZSI

Kati és Zsuzsi egész évben gyűjtenek iskolai takarékbélyeget. A tanitás első napján Katinak 15.— forintja, Zsuzsinak 39,— forintja volt.

A két kislány elhatározta, hogy ezután még szorgalmasabb lesz, és másnaponként vásárolnak fejenként egy darab egy forintos bélyeget.

Kérdés:

A tanitás hányadik napján lesz Zsuzsinak kétszer annyi megtakarított pénze, mint Katinak?

(Megfejtés: 4 pont)

AZ ELŐRELÁTÓ KOVÁCS BÁCSI

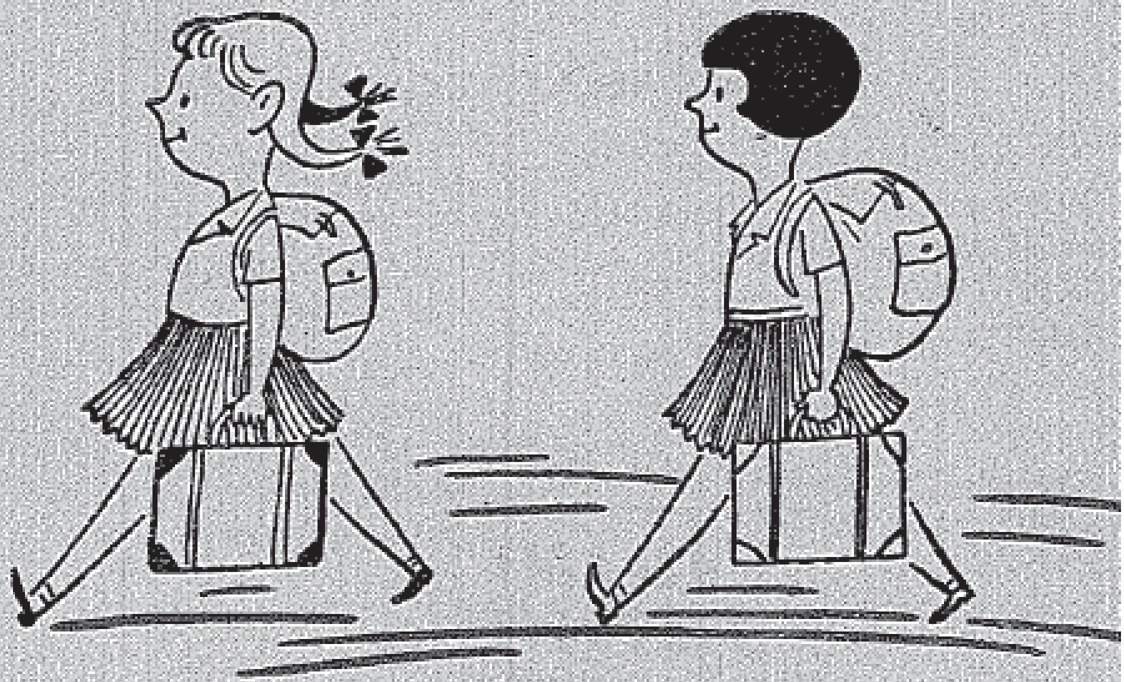
Kovács Péter édesapja lakásuk értékét 75 000 forintra becsülte. Óvatos ember lévén, elhatározta, hogy tűz, betöréses-lopás esetére bebiztosítja lakását. Elment hát az Állami Biztosítóhoz, s megtudta, hogy 1000.— forintonként a biztosítási díj egy esztendőre 2,— forint. Bebiztosította hát lakását.

Három esztendőn keresztül fizette a biztosítási díjat, amikor szabadságuk ideje alatt kigyulladt a ház, s lakásukat 72%-os kár érte. Természetesen az Állami Biztosító a felbecsült érték 72%-át kifizette a károsultnak.

Kérdés:

Vajon mennyi biztosítási díjat fizetett be Kovács bácsi a Biztosítónak a három év alatt összesen, és a befizetett összegnek hányszorosát kapta vissza?

(Megfejtés: 4 pont)



ÉVA ÉS MARIKA KIRÁNDUL

Iskolai kirándulás szállással, utazással, étkezéssel együtt 78,— forintba kerül.

Éva és Marika szeretné minél előbb összegyűjteni a pénzt. Éva három naponként 2,— forintért, Marika öt naponként 6,— forintért vásárol iskolai takarékbélyeget.

Kérdés:

Számítsuk ki, a két kislány külön-külön hány nap alatt gyűjti össze a 78,— forintot, és azután állapítsuk meg, hogy Marika hány nappal előbb lesz kész a gyűjtéssel.

(Megfejtés: 4 pont)

Számoltunk már számológéppel, papíron, fejben egyaránt, de csakugyan kinevetjük azt, aki ujjain kezdi el számolni iskolai feladatát. Pedig aki nevet, nagyon téved. Komoly feladatokat is el tudunk végezni ujjainkon, csak jól kell tudni kezünk ujjait használni. Az alábbi szorzásnál kezünket ökölbe szorítva, egyes ujjainkat kiegyenesítve, azok összeszorzásával vagy összeadásával nagyobb számok szorzását is elvégezhetjük.

Szorzás 6-tól 9-ig

Ökölbe szorítjuk mindkét kezünket. Balkezünkön annyi ujjunkat nyújtjuk ki, amennyivel a szorzandó-, jobbkezünkön viszont annyit nyújtunk ki, amennyivel több a szorzó 5-nél.

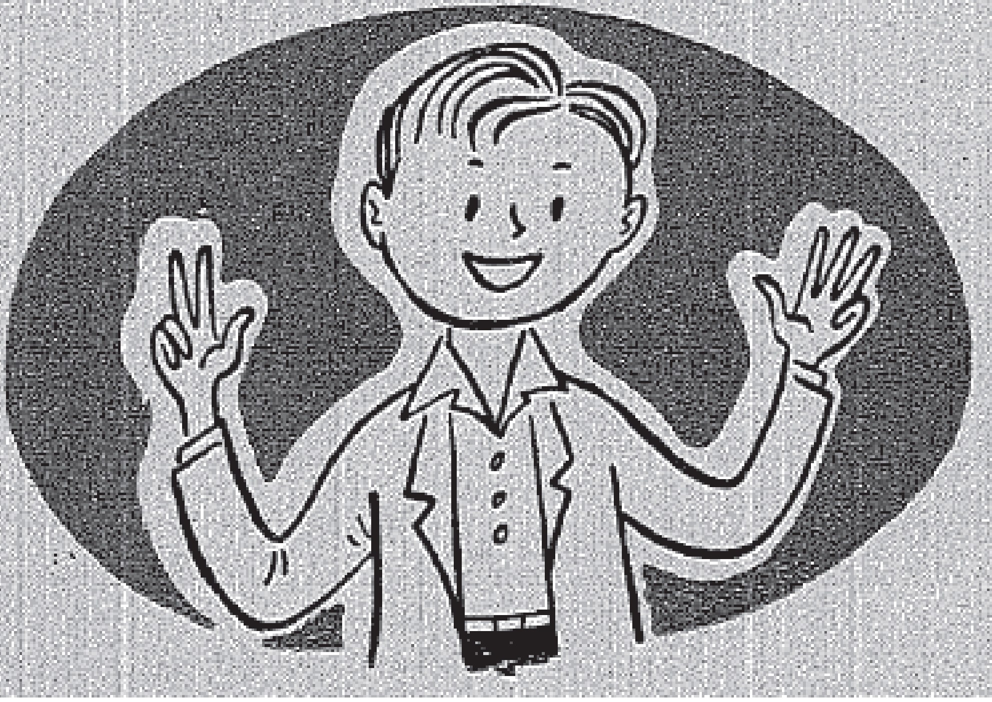
Például: 8 · 9

Balkezünkön 3, jobbkezünkön 4 ujjunkat nyújtjuk ki. A kinyújtott ujjak összege adja az eredmény tízeseit, jelen esetben: 7. A behajlított ujjak szorzata viszont az eredmény egyeseit adja, ebben az esetben: 2.
Az eredmény tehát: 72.

Szorzás 11-től 15-ig

Ökölbe szorítjuk kezeinket. Ismét balkezünkön annyi ujjunkat nyújtjuk ki, amennyivel több a szorzó, mint 10. Jobbkezünkön annyi ujjunkat nyújtjuk ki, amennyivel több a szorzandó 10-nél.

Például 12 · 14



Balkezünkön 2, jobbkezünkön 4 ujjunkat nyújtjuk ki. A kinyújtott ujjak összege adja a tízeseket, jelen esetben: 6, ugyancsak a kinyújtott ujjak szorzata adja az egyeseket, jelen esetben: 8.

Az igy kapott eredményhez még hozzáadunk 100-at, s megkaptuk a végeredményt.

Az eredmény tehát: 168.

Szorzás 16-tól 20-ig

Ismét ökölbe szorítjuk kezeinket. A balkezünkön a szorzó, jobbkezünkön a szorzandó számait jelezzük kinyújtott ujjainkkal, aszerint, amennyivel több az 15-nél.

Például: $17 \cdot 19$

Balkezünkön kinyújtunk 2, a jobbkezünkön 4 ujjunkat. A kinyújtott ujjak összegét szorozzuk 20-szal, jelen esetben $(2 + 4) \cdot 20$

Hozzáadjuk a behajtott ujjak szorzatát, jelen esetben 3, s az egész eredményhez hozzáadunk még 200-at.

$6 \cdot 20 = 120;\ 120 + 3 + 200 = 323$

Az eredmény tehát: 323

Táblázatba foglalva:

A tényezők	Kinyújtott ujjak	Behajtott ujjak	Hozzáadva
6—10	összege szorozva 10	szorzata	
11—15	összege szorozva 10 hozzáadva szorzata	—	100
16—20	összege szorozva 20	szorzata	200
21—25	összege szorozva 20 hozzáadva szorzata	—	400
25—30	összege szorozva 30	szorzata	600

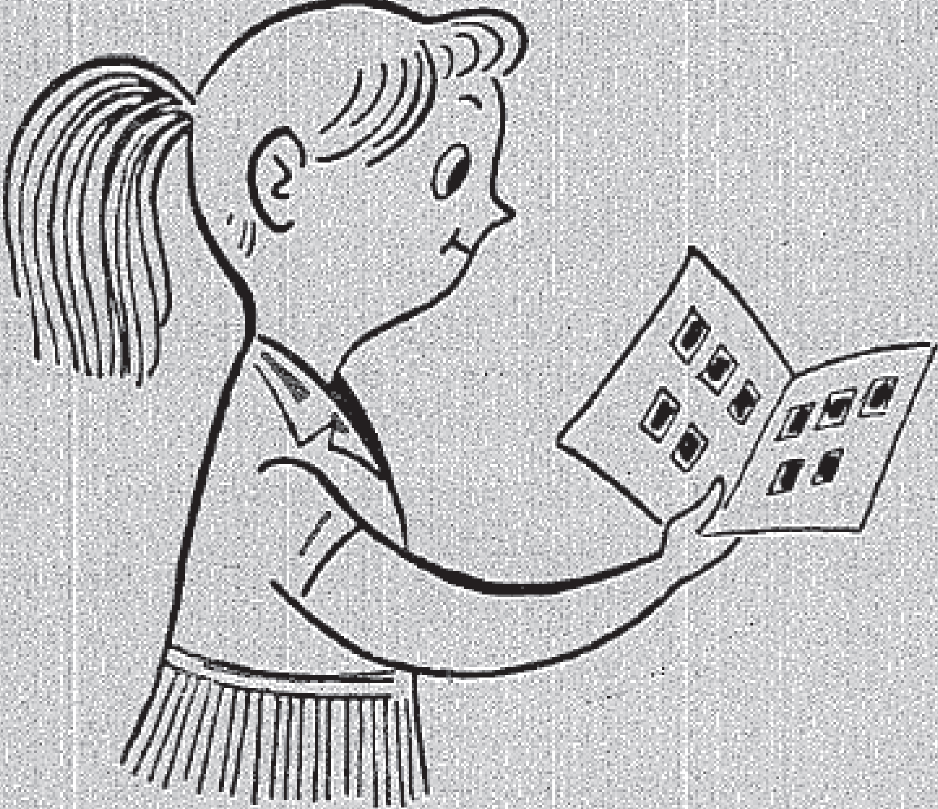
MELYIKBŐL MENNYIT?

Anni 10 forint értékű bélyeget gyűjtött össze. De bélyegeinek nemcsak értéke, hanem száma is 10 volt. Akadt köztük 2,— forintos, 1,— forintos és —,50 filléres is.

Feladat:

Állapítsuk meg, melyik névértékből mennyit gyűjtött össze Anni?

(Megfejtés: 5 pont)



PÉTER ÉS PÁL

Péter és Pál testvérek voltak, s földjeik is egymás mellett terültek el a falu végén. A különbség csak az volt, hogy Péternek 2 hold szőlője és 3 hold kukoricása, Pálnak viszont éppen fordítva, 3 hold szőlője és 2 hold kukoricása volt.

A tavaszon tervezgetni kezdtek, mert igen jó termés ígérkezett.

— Jó termés lesz, hacsak el nem veri a jég — mondta Péter, s széttárta karját — pedig holdanként legalább 20 hektoliter bort és 15 q kukoricát várok, de hát mit tegyek a jég ellen?

Pál, az okosabb testvér, azon nyomban kész volt a válasszal:

— Tudod, mit, bátyám? Biztosítsuk be idei termésünket jégkár esetére, és akkor nyugodtak lehetünk.

— Hát azt lehet?

— Meghiszem azt! — mondta Pál, s máris felkeresték a biztosítót.

— Milyen termést várnak? — kérdezték ott tőlük, amire Péter megismételte, hogy holdanként 20 hl bort és 10 q kukoricát. A tisztviselő számolt, számolt, majd mindkettőjüknek megmondta, mennyi a biztosítási díj:

Péter fizet: 2061 forintot
Pál fizet: 2874 forintot

A két testvér gondolkozott. Pál, az okosabb, néhány pillanat alatt kiszámolta, hogy megéri-e a biztosítás? Péter bizony nehezen boldogult a számokkal.

Segítsünk neki!

Kérdés:

1. Mennyibe kerül 1 hl bor, illetve 1 q kukorica biztosítása?
2. Ha 1 hl bor 600,— forint és 1 q kukorica 200,— forint, akkor a biztosítás díja az értékeknek hány százaléka?

Figyelem! Súgok: az első feladat kiküszöböléssel megoldható!

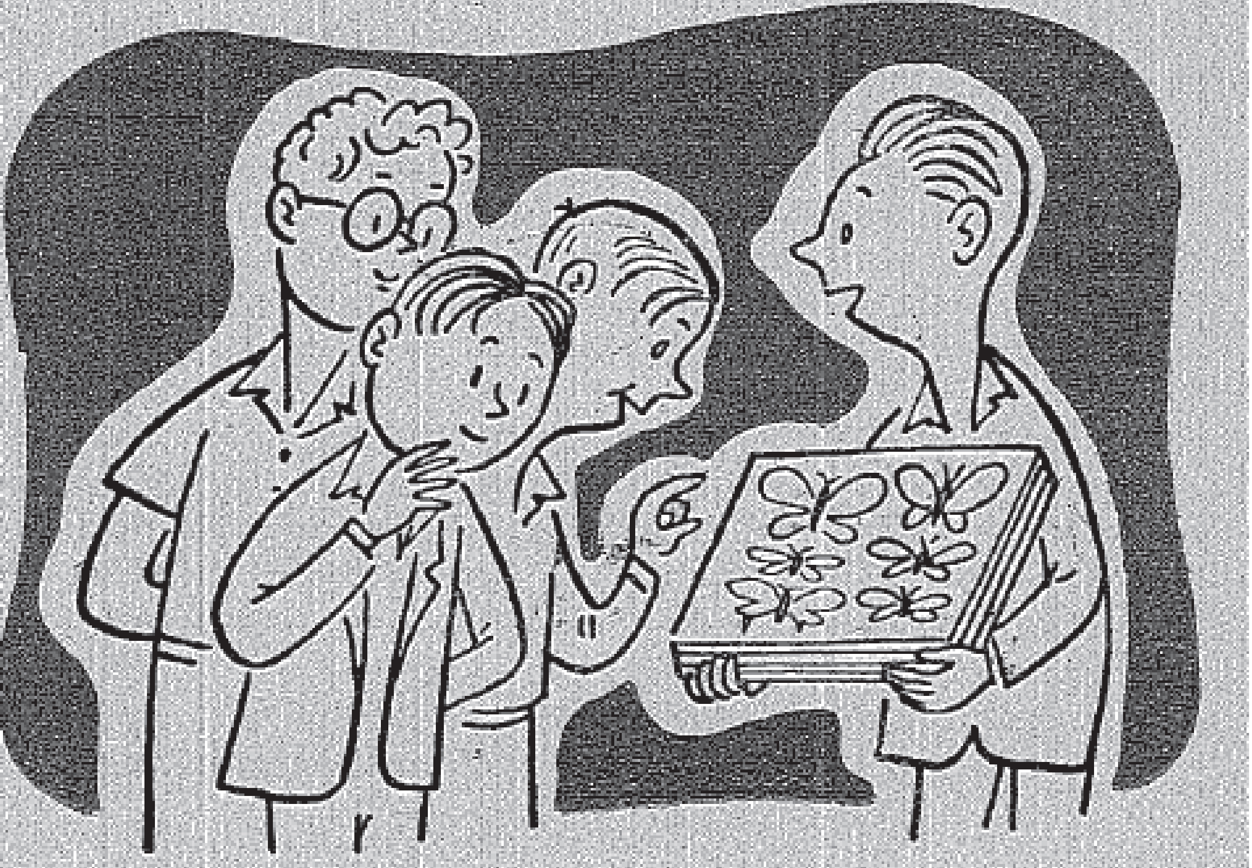
(Megfejtés: 8 pont)

HOL A FORINT?

Lali és még két jóbarátja megvette közösen Simon Laci lepkegyűjteményét. Laci kért a gyűjteményért a három fiútól összesen 30 forintot, vagyis fejenként 10—10 forintot. Nagy nehezen létrejött az alku, Simon Laci egy fillért sem engedett a lepkék árából.

Este találkozom Simon Lacival, aki így fogad:

— Eladtam a lepkegyűjteményem Laliéknak, de megbántam, mert azt hiszem, sokat kértem tőlük érte.



— Adj nekik vissza a pénzből — javasoltam.

— Vissza is adnék, de holnap nem találkozom velük, mert mi osztálykirándulásra megyünk.

— Nem baj, majd én elviszem nekik, hisz én találkozom Laliékkal.

Így is lett. Simon Laci becsületesen visszaadott nekem 5 forintot, azzal, hogy adjam át Laliéknak.

Gondoltam, megtréfálom őket. Örülni fognak annak is, ha egy-egy forintot visszakapnak.

Így is tettem, visszaadtam a három fiúnak egy-egy forintot. Kettőt pedig magam vágtam zsebre. (Természetesen csak a tréfa idejére!) Tehát ők hárman nem 10, hanem csak 9 forintot fizettek fejenként. Az összesen 27 forint, kettőt én vágtam zsebre, az együtt 29 forint.

Kérdés:

Hová lett a harmincadik forint? *(Megfejtése: 10 pont)*

FURFANGOS LALI ÉS CSALAFINTA ZOLI

— Mennyi iskolai takarékbélyeged van, Lali? — kérdezte Zoli.

— Ha még egyszer annyi volna, mint amennyi van, meg annak a fele, meg annak a negyede, és még te is adnál 1 darab egy forintos bélyeget, éppen kereken 100,— forintnyi iskolai takarékbélyegem lenne.

Mennyi pénzt takarított meg Lali?

(Megfejtése: 5 pont)

Zoli sem akart hoppon maradni. Amikor Lali azután érdeklődött, hogy iskolájukban vajon hány gyereket biztosítottak iskolai baleset esetére, csak mosolygott, mert már tudta, hogy kész a fura válasszal:

— Ha még egyszer annyian lennének, mint amennyien vannak, akkor 192-nél annyival lennének többen, mint amennyivel jelenleg kevesebben vannak biztosítva.

Lali egy kevés gondolkozás után megfejtette a feladatot. Oldjátok meg ti is!

(Megfejtése: 5 pont)

PETI ÉS A BŰVÖS KILENCES

— Peti, írj fel egy tetszés szerinti számot, szorozd meg 9-cel, majd az eredményből hagyd el a 0-kat.

— Megvagyok.

— Az így kapott eredményből törölj még egy tetszés szerinti számot. Most mondd meg, mit kaptál.

— 8786

— Akkor egy hetest hagytál el.

— Valóban, de honnan tetszik tudni? — csodálkozott Peti.

Figyeljétek meg a következőket:

10 : 9 = 1	és marad 1
20 : 9 = 2	és marad 2
30 : 9 = 3	és marad 3
100 : 9 = 11	és marad 1
400 : 9 = 44	és marad 4
5000 : 9 = 555	és marad 5
60 000 : 9 = 6666	és marad 6

Ebből egyszerű törvényét vonhatjuk le a számtan tudománynak. Minden tízes, százas, ezres stb. szám 9-cel osztva maradékul annyi egyest ad, ahány tízest, százast, ezrest stb. osztottunk.

Vegyünk egy egyszerű példát:

$$76347 : 9$$

Bontsuk fel ezt a számot:

$$70\,000 + 6000 + 300 + 40 + 7$$

ha ezeket elosztjuk 9-el, akkor a maradékok:

$$7 + 6 + 3 + 4 + 7$$

Hogyha ezeknek a számoknak az összege is osztható 9-cel, akkor az egész szám is osztható 9-cel. Ez a tudományos alapja a 9-es oszthatósági törvénynek.

Hogy valamely szám osztható-e 9-cel, azt úgy állapítom meg, hogy számjegyeinek értékét összeadom, az előbb $7 + 6 + 3 + 4 + 7$, és ha az is osztható 9-cel, akkor a kérdéses számban maradék nélkül meg van a kilences.

Ha akármilyen 9-cel osztható számból elhagyom a 0-kat, azzal a számot alkotó számjegyek összege nem változik. Ha a 0 nélküli 9-cel osztható számból egy számjegyet elhagyunk, akkor vagy olyan számjegyet kapunk, amelyik már nem osztható maradék nélkül 9-cel, vagy ismét 9-cel osztható. Ha a 9-cel nem osztható számot kapunk, akkor annyit hagytunk el az eredetiből, amennyi a közvetlenül ezután levő 9-cel oszthatóból hiányzik. Ha az újonnan kapott szám osztható 9-cel, akkor viszont a 9-et hagytuk el.

Ez az alapja az előbbi feladat megoldásának.

A GYUFÁSDOBOZ

Ha bármelyik többjegyű számból kivonod a számjegyek összegét, minden esetben 9-et, vagy annak többszörösét, tehát 9-cel osztható számot kapsz.

Társaságban, szakkörön, de sok esetben még színpadi mutatványok során is találkozhatunk a fenti szabállyal mint számolóművészeti mutatvánnyal.

A számolóművész felkér valakit a nézők sorából, számolja meg, gyufásdobozában hány szál gyufa van. Ezután a gyufák számának összegét kivéteti a dobozból (pl. 26 szál összege $2 + 6 = 8$, tehát 8 szálat kivétet, marad 18).

Ezután a művész kijelenti, hogy a csukott dobozt megrázva, puszta zörgés alapján megállapítja, hány szál gyufát hagytak a dobozban.

Az imént tanult törvényből tudjuk, hogyha valamely szám számjegyeinek összegét kivonjuk az illető számból, csakis 9-cel osztható számot kapunk.

Mivel egy gyufásdobozba 50 szálnál több nem fér, ha levontuk a számjegyek összegét, csakis ezt az öt számot kaphatjuk:

9 18 27 36 45

Amikor a számolóművész mutatványának ehhez a részéhez ér, segítségül hívja számtantudásához fülét is.

9 szál gyufa akkor lehet a dobozban, ha alig zörög egynéhány szál.

18 akkor van benne, ha valamivel nehezebben mozognak a gyufák, de kis gyakorlattal rövid idő alatt meg lehet különböztetni, a 9 és 18 szál zörgését egymástól.

45 szál gyufa akkor van a dobozban, ha jóformán egyáltalán nem mozog a doboz tartalma. Ez érthető is, hisz 45 szál majdnem teljesen megtölt egy egész dobozt.

27-nél és **36**-nál akad meg egy kicsit a „fejszámolóművész". Ezt a két mennyiséget egymástól nagyon nehéz megkülönböztetni. A megrázott doboz hangjából az kiderül, hogy 45-nél kevesebb és 18-nál több van benne, csak azt nem tudni, hogy a két lehetséges szám közül melyik egyezik a gyufák számával.

Ekkor egy kis leleményességhez folyamodunk. Miután megráztuk a gyufásdobozt és érezzük, hogy a gyufák száma csak a két nehezen eltalálható szám lehet, megkérdezzük:

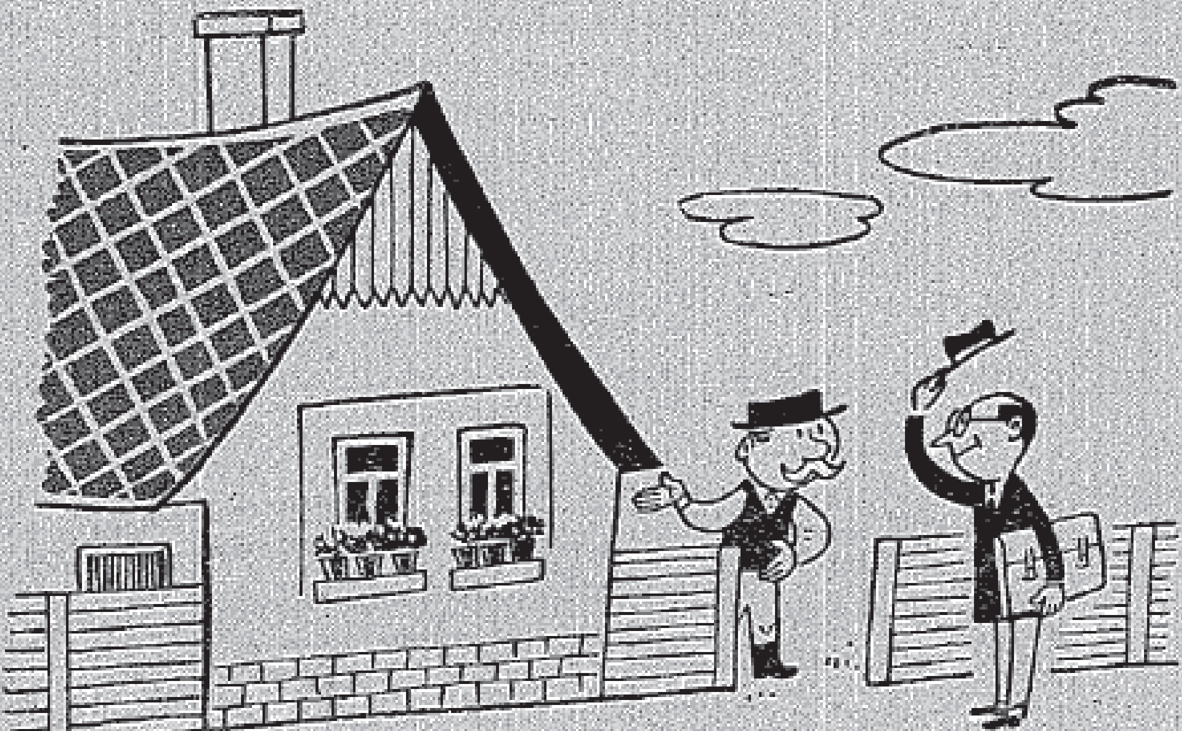
— 30-on alul vagy felül van a doboz tartalma?

Ha megkaptuk a választ, már nincs is gondunk, mert máris tudjuk, hogy 27 vagy 36 szál gyufa van-e a dobozban.

SEGÍTSÜNK JÁNOS GAZDÁNAK!

Az Állami Biztosító egyik tisztviselője felkereste János bácsit, s elmondta neki, hogyha a háza 55 000 forintot ér, és ha annyira biztosítja a házat tűz esetére, akkor a biztosítási díj évi 43,— forint. De ha többre becsüli saját portáját, akkor a biztosítási díj arányosan növekszik.

János bácsi megígérte, hogy gondolkozik a dolgon. Megbeszélte feleségével, hogy biztosítják házukat. De az ő kétszobás lakóépületük szerintük többet ér, mint 55 000 forint. Becslésük szerint legalább 80 000 forintot ér portájuk.



Szeretnék kiszámítani, hogy ebben az esetben mennyi a biztosítási díj. Segítsünk nekik!

(Megfejtés: 4 pont)

JÁTÉK A PRÍMSZÁMOKKAL

Prímszámoknak azokat a számokat nevezzük, amelyek nem oszthatók csak 1-gyel vagy önmagukkal. Jó szolgálatot tettek nekem ezek a számok. Egyszer vidéki szereplésem során összeakadtam egy izgága fiatalemberrel, aki mindenáron, mindenkinél többet és jobban akart tudni. Egy ideig hallgattam izgatott közbeszólásait, elviseltem illetlen viselkedését, de aztán elhatároztam, hogy csúnyán megtréfálom.

Azzal dicsekedett, hogy ő olyan tökéletesen bánik a számokkal, hogy még senkitől sem kapott olyan feladatot, amelyet meg ne oldott volna. Éppen kapóra jött nekem.

— Hát ha még eddig nem kapott, akkor most figyeljen! — fordultam hozzá.

— Na jó! — mondta hetykén és ceruzát vett a kezébe.

— Diktálom a feladatot — és máris mondtam:

Kovács János vidéken gazdálkodik. Gyermekét Bélának hívják. Földje az országút mellett húzódik, s éppen ott van egy kilométerkő, amelyen háromjegyű szám látható. Kovács gazda biztosította gazdaságát is. Ha a gazdaság biztosítási díját, Budapesttől való távolságát, a gazda és Béla életkorát összeszorzom, eredményül 1 827 319-et kapok. Kérdés: mennyi idős Kovács János, és Béla fia, mennyi a gazdaságuk biztosítási díja, és milyen messzire fekszik a föld Budapesttől?

Az eddig mindenkinél többet tudó, tudálékos fiatalember két órán, keresztül izzadt, verejtékezett, de nem tudott megbirkózni a számokkal. Ekkor elővettem egy darab papírt, ceruzát, s a társaságot magam köré gyűjtve, a szégyenkezéstől piruló fiatalembernek magyarázni kezdtem:

— Először is tisztában kell lenni az oszthatósági törvénnyel, vagyis ha ránézek egy bármilyen nagy számra, néhány pillanat alatt meg kell tudnom állapítani, milyen számmal osztható. Erre szolgál az alábbi táblázat:

Eggyel osztható:	Minden egész szám
Kettővel osztható:	Minden páros szám
Hárommal osztható:	Az a szám, amelyiknek számjegyeinek összege is osztható hárommal
Néggyel osztható:	Az a szám, amelyiknek az utolsó két számjegyéből alkotott szám osztható néggyel
Öttel osztható:	Minden 0-ra vagy 5-re végződő szám
Hattal osztható:	Az a páros szám, amelyik egyúttal hárommal is osztható
Nyolccal osztható:	Az a szám, amelyiknek utolsó három számjegyéből alkotott szám is osztható nyolccal
Kilenccel osztható:	Minden olyan szám, amelyiknek összege kilencet ad eredményül
Tízzel osztható:	Minden 0-val végződő szám

Ha jól megvizsgáljuk, akkor azt látjuk, hogy a végeredményem, 1 827 319 bizony semmilyen egész számmal sem osztható, 0 és 10 között az 1-et kivéve. Tehát ebben az esetben tovább kell próbálgatni, s akkor a 13-as számra találunk.

Végezzük el az osztást.

$$
\begin{array}{l}
1\,827\,319 : \boxed{13} = 140\,563 \\
\;\;52 \\
\;-7\;3 \\
\quad\;\; 81 \\
\quad\;\;\; 39 \\
\quad\;\;\; -
\end{array}
$$

Tehát most már 140 563-al számolunk tovább, ennek a számnak keressük az osztóját. Ne törjétek a fejeteket, elárulom, ez a szám csak 29-cel osztható.

140 563 : $\boxed{29}$ = 4847
 24 5
  1 36
   203
   —

Ha az itt kapott eredményhez is keresek osztót, akkor a 37-esre találok. Végezzük el ezt a műveletet is!

4847 : $\boxed{37}$ = $\boxed{131}$
114
 37
 —

Ebből a három feladatból, a három osztásból négy számot kaptam, a három osztót s az utolsó feladat eredményét. Nyilvánvaló, hogy az eredeti számom ezek szorzatából adódott. Nézzük meg jobban ezt a négy számot:

$\boxed{13}$ $\boxed{29}$ $\boxed{37}$ $\boxed{131}$

Most már könnyű kiokoskodnom a feladat kérdéseit.

131 csak a kilométerkő háromjegyű száma, a föld Budapesttől való távolsága lehet, hiszen a feladat szerint a kilométerkövön háromjegyű szám áll. A 37 valószínű a gazda életkora, mert ha 29 éves lenne az apa, annak nem lehetne 13 éves fia. Így már kiderült az is, hogy a gazdaság biztosítási díja 29,— forint.

Ellenőrizzétek a számolást!

SZORZÁS PRÓBÁJA

Kóbor Peti kiment a táblához.

— Mondjatok két háromjegyű számot — fordult az osztályhoz. S máris írta, amit diktáltak a fiúk.

568 és 137

— Ezt a két számot most összeszorzom.

568 · 137
568
1704
 3976
77816

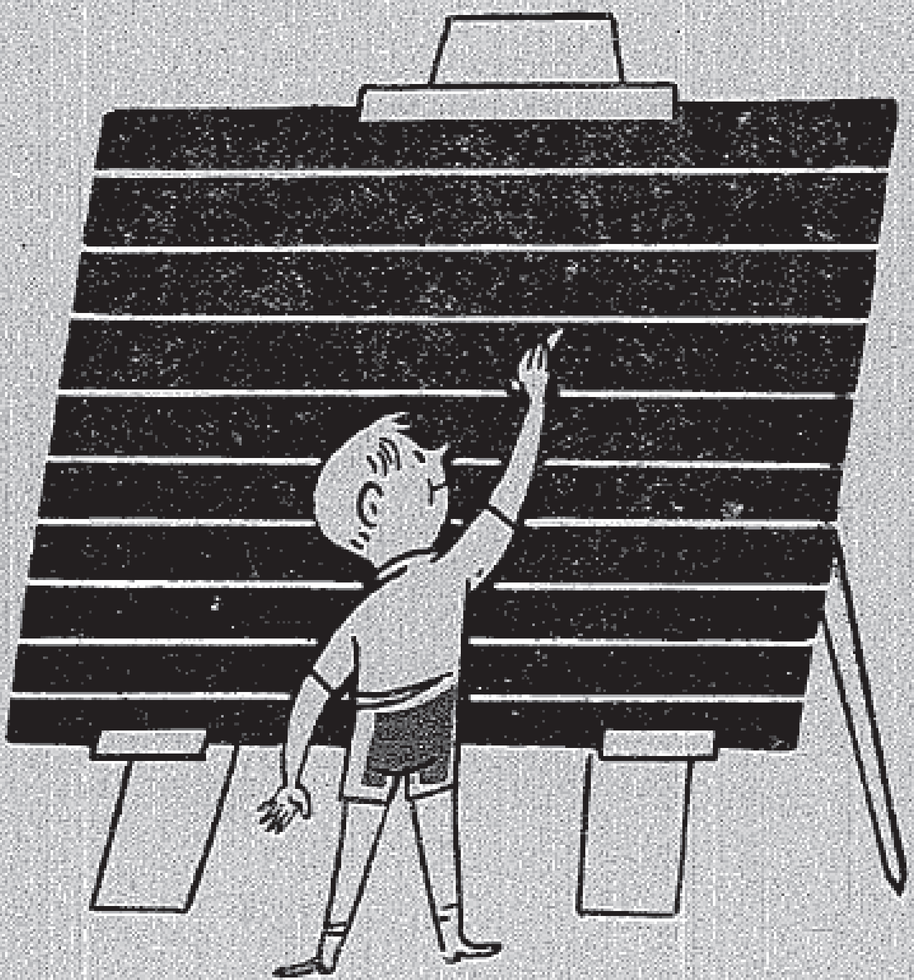
Peti, miután összeszorozta egymással a két számot, megkérdezte az osztályt:

— Nos, fiúk, jól számoltam?

— Igen! — volt a válasz.

— Hogy győződtök meg róla? — kérdezett közbe a tanár úr.

— Elvégzem a próbáját, az osztást — válaszolta Fóti Karcsi, s azzal



hozzáfogott a hosszadalmas osztáshoz, pedig a szorzás ellenőrzésének van egy sokkal egyszerűbb módja is.

Elmagyarázom, hogy ne kelljen — különösen a nagyobb feladatoknál — a bonyolult osztásokat is elvégezni. Ugyanúgy járok el, mint amikor az oszthatóság törvényénél keresem, melyik szám osztható kilenccel, vagy hárommal.

Úgy a szorzó, mint a szorzandó jegyeit addig adom össze, míg egyjegyű számot nem kapok. Most ezeket összeszorzom, s az itt kapott eredménynek meg kell egyeznie a szorzat számjegyeinek összegével.

Nézzük meg az előbbi példánkat:

$$568 \cdot 137 = 77816$$

Szorzandó: **568**

$$\begin{aligned} 5+6+8 &= 19 \\ 1+9 &= 10 \\ 1+0 &= 1 \end{aligned}$$

Szorzó: **137**

$$\begin{aligned} 1+3+7 &= 11 \\ 1+1 &= 2 \end{aligned}$$

Szorzat: **77 816**

$$\begin{aligned} 7+7+8+1+6 &= 29 \\ 2+9 &= 11 \\ 1+1 &= 2 \end{aligned}$$

Tehát

a szorzandó	568,	számjegyeinek összege 1
a szorzó	137,	számjegyeinek összege 2
a szorzat	77 816,	számjegyeinek összege 2

Ezek szerint szorzásunk eredménye helyes, mert

$$2 \cdot 1 = 2$$

Vegyünk egy nehezebb feladatot:

$$24\,576 \cdot 1758 = 43\,204\,608$$

$$\underbrace{2+4+5+7+6}_{\substack{24 \\ \underbrace{2+4}_{6}}} \cdot \underbrace{1+7+5+8}_{\substack{21 \\ \underbrace{2+1}_{3}}} = \underbrace{4+3+2+0+4+6+0+8}_{\substack{27 \\ \underbrace{2+7}_{9}}}$$

$$6 \cdot 3 = 18 \qquad \underbrace{1+8}_{9} = 9$$

Tehát a 9-es próba helyessége esetén a szorzás *lehet helyes, de nem feltétlenül helyes*. Ha részletszorzatokban, vagy a szorzatban felcserélünk két számjegyet, a számjegyek összege akkor sem változik, és a 9-es próba mégis helyes eredményt mutat. Például 77816 helyett 78716 jegyeinek összege is egyezik a tényezők jegyei összegének szorzatával.

Mindezeket figyelembe véve, a 9-es próba mégis igen jól használható a szorzás eredményének ellenőrzésére.

DÁTUMSZÁMÍTÁS

Sokszor előfordul, hogy kíváncsiak vagyunk valamilyen emlékezetes dátumra, vajon milyen napra is esett? Ekkor elővesszük a jó öreg öröknaptárunkat (feltéve, ha van, mert ezt csak újév tájékán szokták az újságok közölni) s megnézzük benne a kérdéses napot.

Sokat matatunk, öt-hat kulcsszámot kiválogatunk, összeadjuk azokat és ha nem néztük el a sorokat, még meg is tudjuk mondani, melyik dátum milyen napra esett.

A maradék számok elvének alapján, egy tizenkéttagú kulcsszám segítségével bármelyik dátumot kiszámíthatjuk. Ha egy kicsit tudunk fejben számolni, tulajdonképpen csak összeadni, akkor akár fejben is elvégezhetjük a műveletet.

Kezdjük a számolást

Tegyük fel, a keresett dátum, felszabadulásunk napja, 1945. április 4.

Mindenekelőtt, hogy mindig szem előtt legyen, írjuk fel a hónapok kulcsszámát

1	4	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6

Természetesen minden keresett dátumot bizonyos számok összegéből nyerünk. Nézzük meg a keresett dátumot: 1945. IV. 4.

Az ezres és százas évszámokat elhagyva az évek száma: 45

Ebben a 45 évben van összesen 11 szökőév, ezt is leírom: 11

Az április hónap kulcsszáma (a 12 jegyű kulcsszámban a negyedik hónapnak megfelelő számjegy) 0

A dátumban keresett napok száma 4

Ez összesen 60

Az eredményt osztom 7-tel, 60 : 7 = 8
4

Maradt a 4, s számunkra ez a fontos! Azt tudjuk, ha a maradék az osztásnál 0, akkor a keresett nap szombat. A számsorban ezt követő számok pedig a naptári napokat jelentik sorrendben.

Tehát 0 = szombat, 1 = vasárnap, 2 = hétfő, 3 = kedd, 4 = szerda stb., stb.

Jelen esetben a maradék 4, tehát 1945. április 4-e szerdán volt,

Elég rövid idő alatt számítottuk ki, minden öröknaptár nélkül, s ha egy kicsit gyakoroljuk, akkor pillanatok alatt fejben is kiszámíthatjuk.

Nem véletlen ez a számítás sem! Természetesen úgy, mint mindennek, ennek a számolási eljárásnak is megvan a maga magyarázata. Az imént azt állítottam, hogy a maradék számok elvéből indulunk ki.

Azt mindenki tudja, hogy egy hét 7 napból áll, azt is mindenki tudja, hogy egy évben 52 hét van. Ha jól szorzunk, akkor látjuk, hogy:

$$52 \cdot 7 = 364$$

Mégis azt mondjuk, hogy egy évben 365 nap van. Tehát minden évben van egy fölösleges napunk. (A fenti példánknál, 45.)

Azt is mindenki tudja, hogy minden negyedik esztendő szökőév, ami azt jelenti, hogy abban az évben nem 365, hanem 366 nap van, tehát ezek az esztendők egy nappal hosszabbak. (A mi példánkbn 1945. IV. 4. esetében a százas éveket elhagyva 11 szökőév, vagyis még 11 nap maradék.)

Mi a hónapkulcsszám megoldása?

→	→	→	→	→	→	→	→	→	→	→	
1	4	4	0	2	5	0	3	6	1	4	6

Ez a számcsoport sem a levegőből pottyant égi tünemény, ezt is meg lehet indokolni. Azt mondtuk az előbb, minden évben van egy fölösleges napunk. (A 365-ik, hiszen $52 \cdot 7 = 364$) Azt az egy napot, amit áthoztunk a múlt évről, megtaláljuk a kulcsszám első helyén, a január helyén. Ezek szerint a maradékkal együtt januárban van 32 napunk. Ebben van 4 hét, ami összesen 28 napot tesz ki. A maradék napok száma 4, ezt átvisszük februárra (nyíl szerint). Ezzel a februári 28 napunk 32-re növekszik, és itt is van 4 fölösleges napunk, amit átviszünk márciusra, és így tovább. Így kapjuk meg a megfelelő hónap kulcsszámát. Példánkban 0.

Miután minden dátumnak van napja is, tehát ezek is feleslegesszámok, maradékszámok lesznek, ezeket is hozzá kell adni az eddigi maradékszámokhoz. A mi példánkban 4.

Ha ezeket a számokat mind összeadom, akkor kereken 60-at kapok. Miután egy hét — köztudomásúan — 7 napból áll, ahhoz, hogy megkapjam, sorrendben hányadik napra esik a keresett dátum, az összeget el kell osztanom 7-tel. A maradék adja a napok sorrendjében a megfelelő napot, mert a hét első napja a vasárnap s utolsó (akkor ha a maradék 0) a szombat.

Így világosan érthető, hogy 1945. IV. 4. szerda volt.