

RLV 2026, Esztergom: Absztraktok – Specmat időrendi sorrendben

Július 8. (szerda) 8.15 – 9.35

Ráth Balázs: Problémák a véletlen folyamatok világából

Markov láncnak hívunk egy olyan időben fejlődő véletlen folyamatot, ami rendelkezik azzal a tulajdonsággal, hogy a következő lépésének eloszlása csak az aktuális állapottól függ (viszont a múltbeli lépésektől nem). Ezen véletlen folyamatok sok mindent modellezhetnek a tőzsdei ármozgásoktól kezdve a termodinamika második törvényén át a populációdinamikáig. Szemináriumi előadásomban olyan példákat és problémákat szeretnék bemutatni ebből a témakörből, amelyek gimnáziumi matematikai háttérrel is azonnal befogadhatóak, megoldásuk intuitív, és egyrészt jól ismert kombinatorikai fogalmakat helyeznek új megvilágításba, másrészt a pénzügyi/fizikai/biológiai relevanciájuk is van. Nem titkolt célom, hogy ezen problémákat a részt vevő tanárok gimnáziumi matematika-szakkörökre vigyék majd tovább és ezáltal meg hozzák a diákok kedvét a valószínűségszámításhoz. A fő téma a Markov láncok stacionárius eloszlása lesz, azaz annak a kiszámítása, hogy a mi a véletlen folyamat hosszú idő utáni (ún. egyensúlyi) eloszlása a lehetséges állapotok terén. Ennek klasszikus példája az Ehrefest-féle „kutyák és bolhák” modell, de más nevezetes keverési modelleket is be tervezek mutatni (pl. Maxwell-Boltzmann, Fermi-Dirac, Bose-Einstein modellek).

Július 8. (szerda) 9.55 – 11.15

Frenkel Péter: A szabályos tizenhétszög szerkesztése

Már Euklidész is tudta, hogy a 3, 4, 5 és 15 oldalú szabályos sokszögek körzővel és vonalzóval megszerkeszthetők, és szögfelezéssel az oldalszám duplázható. Kétezer évig nem sikerült semmilyen további szabályos sokszöget megszerkeszteni. Gauss 19 évesen, 1796-ban rájött, hogy a szabályos 17-szög is szerkeszthető. Ez a felfedezés kedvenc eredményei közé tartozott (a hozzá meglepő módon kapcsolódó kvadratikus reciprocitási tétellel együtt), és igen nagy hatással volt mind saját pályafutására, mind a matematika fejlődésére.

A Vándorgyűlésen egymásra épülő feladatokon keresztül mutatom be a 17-szög szerkesztését, valamint ennek számelméleti és algebrai kontextusát. Maga a szerkesztés, ha már érti az ember, meglepően egyszerű. A téma középiskolai szakkörön, matektáborban feldolgozható, bár talán csak a legerősebb diákok számára.

Július 8. (szerda) 11.35 – 12.55

Makay Géza: Érdekes alkalmazások: ládarendezés és fém-üveg épületek

Az előadás két, a való életben ténylegesen felmerült probléma matematikai megközelítését mutatja be, amelyben a felhasznált fogalmak (monoton sorozatok, skatulya-elv, teljes indukció, Euler-féle poliédertétel, szögfüggvények, skaláris és vektoriális szorzat) középiskolai szinten is előfordulnak vagy elmagyarázhatóak.

Egy automatizált logisztikai rendszerben kell a kommissiózott ládákat túrák szerint megfelelő sorrendbe rendezni, még hozzá költséghatékonyan megvalósítható hardverkörnyezetben.

Klasszikus rendezési algoritmusok (buborékrendezés, gyorsrendezés) nem alkalmazhatók hatékonyan, mivel a ládák fizikai mozgása új szempontokat hoz be. Néhány ismert állításon keresztül jutunk el olyan tudományos cikkekhez, amelyek megadnak egy optimális, könnyen érthető és fizikailag is megvalósítható megoldást.

Fém-üveg felületek tervezése komoly mérnöki kihívás: figyelembe kell venni a felület önsúlyán kívül a szélnyomást, a hőterhet, az esetleges földmozgások hatását, és persze legyen minél egyszerűbben felépíthető a szerkezete. Ezért vannak komoly megszorítások a fém tartórudak hosszára, az üveg háromszöglapok szögeire, a csúcsokban összefutó élek számára. Ilyen feltételek mellett nem egyszerű háromszögekre bontani egy felületet, de a megoldás egyúttal a videojátékok, filmek számítógépes grafikájának matematikájába is betekintést nyújt.

Július 9. (csütörtök) 8.15 – 9.35

Molnár István: Számítási közép a háromszögben

Az előadás olyan háromszögek néhány tulajdonságával foglalkozik, amelyekben teljesül, hogy az egyik oldal a másik két oldal számtani közepe, azaz a szokásos jelölésekkel $b = \frac{a+c}{2}$, vagy másképpen $2b = a + c$.

Először a háromszögre vonatkozó néhány metrikus jellemző kerül felírásra, majd a háromszög több nevezetes pontjához – súlypont (S), beírható kör középpontja (I), köré írható kör középpontja (O), Nagel-pont (N) – kapcsolódóan különböző tulajdonságokat ismertetünk, mindezeket „megfűszerezve” néhány KöMaL, illetve versenyfeladattal. Ezen tulajdonságok közül néhány:

1. $m_b = r_b = 3r$
2. $\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{1}{3}$
3. $\cos \beta = 1 - \frac{r}{R}$
4. $\operatorname{ctg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \operatorname{ctg}\left(\frac{\gamma}{2}\right) = 2 \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{\beta}{2}\right)$
5. $AN = CN = \sqrt{\frac{AB \cdot BC}{3}}$
6. CBA belső szögfelezője az AC oldalt J -ben metszi. Ha A' és C' a BC , illetve az AB oldal felezőpontja, akkor az I pont az $A'C'J$ háromszög köré írható körének középpontja
7. $IS \parallel AC$
8. $OI \perp BI$

Július 9. (csütörtök) 9.55 – 11.55

Abért Miklós: Matematika és félelem (egyelőre nincs absztrakt)

Július 9. (csütörtök) 11.35 – 12.55

Katz Sándor: Számelméleti feladatok

Számelmélet témakörből válogatok olyan feladatokat, amelyek többségének nemcsak a megoldását, akarom elmondani, hanem továbbgondolását, ill. a feladattal kapcsolatos módszertani tapasztalatokat is.

A rendkívül széles témakörnek elsősorban két olyan résztémájából válogatok, amelyek gyakoriak versenyeken: számjegyes problémákat, ill. évszámokhoz köthető feladatokat. Ezekben kívánok olyan ötleteket, feladat-megoldási módszereket bemutatni, amelyek felső tagozaton vagy középiskolai normál osztályokban is használhatók, de olyanokat is, amelyek a versenyekre való felkészítést segíthetik, spec-matos osztályokban is hasznosak lehetnek. A feladatokhoz kapcsolódva beszélni kívánok arról is, hogy több mint 50 éves tanári munkám során a tehetséggondozásban milyen szervezeti, módszertani lehetőségek kialakításában vettem részt iskolámban, a régióban, de akár országos szinten is, és arról, hogy ezekből mit tudok ajánlani különböző iskolatípusokban tanító kollégáknak.

Július 10. (péntek) 8.15 – 9.35

Dobos Sándor: Feladatmegoldások az olimpiai szakkörökről

Ezen a foglalkozáson néhány feladat tanulságos és szép megoldását vesszük végig, amikkel a diákolimpiai szakkörökön foglalkoztunk. Ezek közül alaposan foglalkozunk majd a 2023-as OKTV II. kategóriás döntő 2. feladatával és ennek kapcsán a permutációk inverziószámával:

Az $XYZV$ téglalap XY oldalán van 7 különböző pont, A, B, C, D, E, F és G ebben a sorrendben. A szemközti ZV oldalon is van 7 különböző pont ezeket valamilyen sorrendben az $1, 2, \dots, 7$ számok jelölik. Összekötjük az A -t és az 1-es pontot, a B -t és a 2-es pontot, ..., a G -t és a 7-es pontot késsel. Így 7 kék szakaszt kaptunk, amelyek a téglalap szemközti oldalai között futnak. (a) Hány sorrendje lehet a számozott pontoknak, ha minden kék szakaszt ugyanannyi másik kék szakasz metszi? (b) Tegyük fel, hogy a pontok elhelyezkedése olyan, hogy három kék szakasz nem metszi egymást ugyanabban a pontban. Hány olyan sorrendje van a számozott pontoknak, amikor a kék szakaszoknak összesen 7 metszéspontja van?

Július 10. (péntek) 9.55 – 11.15

Nyul Gábor: Egyik szítál, másik rostál

A szitaformula segítségével megoldható egyszerűbb feladatok (kettő vagy három részhalmaz esetén) szerepelnek a hatályos Nemzeti alaptantervben és az érettségi vizsgakövetelményeiben. Ugyanakkor a szitaformula alkalmazásaihoz jóval haladottabb, de azért elemi gondolatmenettel kezelhető kombinatorikai problémák is tartoznak, az előadásban ezekből adunk némi ízelítőt. A válogatásban szerepelni fognak olyan kérdések, amelyek megválaszolásához önmagukban is érdekes részfeladatok megoldására van szükség, vagy amelyeknek éppen a megfelelő módon történő átfogalmazása lehet célravezető és tanulságos. Továbbá mutatunk olyan példát, amikor más megfontolással, a szitaformula alkalmazását mellőzve is eljuthatunk a végeredményhez.