

Bertalan Zoltán:

Berkó Erzsébet (Szolnok) – Bertalan Zoltán (Békéscsaba): Matematika a mentalizmusban meglepetésekkel

Beszámoló

Ez az előadás a matematika egyfajta népszerűsítése, megmutatja, hogy a mentalizmusban hogyan lehet alkalmazni a matematikát. A mentalizmus tulajdonképpen olvasás másvalakinek gondolataiban, másvalaki gondolatainak irányítása, események jóslása, gondolattal való irányítás. A mentalizmus a bűvészet egyik ága (sok ága van a bűvészetnek: zsebtolvajlás, kártyatrükkök, érmetrükkök, kötéllel való mutatványok, trükkök hétköznapi tárgyakkal, szabadulóművészet, tárgyak mozgatása és lebegtetése, levitáció stb.) A legtöbb mutatvány olyan, amelyek iskolában érdeklődő tanulóknak is bemutatathatóak, esetlegesen felkeltve a tanulók érdeklődését a matematika iránt. Bár ez az előadás nagyon-nagyon keveset fog mutatni a mentalizmusból, de bízunk benne, hogy lesz olyan itt jelenlevő, akinek ez élmény lesz.

Tapasztalataim: Néhány éve kezdtem el foglalkozni a mentalizmussal, azon belül az olyan mentálmutatványokkal, amelyek matematikai vagy logikai alapon magyarázhatóak. Ezek a mutatványok többnyire mikro trükkök, azaz kis létszámú közönségnek érdemes bemutatni. Néha tanítás során inkább magántanítványoknak mutatok ilyen mutatványokat, a mutatványok többnyire felkeltik a tanítványok érdeklődését. Természetesen ezeknek a trükköknek a bemutatása nem a tanítás-tanulás rovására történt.

A mentálmatek (egyéni szóhasználat, akadémiai helyesírási szótárban még nem szerepel) lényege, hogy olyan mentálmutatványokat adunk elő, amelyek matematikai vagy logikai alapon működnek, az ilyen mutatványok előadásához nem szükséges bűvészfogások alkalmazása. (bűvészfogás például: double lift, palmírozás, peek, break stb.) Mindenki látja azt, amit látni kell, és a látottak alapján összerakható a mutatvány magyarázata.

Záródolgozat: Más matematika vagy logika alapon működő mutatvány előadásának leírása és magyarázatának leírása, vagy előadáson látott mutatvány

előadásának leírása és magyarázatának leírása, a mutatóvány általánosítása, vagy módosítása. KöMaL-feladatok, amelyek mentalizmusban is használhatóak. Interneten sok „self-working”, azaz magától működő mutatóvány látható magyarázattal, ezeket is lehet tanulmányozni, módosítani, kihozni belőlük a legtöbbet. Itt nagyfokú kreativitásra van szükség.

Az előadáson sok témát csak érintettem szóban, az érintett témákat itt részletesen leírom. Előfordulhat, hogy néhány, az előadáson látott mutatóványon minimális változtatást eszközölve, másképpen van leírva. Ez elsősorban a mutatóványok könnyebben való megértése miatt, a könnyebben való elvégezhetősége miatt, és a mutatóványok automatikusabbá tétele miatt történt. Néhány, az előadáson látott mutatóványhoz hasonló jellegű mutatóványt is leírok.

Ezúton köszönöm társamnak, Berkó Erzsébet tanárnőnek a lelkiismeretes felkészülést, és segítségét. És ezúton köszönjük a közönség együttműködését, bízunk benne, hogy sokaknak szereztünk kellemes perceket, és hogy volt az előadáson olyan itt jelenlevő, akinek érdeklődését sikerült felkelteni a mentálmatek iránt. Amennyiben kérdésük vagy észrevételük van a nézőknek, a alábbi e-mail címek valamelyikére írt levélben megteheti. Kívánunk mindenkinek vidám nyári szünetet.

Bertalan Zoltán (Békéscsaba)

e-mail: zoltanbertalan680308@gmail.com

Berkó Erzsébet (Szolnok)

e-mail: reokreb@freemail.hu

Előadott mutatóványok:

Diminishing Milk / Tejkisebbítés (Bertalan Zoltán)

A mutatóvány lényege, hogy először egy kicsi poharat teletöltöttünk rostos barack üdítőitalal. Egy nagyon kedves néző éppen most jött meg egy sivatagi expedícióról, és nagyon ki volt tikkadva, nagyon szomjas volt. Láttuk, hogy a kicsi pohár üdítő nem elég. A néző erősen gondolt arra, hogy milyen jó lenne, ha több rostos üdítő lenne, és gondolata máris teljesült. A kicsi pohár üdítőt

áttöltöttük egy nagyobb pohárba, és a nagyobb pohár is színültig telt. De a nézőnek még ez sem volt elég, több üdítőre vágyott. Megint erősen gondolt arra a néző, hogy több üdítő kellene, és ez a gondolata is valóra vált. Ezt a nagyobb pohár üdítőt áttöltöttük egy nagyobb-nagyobb pohárba, és ez a nagyobb-nagyobb pohár is színültig megtelt. A néző már hezitált, hogy talán ennyi elég lesz, de hát azért csak meleg volt a sivatagban. Így a néző tovább gondolta, hogy csak több rostos üdítő kellene, annyira erősen gondolt erre, hogy ez a gondolata is teljesült. Ezt a nagyobb-nagyobb pohár üdítőt áttöltöttük egy nagyobb-nagyobb-nagyobb pohárba, és bármily meglepő, ez a nagyobb-nagyobb-nagyobb pohár is színültig telt a rostos üdítővel. Ez a nézőnek bőven elég volt, elégedetten fogyasztotta el ebből a nagyobb-nagyobb-nagyobb pohárból az üdítőt, az utolsó cseppig megitta. A mutatvány végén a poharakat körbeadtuk, így mindenki kitalálhatta a mutatvány titkát.

Lényeges, hogy a mutatványhoz nem átlátszó folyadékot kell használni.

Az interneten (youtube) rákereshetünk a „Diminishing Milk” mutatványra, többféle változata létezik ennek a mutatványnak. Záródolgozatban például lehetne tervezni egy „Diminishing Milk” készletet a megfelelő méretezéssel, amely 4 vagy több pohárból áll, és például a poharak egymásba csúszthatóak lennének, és mondjuk, a poharak térfogata mérhetően mindig duplázódik.

Tanítás szempontjából annyiban érdekes ez a mutatvány, hogy bár például egy nagyobb pohárban elvileg elfér egy kisebb pohár, ugyanis a nagyobb pohár mögé helyezve a kisebb poharat, a kisebb pohár teljesen takarásban van. Ugyanakkor a nagyobb pohár térfogata ugyanannyi, mint a kisebb pohár térfogata, mert mind a két pohárba ugyanannyi folyadék fér el. (Valójában itt a poharak szerkezete olyan, hogy a nagyobb pohárba nem lehet beletenni a kisebb poharat.) Márpedig a térfogat definíciójából következik, hogy ha egy test tartalmaz egy másik testet, akkor a tartalmazó test térfogata nagyobb, mint a tartalmazott test térfogata.

ESP-kártya (Berkó Erzsébet)

Az ESP-kártyacsomag – eredeti nevén Zener-kártya – az 1930-as évek elején született. Karl Zener pszichológus (1895–1980) alkotta meg abból a célból, hogy parapszichológiai tesztek hajtson végre vele az ESP világában, ami az extraszenzoriális percepció rövidítése. Ebben a kártyacsomagban összesen 25 lap van: 5 darab „kör” szimbólum, 5 darab „kereszt” szimbólum, 5 darab „hullám” szimbólum, 5 darab „négyzet” szimbólum, 5 darab „ötágú csillag” szimbólum.

Mutatvány előadása:

- A mentalista odaadja a nézőnek a hátlappal felfelé néző, 25 lapból álló kártyacsomagot, a néző tetszőlegesen emelhet akárhányszor.
- A mentalista a nézővel választat egy kártyát a hátlappal felfelé néző, 25 lapból álló, legyező alakban szétnyitott kártyacsomagból. A néző kiveszi a lapot a legyező alakban szétnyitott kártyacsomagból, de nem nézi meg a választott lapot, hanem hátlappal felfelé nézve leteszi. A mentalista a maradék 24 lapot összefogja egy kártyacsomagba. (Amikor a néző kiveszi a választott lapot a kártyacsomagból, közben a mentalista a választott lap feletti részt és a választott lap alatti részt egymástól eltávolítja feltűnés nélkül. Ezután a mentalista a két részt úgy egyesíti egy 24 lapból álló kártyacsomaggá, hogy az eredetileg választott lap feletti lapok összefogva egyszerre alulra kerüljenek, az eredetileg választott lap alatti lapok összefogva egyszerre felülre kerüljenek.) Az így keletkezett 24 lapból álló kártyacsomag továbbra is hátlappal felfelé néz.
- A mentalista meggyőzi a nézőt, hogy tényleg 24 lap maradt meg. A mentalista a 24 lapból álló kártyacsomagból leszámol a bal oldalra egyesével 12 lapot, a lapok hátlappal felfelé néznek. Ezután a mentalista a jobb oldalra is leszámolja egyesével a 12 lapot, ezek a lapok is hátlappal felfelé néznek. A mentalista fontosnak tartja az ellenőrzést, és határozottan a bal oldalon levő lapokat még egyszer leszámolja egyesével hátlappal felfelé nézve.
- A mentalista a bal oldali csomag legfelső lapját megfordítja és a megfordított lapot a bal oldali csomag elé teszi. Ezzel egy időben a mentalista a jobb oldali csomag legfelső lapját megfordítja és a megfordított lapot a jobb oldali csomag elé teszi. (Tehát a mentalista

egyszerre mindig két lapot fordít meg, az egyik lap mindig a bal oldali csomag legfelső lapja, a másik lap mindig a jobb oldali csomag legfelső lapja.) A megfordított lapok képes felükkal felfelé néznek. Ezt a műveletet a mentalista addig ismétli, amíg a bal oldali kártyacsomag és a jobb oldali kártyacsomag lapjai el nem fogynak. Amennyiben az egyszerre megfordított lapokon különböző szimbólumok vannak, akkor a mentalista a megfordított lapokat az előzőleg megfordított lapokra teszi. Amennyiben a megfordított lapokon azonos szimbólumok vannak, a mentalista úgy teszi a kártyacsomagok elé a megfordított lapokat, hogy az előzőleg megfordított és egyforma szimbólumokat ábrázoló lapok jól látszódnak. A végeredmény az lesz, hogy a bal oldalon és a jobb oldalon három-három kisebb csomag keletkezik. Mindkét oldalon az első két csomagban öt lap van és a csomagok legfelső lapja azonos szimbólumokat mutat. Mindkét oldalon még maradt két-két lap, ez a két-két lap a továbbiakban felesleges, a mentalista félreteszi ezt a két lapot.

- Bármily meglepő, a nézőnél levő lapon levő szimbólum megegyezik a bal oldalon levő két csomag legfelső lapján levő szimbólummal, és a jobb oldalon levő két csomag legfelső lapján levő szimbólummal. A néző ezek szerint megsejtette, hogy milyen lapok lesznek egyformák.
- A továbbiakban a nézőnél levő lap feleslegessé válik, a mentalista ezt is félreteszi az előzőleg félretett négy laphoz. A bal oldalon és a jobb oldalon két-két, 5 lapból álló kártyacsomag maradt. A mentalista a bal oldalon levő két csomagot összefogva és hátlappal felfelé fordítva egymásra téve egy 10 lapból álló csomaggá egyesíti, és a jobb oldalon levő két csomagot összefogva és hátlappal felfelé fordítva egymásra téve egy 10 lapból álló csomaggá egyesíti. Így a bal oldalon is van egy 10 lapból álló és hátlappal felfelé néző csomag, és a jobb oldalon is van egy 10 lapból álló és hátlappal felfelé néző csomag.
- A mentalista felhívja a néző figyelmét, hogy a néző kiválaszthatja a két, 10 lapból álló csomagból bármelyikét, a mutatvány a kiválasztott csomaggal folytatódik tovább. A néző tetszőlegesen kiválasztja az egyik csomagot. A mentalista a kiválasztott, 10 lapból álló, hátlappal felfelé néző kártyacsomagot összefogva felveszi, de úgy, hogy „véletlenül” a csomag legalsó lapját „ott felejtí”. (Tehát a mentalista a 10 lapból álló csomag legfelső 9 lapját fogja össze, és az összefogott lapokat veszi fel.) A „hibáját

korrigálva” a mentalista a tizedik lapot is hátlappal felfelé nézve felveszi, de azt az előbb felvett 9 lapra teszi. Így a mentalista kezében lesz a néző által választott 10 lapból álló kártyacsomag.

- A mentalista a felvett csomag lapjait egyesével kezdi leszámolni a másik kártyacsomag mellé, a leszámolt lapok továbbra is hátlappal felfelé néznek. Még mielőtt elkezdi a mentalista a lapok számolását, a mentalista közli a nézővel, hogy a néző a lapok számolása során bármikor mondhatja, hogy „dupla”, ekkor a mentalista a nála levő csomag legfelső két lapjának sorrendjét megfordítja, és ezt a két lapot egyszerre teszi le hátlappal felfelé nézve az előzőleg leszámolt lapokra. (Ha a mentalista többet enged meg a nézőnek, akkor a néző mondhatja azt is, hogy „tripla”, ekkor a mentalista a nála levő csomag legfelső három lapjának sorrendjét megfordítja, és ezt a három lapot egyszerre teszi le hátlappal felfelé nézve az előzőleg leszámolt lapokra. Ha a néző azt mondja, hogy „szimpla”, akkor a mentalista a nála levő csomag legfelső lapját teszi le az előzőleg leszámolt lapokra.)
- A mentalista a két kártyacsomag legfelső lapját képes felülkel felfelé fordítja, és a megfordított lapokat a csomagok elé teszi. Ezt a műveletet a mentalista addig csinálja, amíg a kártyacsomagok lapjai el nem fogynak. Ezt a műveletet csinálhatja a néző is. Bármilyen meglepő, az egyszerre megfordított lapokon mindig ugyanaz a szimbólum látható.

Magyarázat a mutatóhoz.

A lapokat úgy kell összerakni, hogy a szimbólumok sorrendje periodikus legyen, de erről a néző nem tud. A továbbiakban az öt szimbólumot az 1-es, 2-es, 3-as, 4-es, 5-ös számokkal jelöljük. Értelemszerűen egyforma szimbólumokat egyforma számokkal jelöljük, különböző szimbólumokat különböző számokkal jelöljük. A továbbiakban egy lapra azzal a számmal hivatkozunk, amelyik számmal jelölt szimbólum látható a lapon. Tehát például a 4-es lap azt jelenti, hogy a lapon a 4-es számmal jelölt szimbólum látható.

- Tehát a mutató elején a lapok egy lehetséges sorrendje számokkal leírva a kártyacsomag tetejétől számítva: 1234512345123451234512345.
- A lapok egymáshoz viszonyított sorrendje az emelgetések során nem változik. Ekkor a mentalista kérésére a néző egy lapot választ a legyező

alakban szétnyitott kártyacsomagból. A néző kiveszi a választott lapot a kártyacsomagból és leteszi maga elé. Eközben a mentalista a megmaradt kártyacsomagnak a választott lap alatti részét kicseréli a kártyacsomagnak a választott lap feletti részével, és a megmaradt lapokat így egyesíti. A csere során a mentalista a választott lap alatti lapokat az egyik kezével fogja össze, a választott lap feletti lapokat a másik kezével fogja össze. Tegyük fel, hogy a néző a csomag tetejétől számítva a második 4-es lapot választotta és vette magához. Miközben a néző ezt a lapot kiveszi a kártyacsomagból, a mentalista a kártyacsomagnak a néző által választott lap feletti 12345123 részét összefogja az egyik kezével, a mentalista a kártyacsomagnak a néző által választott lap alatti 5123451234512345 részét összefogja a másik kezével, a két részt felcseréli, és a felcserélt részeket egyesíti. Miután a mentalista a kártyacsomag megmaradt részét egyesíti, a mentalistánál levő lapokon látható szimbólumok sorrendje a kártyacsomag tetejétől számítva: 512345123451234512345123.

- A mentalista a kártyacsomag tetejéről egyesével leszámol tizenkét lapot a bal oldalra. A bal oldalra leszámolt lapok sorrendje megfordul. Ezután a mentalista a megmaradt tizenkét lapot leszámolja egyesével jobb oldalra. A jobb oldalra leszámolt lapok sorrendje is megfordul. Ezután a mentalista a bal oldalra az előbb leszámolt lapokat újra leszámolja egyesével. A bal oldali lapok sorrendje újra megfordul. Ekkor a bal oldalon levő lapok sorrendje felülről számítva: 512345123451. Ekkor a jobb oldalon levő lapok sorrendje felülről számítva: 321543215432. Látható, hogy mindkét kártyacsomagban a 4-es lapok felülről az ötödik és a tizedik helyen vannak.
- A két, tizenkét lapból álló kártyacsomag hátlappal felfelé néz. A mentalista egyszerre mindig két lapot fordít meg, az egyik lap mindig a bal oldali csomag legfelső lapja, a másik lap mindig a jobb oldali csomag legfelső lapja. A megfordított lapok képes felükkel felfelé néznek. Ezt a műveletet a mentalista addig ismétli, amíg a bal oldali kártyacsomag és a jobb oldali kártyacsomag lapjai el nem fogynak. Amennyiben az egyszerre megfordított lapokon különböző szimbólumok vannak, akkor a mentalista a megfordított lapokat az előzőleg megfordított lapokra teszi. Amennyiben a megfordított lapokon azonos szimbólumok vannak, a mentalista úgy teszi a kártyacsomagok elé a megfordított lapokat, hogy az előzőleg megfordított és egyforma szimbólumokat ábrázoló lapok jól látszódnak,

ezekre a lapokra a mentalista nem tesz lapokat. A bal oldalon három kis csomag keletkezik, a csomagokban a lapok sorrendje felülről számítva rendre: 43215, 43215, 15. A jobb oldalon három kis csomag keletkezik, a csomagokban a lapok sorrendje rendre: 45123, 45123, 23. Mindkét oldalon két darab öt lapból álló kártyacsomag keletkezik, ezeknek a csomagoknak a legfelső lapja olyan 4-es lap, amelyet a néző választott. Továbbá mindkét oldalon még maradt két-két lap.

- A mutatvány további részében a néző által választott 4-es lap, és a két oldalon levő két lapból álló csomagok feleslegesek, ezeket a mentalista félreteszi. Így mindkét oldalon marad két, öt lapból álló kártyacsomag, a kártyacsomagokban a lapok képes fele van felül. A mentalista a bal oldalon levő egyik csomagot összefogva ráteszi a bal oldalon levő másik csomagra, és az így keletkezett kártyacsomagot megfordítja úgy, hogy a lapok hátoldala legyen felül, ekkor a csomagban a lapok sorrendje megfordul. A mentalista a jobb oldalon levő egyik csomagot összefogva ráteszi a jobb oldalon levő másik csomagra, és az így keletkezett kártyacsomagot megfordítja úgy, hogy a lapok hátoldala legyen felül, ekkor a csomagban a lapok sorrendje megfordul. Így mindkét oldalon keletkezik egy 10 lapból álló kártyacsomag. A bal oldali csomagban a lapok sorrendje felülről számítva: 5123451234. A jobb oldali csomagban a lapok sorrendje felülről számítva: 3215432154.
- Észrevehető, hogy ha valamelyik kártyacsomag (teljesen mindegy, hogy melyik kártyacsomag) legalsó lapját a kártyacsomag tetejére helyezve, a két kártyacsomagban ekkor a lapok sorrendje pont egymás fordítottja. Ezt felhasználva a mentalista a néző által választott kártyacsomagot úgy veszi fel, hogy „véletlenül” a kártyacsomag legalsó lapja lent marad. Ezt a „véletlenül” ott maradt lapot a mentalista a felvett kártyacsomag tetejére teszi. Ekkor a két kártyacsomagban a lapok sorrendje egymás fordítottja. Az így kapott kártyacsomagot a mentalista egyesével leszámolja, ekkor ebben a csomagban a lapok sorrendje megfordul. A másik kártyacsomaggal nem történik semmi, így a másik kártyacsomagban a lapok sorrendje nem változik. Így a két kártyacsomagban a lapok sorrendje ugyanaz lesz.

Több, ehhez hasonló ESP-mutatvány létezik. Leírok egy ehhez hasonló ESP-mutatványt, ez ugyan nem volt az előadáson, de nekem ez annyira tetszik, hogy mindenképpen leírom. Ennek a mutatványnak ugyanaz a magyarázata, mint az előbbi ESP-mutatványnak. Ez a mutatvány is a 25 lapból álló ESP-kártyacsomaggal történik. A mutatvány bemutatásához szükséges egy szabályos dobókocka is.

- A mentalista odaadja a nézőnek a 25 lapból álló és hátlappal felfelé néző ESP-kártyacsomagot, a néző ezt a kártyacsomagot tetszőlegesen emelgetheti. A kártyacsomag hátlappal felfelé néz. Ezután a néző tetszőlegesen elvehet a csomag tetejéről és aljáról összesen 5 darab lapot, az elvett lapok a továbbiakban feleslegesek, a mutatvány a továbbiakban a megmaradt 20 darab, hátlappal felfelé néző lappal történik.
- A mentalista a megmaradt 20 darab és hátlappal felfelé néző lapot „egyet balra, egyet jobbra” két, 10 lapból álló kártyacsomagra osztja, a lapok továbbra is hátlappal felfelé néznek.
- A néző tetszőlegesen választja a két darab 10 lapból álló csomag bármelyikét, a mutatvány a kiválasztott csomaggal folytatódik tovább. A másik csomag helyén marad, nem lesz felesleges.
- A mentalista a néző által kiválasztott csomagot a kezébe veszi, és az előbbi mutatványnál látott „szimpla”-„dupla”-„tripla” módszerrel kezdi leszámolni, a leszámolt lapok továbbra is hátlappal felfelé néznek. (A néző bármikor mondhatja, hogy „szimpla”, vagy „dupla”, vagy „tripla”. Ha a néző nem mond semmit, vagy azt mondja, hogy szimpla, a mentalista a kezében levő csomag maradék részének legfelső lapját hátlappal felfelé nézve leteszi. Ha a néző azt mondja, hogy „dupla”, akkor a mentalista a kezében levő csomag legfelső két lapjának sorrendjét megfordítja, és ezt a két lapot egyszerre teszi le hátlappal felfelé nézve. Ha a néző azt mondja, hogy „tripla”, akkor a mentalista a kezében levő csomag legfelső három lapjának sorrendjét megfordítja, és ezt a három lapot egyszerre teszi le hátlappal felfelé nézve. A mentalista az elsőnek leszámolt lapot csak leteszi, és minden további lapot az előzőleg leszámolt lapra teszi.)
- Ezután a néző két ujjánál fogva felemel egy dobókockát, nyilván a néző a dobókockát két szemközti oldallapjánál fogva emeli fel. A néző a dobókockát bármelyik két szemközti oldallapjánál fogva felemelheti. A

néző megjegyzi azt a két számot, amelyet a dobókockának a néző által megfogott két szemközti oldallapja mutat.

- A néző ezután dönthet, pontosan az egyik, általa választott megjegyzett számot 1-gyel csökkentheti, és az így kapott két számot jegyzi meg.
- I. eset: Ha a mentalista a „szimpla”-„dupla”-„tripla” leszámolást a néző által választott bal oldali csomagon végezte el. Ha a néző nem csökkenti egyik számot sem, akkor a néző annyi lapot tesz egyesével az egyik csomag tetejéről az aljára, amennyi az egyik megjegyzett szám, és annyi lapot tesz egyesével a másik csomag tetejéről az aljára, amennyi a másik megjegyzett szám, utána mindkét csomag legfelső lapját magához veszi a néző. Ha a néző csökkenti az egyik számot, akkor a néző annyi lapot tesz egyesével az egyik csomag aljáról a tetejére, amennyi az egyik megjegyzett szám, és annyi lapot tesz egyesével a másik csomag aljáról a tetejére, amennyi a másik megjegyzett szám, utána mindkét csomag legalsó lapját magához veszi a néző.
- II. eset: Ha a mentalista a „szimpla”-„dupla”-„tripla” leszámolást a néző által választott jobb oldali csomagon végezte el. Ha a néző nem csökkenti egyik számot sem, akkor a néző annyi lapot tesz egyesével az egyik csomag aljáról a tetejére, amennyi az egyik megjegyzett szám, és annyi lapot tesz egyesével a másik csomag aljáról a tetejére, amennyi a másik megjegyzett szám, utána mindkét csomag legalsó lapját magához veszi a néző. Ha a néző csökkenti az egyik számot, akkor a néző annyi lapot tesz egyesével az egyik csomag tetejéről az aljára, amennyi az egyik megjegyzett szám, és annyi lapot tesz egyesével a másik csomag tetejéről az aljára, amennyi a másik megjegyzett szám, utána mindkét csomag legfelső lapját magához veszi a néző.
- Ezután mindkét csomagban maradt 9 darab lap. A mentalista a két kártyacsomag legfelső lapját képes felükkel felfelé fordítja, és a megfordított lapokat a csomagok elé teszi. Ezt a műveletet a mentalista addig csinálja, amíg a kártyacsomagok lapjai el nem fogynak. Ezt a műveletet csinálhatja a néző is. Látható, hogy mindkét csomag középső lapján levő szimbólum megegyezik, és a nézőnél levő lapokon is ugyanez a szimbólum van. Két, egyszerre megfordított lap pontosan akkor mutatja ugyanazt a szimbólumot, ha a két lap a két csomag középső lapja, minden

más esetben a két egyszerre megfordított lap különböző szimbólumokat mutat.

- A mentalista mindkét csomagot összegyűjti, és hátlappal felfelé nézve leteszi, egyik csomagot a bal oldalra, másik csomagot a jobb oldalra. Ezután a mentalista a nézővel kiválasztatja valamelyik csomagot, a kiválasztott csomagot az előbbi „szimpla”-„dupla”-„tripla” módszerrel leszámolja. A lapok továbbra is hátlappal felfelé néznek. A másik csomaggal nem történik semmi.
- A mentalista a két kártyacsomag legfelső lapját képes felülkel felfelé fordítja, és a megfordított lapokat a csomagok elé teszi. Ezt a műveletet a mentalista addig csinálja, amíg a kártyacsomagok lapjai el nem fogynak. Ezt a műveletet csinálhatja a néző is. Meglepő módon az egyszerre megfordított lapok ugyanazokat a szimbólumokat mutatják.

Magyarázat: az ESP-kártyalapokat megfelelően kell összerakni a mutatókhoz. Az összerakott kártyalapok sorrendje olyan legyen, hogy a „kör”, „kereszt”, „hullám”, „négyzet”, „ötágú csillag” szimbólumok valamilyen sorrendben periodikusan ismétlődjenek ötször. Ha a kártyalapok így vannak összerakva, akkor a mutatók automatikus.

Kétjegyű szám (Bertalan Zoltán)

Ennek a mutatóknak a bemutatásánál két néző vett részt. A mutatók előadása során egy kicsit tévesztettem, így most inkább azt írom le, hogy tévesztés nélkül hogyan adtam volna elő a mutatókat.

Kellék: 52 lapból álló francia kártyacsomag. A mutatókban a kártyacsomag lapjai végig hátlappal felfelé néztek.

- Kiválasztottam két kártyát a kártyacsomagból. Megnéztem a kiválasztott lapokat, de nem mutattam meg másnak, hátlappal letettem ezeket a lapokat. Az egyik kiválasztott kártyát félretettem az egyik nézőnek, a másik kiválasztott kártyát félretettem a másik nézőnek. Egyébként az egyik nézőnek egy 7-es lapot tettem félre, a másik nézőnek egy 3-as lapot tettem félre, de ez a későbbiekben kiderül.

- Utána a két néző választott „tetszőlegesen” egy-egy lapot, ők megnézték, hogy milyen lapokat választottak, de nem mutatták meg másnak. A kiválasztott lapok a nézőknél maradtak.
- Kérésemre az egyik néző a választott lap értékét megszorozta 2-vel, a kapott eredményhez hozzáadott 2-t, és az így kapott eredményt megszorozta 5-tel. Kérésemre a másik néző a választott lap értékét megszorozta 5-tel, a kapott eredményhez hozzáadott 5-öt, és az így kapott eredményt megszorozta 2-vel.
- Elmondtam a nézőknek, hogy valószínűleg telepatikusan megéreztem valamit. Az a sejtésem támadt korábban, hogy az egyik néző egy 7-es lapot választott, a másik néző egy 3-as lapot választott. Ugyanis a 2 és 5 számok összege 7, különbsége 3.
- Kérésemre az egyik néző a legutoljára kapott eredményéből kivont 3-at, a másik néző a legutoljára kapott eredményéből kivont 7-et. A két néző a számolásokat nem közölte senkivel.
- Végül érkezett a tetemrehívás, azaz az egyeztetés ideje: Az egyik néző kérésemre megmondta az eredményt, ami 37. Egymás mellé téve az egyik néző által választott lapot, és azt a lapot, amit én az egyik nézőnek tettem félre, a két lap egymás mellett 3-as és 7-es volt. Ráadásul ez a két lap színben egyezett, mert mind a két lap piros káró volt. Ezek szerint az egyik nézőnek vidám kisugárzása volt. A másik néző kérésemre megmondta az eredményt, ami 73. Egymás mellé téve a másik néző által választott lapot, és azt a lapot, amit én a másik nézőnek tettem félre, a két lap egymás mellett 7-es és 3-as volt. Ráadásul ez a két lap színben egyezett, mert mind a két lap fekete treff volt. Ezek szerint a másik nézőnek szomorú kisugárzása volt.
- De közben a két néző gondolatát felcseréltem, mert az egyik néző 3-as lapot választott, a másik néző 7-es lapot választott, és én az egyik nézőnek 7-es lapot tettem félre, a másik nézőnek 3-as lapot tettem félre.
- Hogy biztosra menjünk, újra megismételtük a mutatványt. A két néző maradt tovább a mutatvány „szenvedő” alanya. A mutatvány ismétlése előtt nem volt arra idő, hogy a kártyacsomag lapjait összerakjam, azaz megfelelő sorrendbe rendezzem. Tehát a lapok össze voltak keveredve. Annyi különbség volt a mutatvány megismétlése során, hogy a mutatvány

elején az egyik nézőnek egy 3-as lapot tettem félre, a másik nézőnek egy 7-es lapot tettem félre.

- Utána a két néző megint választott „tetszőlegesen” egy-egy lapot, ők megnézték, hogy milyen lapokat választottak, de nem mutatták meg másnak. A kiválasztott lapok a nézőknél maradtak.
- Kérésemre most az egyik néző az általa választott lap értékét megszorozta 5-tel, az így kapott eredményhez hozzáadott 5-öt, az így kapott eredményt megszorozta 2-vel. Kérésemre a másik néző most az általa választott lap értékét megszorozta 2-vel, az így kapott eredményhez hozzáadott 2-t, az így kapott eredményt megszorozta 5-tel. Tehát a két néző kérésemre a 2-est és az 5-öst felcserélte a számolás során.
- Elmondtam a nézőknek, hogy az a sejtésem van, hogy valahogy megint ragaszkodnak valami miatt a 3-ashoz meg a 7-eshez. Ugyanis a 2-es és 5-ös számok összege továbbra is 7, és a 2-es és 5-ös számok különbsége továbbra is 3.
- Kérésemre az egyik néző a legutoljára kapott eredményéből most 7-et vont ki, a másik néző a legutoljára kapott eredményéből most 3-at vont ki. A két néző a számolásokat nem közölte senkivel.
- Megint érkezett a tetemrehívás, azaz az egyeztetés ideje. Az egyik néző kérésemre megmondta az eredményt, ami 73. Egymás mellé téve az egyik néző által választott lapot, és azt a lapot, amit én az egyik nézőnek tettem félre, a két lap egymás mellett 7-es és 3-as volt. Ráadásul ez a két lap színben egyezett, mert mind a két lap piros kör volt. Ezek szerint az egyik nézőnek megint vidám kisugárzása volt, úgy látszik, hogy ő örök optimista. A másik néző kérésemre megmondta az eredményt, ami 37. Egymás mellé téve a másik néző által választott lapot, és azt a lapot, amit én a másik nézőnek tettem félre, a két lap egymás mellett 3-as és 7-es volt. Ráadásul ez a két lap színben egyezett, mert mind a két lap fekete pikk volt. Ezek szerint a másik nézőnek megint szomorú kisugárzása volt, úgy látszik, hogy ő örök pesszimista.

Nagyjából ez lett volna a mutatvány. Ebben a mutatványban egy egyszerű algebrai azonosságot kell igazolni ahhoz, hogy a mutatvány módszerét megértsük. Nekem az előadáson bemutatott változat igazából azért tetszik, mert bebizonyítottam, hogy a két néző között nagyon erős gondolatátvitel

történt a mutatvány bemutatása során. **Magyarázat: Valójában a nézők a két kísérletben nem szabadon választottak kártyalapot, hanem valamilyen módszerrel én választattam olyan kártyalapokat, amelyeket én akartam. Erre utaltam azzal, hogy a „tetszőlegesen” szót idézőjelek közé téve írtam.**

Interneten is megtalálható ennek a mutatványnak többféle változata. A legegyszerűbb változat a következő: A mutatványt a mentalista egy nézővel végzi. A néző gondol egy „ x ” pozitív egyjegyű számra, a mentalista gondol egy „ y ” pozitív egyjegyű számra. A néző felírja egy kis papírra az általa gondolt számot, de nem mutatja meg másnak, a papírt magánál tartja. A mentalista is felírja egy kis papírra az általa gondolt számot, de ő sem mutatja meg másnak, a papírt magánál tartja. Ezután a mentalista kérésére a néző az általa gondolt számot megszorozza 2-vel/5-tel, a kapott eredményhez hozzáad 2-t/5-öt, a kapott eredményt megszorozza 5-tel/2-vel, végül a kapott eredményből kivon „ $10-y$ ”-t. Elérkezik a tetemrehívás, azaz az egyeztetés ideje: A mentalista kérésére a néző megmondja a végeredményt, ami az „ xy ” kétjegyű szám. Ezután a mentalista és a néző egymás mellé teszi a náluk levő papírt, bal oldalon van a néző papírja, jobb oldalon van a mentalista papírja. A papírokon levő számokat egyesítve szintén az „ xy ” kétjegyű szám adódik. Erről a legegyszerűbb változatról a nézők az előadáson egy leírást kaptak. **Magyarázat: A mutatvány automatikus, erről egyszerű algebrai számolással meg lehet győződni.**

Megjegyzés: Noha a két néző azt hitte, hogy tetszőlegesen választott lapot, én választattam ki velük azt a lapot, amit akartam. Amikor a mentalista a nézővel azt a lapot választatja ki, amit a mentalista akar, ugyanakkor a néző azt hiszi, hogy tetszőleges lapot választott, forszírozásnak, azaz kényszerválasztásnak nevezzük. Néhány „matematikai-logikai” módszert a forszírozásra később ismertetek.

Telepátia (Berkó Erzsébet)

A mentalistánál 8 darab táblázat van, mindegyik táblázatban 52 darab cella van 4 sorban és 13 oszlopban elrendezve. A cellákban az 52 lapból álló, jokerek nélküli francia kártya szimbólumai láthatóak. A táblázatok az előadásjegyzet végén találhatóak meg.

A mentalista utasítására a néző gondol az 52 lapból álló francia kártyacsomag egy lapjára, de nem mondja meg. Ezután a mentalista az ábrán látható 8 darab táblázatot egyesével megmutatja a nézőnek. A nézőnek meg kell mondani, hogy látja-e az általa gondolt lap szimbólumát azon a táblázaton, amelyet a mentalista éppen megmutat a nézőnek. Ezután a mentalista pillanatok alatt kitalálja, hogy melyik lapra gondolt a néző. Előadáson ezt a mutatványt Berkó Erzsébet kétszer mutatta be.

A hét törpe megajándékozza egymást (Bertalan Zoltán)

Kellék: a hét törpe, a törpék nevével megcímkézett ajándékdoz, a hét törpe neve címkékre írva. (A nagyméretű ábrák az előadásjegyzet végén találhatóak.)



A mentalista leteszi a hét törpét egymás mellé, és mindegyik törpe mellé letesz egy ajándékot a fenti ábra szerinti elrendezésben. Például a Hapci feliratú piros ajándékdoz azt jelenti, hogy az ebben a dobozban levő ajándékot Hapci kapja valakitől.

Hófehérke lelépett a királyfival, így a hét törpe maradt az erdőben. A hét törpe szeretné egymást megajándékozni, így mindegyik törpe készített egy ajándékot. De a hét törpe még nem döntötte el, hogy ki kinek adjon ajándékot. A nézőnek kell megmondani, hogy a hét törpe hogyan ajándékozza meg egymást. A néző szerint bármelyik törpe megajándékozhatja bármelyik törpét a következő szabályok betartásával:

1. Bármelyik törpe pontosan egy törpét ajándékozhat meg.
2. Bármelyik törpe pontosan egy ajándékot kaphat.

3. Egy törpe nem kaphatja meg a saját maga által készített ajándékot, azaz egy ajándék nem kerülhet ahhoz a törpéhez, aki készítette.















Az első két tulajdonság azt biztosítja, hogy az ajándékozás kölcsönösen egyértelmű legyen. A harmadik tulajdonság azt biztosítja, hogy az ajándékozásnak ne legyen fixpontja.

A néző bárhogy cserélgetheti az ajándékokat egymás közt. A mentalista nem látja, hogy az ajándékokat hogyan cserélgeti egymás közt a néző. Az ajándékozás során például, ha Kuka elé a Morgó feliratú ajándékdoz kerül, az azt jelenti, hogy a néző szerint Kuka megajándékozta Morgót.

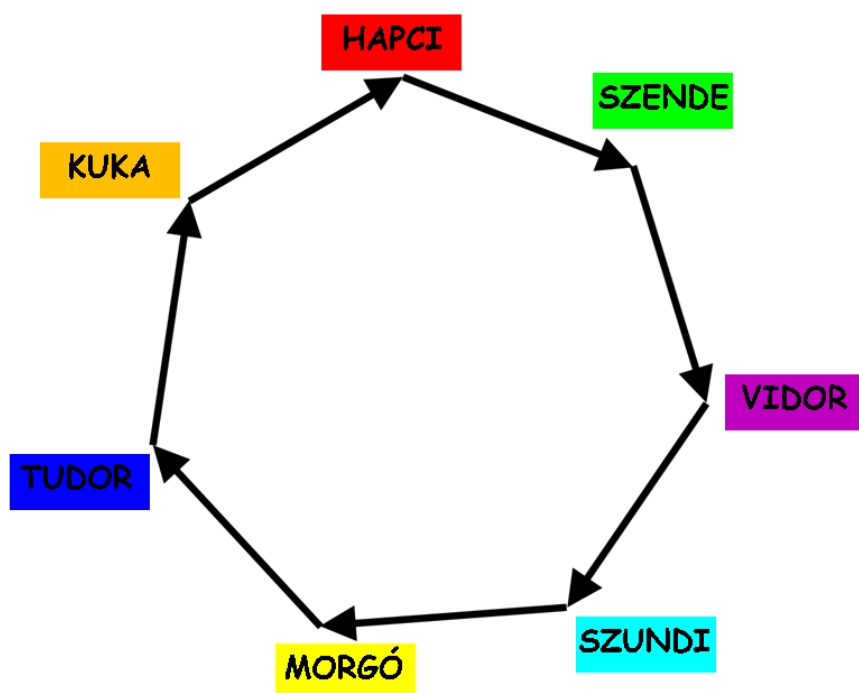
A továbbiakban: nyíl eleje  nyíl vége

Miután a néző végzett a cserélgetéssel, a mentalista ránéz a néző által elkészített elrendezésre, és egy jól látható helyről elővesz egy mappából egy papírt, amelynek segítségével rögtön bebizonyítja, hogy ő már akkor tudta, hogy a törpék így fogják egymást megajándékozni, amikor a nézőnek még fogalma sem volt erről. Az ábrán nyilak vannak, és a mentalista a nála levő törpenevek címkéit tudja úgy rakni a nyilak elejéhez és végéhez, hogy bármelyik nyíl esetében a nyíl elejéhez tett törpe ajándékozta meg a nyíl végéhez tett törpét. Például, ha egy nyíl elején Morgó van, a nyíl végén Vidor van, akkor az azt jelenti, hogy a mentalista szerint Morgó Vidort ajándékozta meg.

Például, ha a néző a következő ajándékozást tervezi meg a törpék között (Ekkor Szende ajándékozza meg Vidort, Kuka ajándékozza meg Hapcit stb.):











| | | | | | | |
|--|---|--|---|--|--|--|
| SZENDE  | KUKA  | VIDOR  | MORGÓ  | TUDOR  | HAPCI  | SZUNDI  |
| VIDOR  | HAPCI  | SZUNDI  | TUDOR  | KUKA  | SZENDE  | MORGÓ  |

Akkor a mentalista a következő ábrát készíti el, azt bizonyítandóan, hogy már előre tudta, hogy a néző szerint hogyan ajándékozzák meg a törpék egymást:

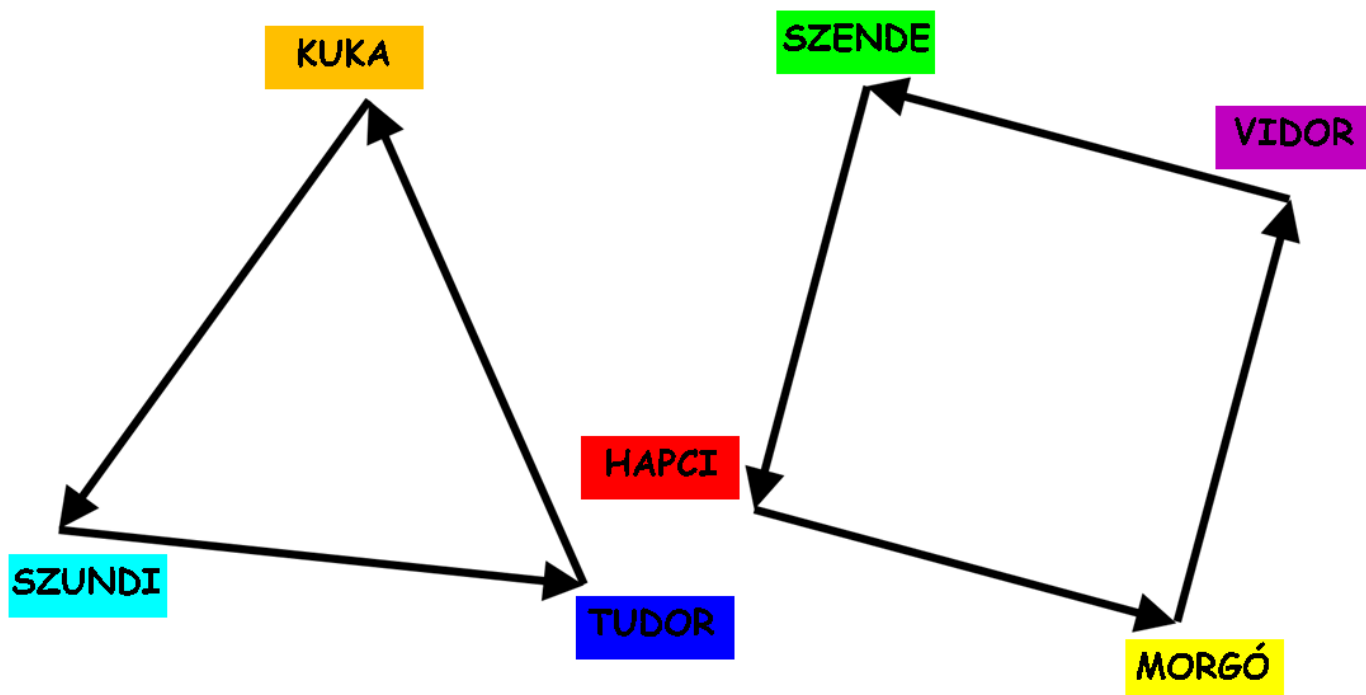


Ekkor ezen az ábrán is látszik, hogy Szende ajándékozza meg Vidort, Kuka ajándékozza meg Hapcit stb.














Például, ha a néző a következő ajándékozást tervezi meg a törpék között:

| | | | | | | |
|--|---|---|--|---|--|---|
| SZENDE  | MORGÓ  | TUDOR  | VIDOR  | KUKA  | SZUNDI  | HAPCI  |
| HAPCI  | VIDOR  | KUKA  | SZENDE  | SZUNDI  | TUDOR  | MORGÓ  |

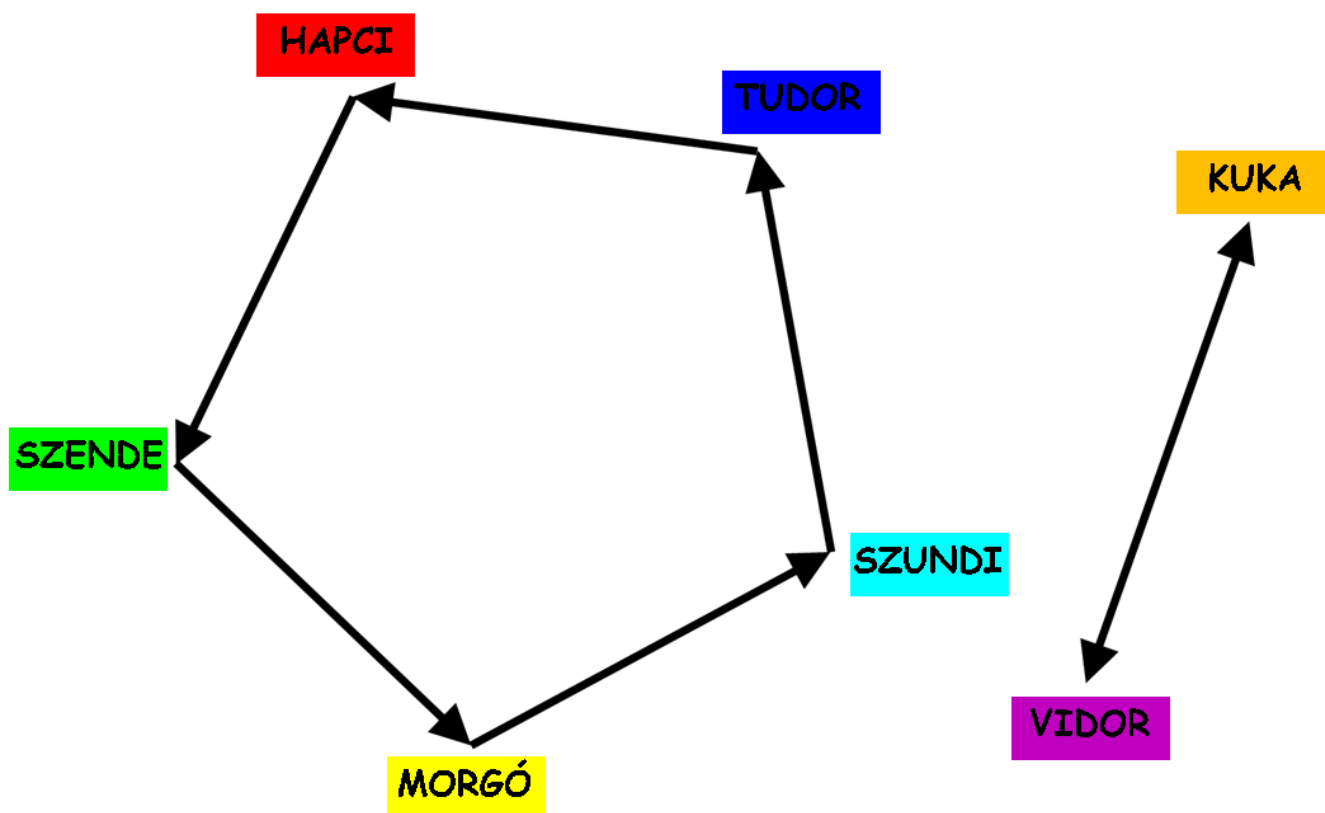
Akkor a mentalista a következő ábrát készíti el, azt bizonyítandóan, hogy már előre tudta, hogy a néző szerint hogyan ajándékozzák meg a törpék egymást:



Például, ha a néző a következő ajándékozást tervezi meg a törpék között:

| | | | | | | |
|---|---|--|--|---|--|---|
| VIDOR  | TUDOR  | HAPCI  | SZUNDI  | SZENDE  | MORGÓ  | KUKA  |
| KUKA  | HAPCI  | SZENDE  | TUDOR  | MORGÓ  | SZUNDI  | VIDOR  |

Akkor a mentalista a következő ábrát készíti el, azt bizonyítandóan, hogy már előre tudta, hogy a néző szerint hogyan ajándékozzák meg a törpék egymást:



Ennek a mutatóknak az egyik alapötlete látható a Columbo sorozat „A szemfényvesztő” epizódjában, ott ez az alapötlet részletesen el van magyarázva.

Ez a mutatóvány kimondottan a fixpontmentes permutációkról szól. Első pillanatra azt lehetne hinni, hogy a szabályoknak megfelelő módon a törpék nagyon sokféleképpen ajándékozhatják meg egymást. A mutatóvány matematikájának megértésében sokat segít a 7 elemű fixpontmentes permutációk ciklusszerkezet szerint osztályozása. Ehhez érdemes rajzot készíteni a nézőnek. Érdekes lenne kiszámolni, hogy a hét törpe a szabályoknak megfelelően hányféleképpen ajándékozhatja meg egymást.

Magyarázat a hét törpe megajándékozása egymást mutatóványhoz.

A mentalista valójában nem azt találja el, hogy melyik törpe melyik törpét ajándékozta meg, hanem a törpék ajándékozásának ciklusszerkezetét, amelyben nincs 1 elemű ciklus, azaz nincs fixpont.

A törpék a feltételeknek megfelelően 1854-féleképpen ajándékozhatják meg egymást. Ez csakugyan sok lehetőségnek tűnik. De valójában összesen négyfajta ciklusszerkezet szerint ajándékozhatják meg egymást a törpék:

- (*****), ekkor 720-féleképpen ajándékozhatják meg a törpék egymást.
- (*****)(**), ekkor 504-féleképpen ajándékozhatják meg a törpék egymást.
- (****)(***), ekkor 420-féleképpen ajándékozhatják meg a törpék egymást.
- (***)(**)(**), ekkor 210-féleképpen ajándékozhatják meg a törpék egymást.

A mentalista a négy ciklusszerkezetet elhelyezte nem feltűnő helyekre az előadás helyszínén a mutatóvány megkezdése előtt, erről a néző nem tud, a ciklusszerkezeteket a néző nem látja. A mentalista, mikor rápillant a néző által elkészített ajándékozási tervre, könnyen megállapítja, hogy melyik ciklusszerkezet szerint készítette el a néző az ajándékozást, és csak ezt a ciklusszerkezetet veszi elő a mentalista, hangsúlyozva, hogy milyen remek megérzése van. Erre a ciklusszerkezetre a mentalista elhelyezi a törpék neveit mutató címkéket a néző által készített tervnek megfelelően, mondván, hogy ő már akkor tudta, hogy a néző ezt az ajándékozási tervet készíti el, amikor a néző még nem tudta.

Szintén a fixpontmentes permutációkkal magyarázható a következő mutatóvány, ez nagyon könnyen magyarázható:

Három doboz (egyik kedvenc trükköm)

Kellék: 3 nem átlátszó doboz (egy fehér, egy szürke, egy fekete), 6 golyó (2 fehér, 2 szürke, 2 fekete).

A mentalista odaadja a nézőnek a három dobozt, és odaad a nézőnek három különböző színű golyót. A mentalistánál is van három különböző színű golyó. A mentalista elfordul, ekkor a néző a dobozokba teszi a golyókat úgy, hogy bármelyik doboz színe és a dobozba tett golyó színe egymástól különbözzön, továbbá minden dobozba pontosan egy golyó kerüljön, azaz minden golyó pontosan egy dobozba kerüljön. A dobozokat a néző becsukja. A mentalista nem tudja, hogy a néző milyen színű golyókat tett a dobozokba. Ezután a mentalista a dobozok tetejére teszi a nála levő három golyót: minden doboz tetejére pontosan egy golyó kerül, azaz minden golyó pontosan egy doboz tetejére kerül, és bármely doboz színe és a dobozra tett golyó színe egymástól különbözzön. A mentalista már érez valamit. Ezután a mentalista és a néző megnézi, hogy a dobozokban és a dobozok előtt milyen színű golyó van. Két eset lehetséges:

- Ha bármely doboz esetén, a dobozba tett golyó színe, és a doboz elé tett golyó színe azonos, akkor a mentalista megérezte, hogy a néző milyen színű golyókat tett a dobozokba.
- Ha bármely doboz esetén, a dobozba tett golyó színe és a doboz elé tett golyó színe különböző, akkor a mentalista azt érezte meg, hogy bármely doboz esetén a doboz színe, a dobozba tett golyó színe, és a doboz elé tett golyó színe kiadja a fekete, szürke, fehér színek mindegyikét.

10lapos mutatvány (Berkó Erzsébet)

Kellék: legalább 10 darab üres kártyalap, 52 lapból álló jokerek nélküli francia kártyacsomag.

A mentalista felír egy papírra két számot, mint jóslatot.

A mentalista letesz 10 darab üres kártyát. A mentalista kivesz egy kártyadobozból egy 52 (?) lapból álló kártyacsomagot, odaadja a nézőnek, a

néző tetszőlegesen összekeverheti a kártyacsomag lapjait. A néző a következő szabályok betartásával bárhogyon leteheti a lapokat képes felükkal felfelé nézve:

1. Üres kártyára bármilyen lapot lehet tenni.
2. A „10”, „J”, „Q”, „K” jelzésű lapok értéke most egyformán 10. Az „A” jelzésű lap értéke 1. Egyébként egy számmal jelzett lap értéke egyenlő a számmal, amivel jelölve van.
3. A 10 értékű lapokra bármilyen lapot lehet tenni.
4. Ha két letett lap értékének összege 10, akkor vagy mindkét lapra lehet egyszerre tenni egy-egy tetszőleges lapot (ekkor mindkét lapra egy-egy lapot kell tenni), vagy egyik lapra sem.
5. Az összes lapot valahova le kell tenni.

Előfordulhat, hogy lesz olyan állapot, amikor nem lehet kártyát letenni, pedig még van a nézőnél lap. Ekkor a néző kérheti a mentalistát, hogy a mentalista újabb üres lapot vagy üres lapokat tegyen le.

Miután a néző letette az összes lapot, több kis csomag keletkezik. Ezután a következőket kell elvégezni:

- El kell venni azokat a csomagokat, amelyek legfelső lapja 10 értékű.
- Ha két csomag legfelső lapjának értékének összege 10, akkor mindkét csomagot el kell venni.
- A megmaradt csomagok összes lapját el kell venni a csomagok felső lapjának kivételével.

A csomagok felvétele során az üres lapok a helyükön maradtak, így a mutatvány ismételhető.

Ha minden a szabályoknak megfelelően történt, akkor pontosan két lap maradt, és ennek a két lapnak az értéke egyenlő a mentalista által a papírra írt két számmal.

Az előadáson ezt a mutatványt Berkó Erzsike kétszer mutatta be, mindkétszer másik nézővel. Mindkétszer egy 4 és egy 8 értékű lap maradt meg, és mindkétszer ez a két szám volt a Berkó Erzsike által felírt jóslat. Ezután Berkó Erzsike észrevette, hogy a kártyadobozban „véletlenül” ott maradt egy 2 és egy 6 értékű lap. Meggondolandó, hogy a dobozban „felejtett” két lap értéke milyen lehet. Például Erzsike miért nem olyan két lapot „felejtett” a dobozban, amelyek értéke 1 és 9?

Magyarázat a 10lapos mutatványhoz.

A továbbiakban, ha két lap értékének összege 10, akkor a két lapot egymás komplementer (kiegészítő) lapjának nevezzük.

Ha a dobozban „felejtett” két lap nem egymás komplementere, akkor mindig teljesül, hogy a két megmaradt lap a dobozban felejtett két lapnak a komplementere. Például a mutatvány előadása során Erzsi egy 2-es és egy 6-os lapot „felejtett” a dobozban, és a mutatvány végén egy 8-as és egy 4-es lap maradt. A dobozban „felejtett” 2-es lap komplementere a megmaradt 8-as lap, és a dobozban „felejtett” 6-os lap komplementere a megmaradt 4-es lap.

- A mutatvány során mindig egy 4-es lapra és egy 6-os lapra egyszerre kerül egy-egy másik lap. Ez azt jelenti, hogy a mutatvány során felhasználható 4-es lapok száma és 6-os lapok száma mindig egyszerre csökken 1-gyel. Így egy 4-es lapra csak akkor lehetne egy másik lapot tenni, ha van egy 6-os lap, amelyre egy újabb másik lapot lehet tenni. Miután a dobozban „felejtett” egyik lap 6-os, így a mutatvány elején a nézőnél levő kártyacsomagban négy darab felhasználható 4-es lap van és három darab felhasználható 6-os lap van, tehát egy darab 4-es lap mindenképpen megmarad a mutatvány végére.
- A mutatvány során mindig egy 8-as lapra és egy 2-es lapra egyszerre kerül egy-egy másik lap. Ez azt jelenti, hogy a mutatvány során felhasználható 8-as lapok száma és 2-es lapok száma mindig egyszerre csökken 1-gyel. Így egy 8-as lapra csak akkor lehetne egy másik lapot tenni, ha van egy 2-es lap, amelyre egy újabb másik lapot lehet tenni. Miután a dobozban „felejtett” egyik lap 2-es, így a mutatvány elején a nézőnél levő kártyacsomagban négy darab felhasználható 8-as lap van és három darab felhasználható 2-es lap van, tehát egy darab 8-as lap mindenképpen megmarad a mutatvány végére.

Ha a dobozban „felejtett” két lap egymás komplementere, akkor a mutatvány végén nem marad lap.

Ennek a mutatványnak az alapötletéhez nagyon hasonlít a klasszikus dominós mutatvány, amely a következő:

Dominós mutatvány:

Kellék: két doboz egyforma dominókészlet. Egy dominókészlet egy dominójának két felén egy-egy szám van a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számok közül pöttyökkel ábrázolva. Egy dominókészletben az összes lehetséges számpárosítás előfordul pontosan egyszer, azaz bármely számpárhoz pontosan egy dominó létezik, amelynek egyik felén a számpár egyik tagja van ábrázolva, és amelynek másik felén a számpár másik tagja van ábrázolva. Ebből következik, hogy egy dominókészletben összesen 55 darab dominó van.

A mentalista felír egy papírra két számot, mint jóslatot. A mentalista összekeveri a két doboz dominókészlet dominóit, így keletkezik egy dominókupac, amely 110 (?) darab dominóból áll. A nézőnek a hagyományos dominószabály szerint kell letenni a dominókat. A dominószabály lényege, hogy először egy dominót mindenképpen le kell tenni, utána mindig csak olyan dominót lehet elhelyezni, amely csatlakoztatható egy korábban letett dominó egyik feléhez.

Egy éppen elhelyezendő dominó akkor csatlakoztatható egy korábban letett dominó feléhez, ha az éppen elhelyezendő dominó valamelyik felén és a korábban letett dominó valamelyik felén ugyanaz a szám van, és a korábban letett dominó ezen feléhez még nincs másik dominó csatlakoztatva. Ekkor az éppen elhelyezendő dominót csatlakoztatni kell a korábban letett dominóhoz, azaz az éppen elhelyezendő dominót úgy kell letenni a korábban letett dominó mellé, hogy a két dominó azonos számmal jelölt fele közvetlenül egymás mellett legyen.

A néző feladata az, hogy az összes dominót letegye. Így a néző kap egy dominósort, amelyben dominók vannak egymás után, és ha két dominó egymással szomszédos, akkor a két dominó egymáshoz legközelebb levő fele ugyanazzal a számmal van jelölve. Miután a néző végzett ezzel, a mentalista megmutatja a papírra írt jóslatot, amely megegyezik a dominósor két végén levő dominó szabad végén levő számokkal. A mutatvány végén a mentalista észreveheti, hogy a 110 darab dominóból 1 darab „véletlenül” benne maradt valamelyik dominós dobozban, és a dobozban maradt dominó két felén levő két

szám egészen „véletlenül” megegyezik a jóslatként felírt két számmal. Fontos, hogy a jóslatként felírt két szám ne legyen egyenlő.

Magyarázat a dominós mutatóványhoz.

Két dominókészletet felhasználva minden számból páros darab van. (Tehát a 110 darab dominón összesen 22 darab 0-ás van, 22 darab 1-es van, ..., 22 darab 8-as van, 22 darab 9-es van.) Ha a néző minden dominót felhasznál, azaz nincs a dobozban „felejtett” egy darab dominó, akkor a dominósor mindkét végén ugyanaz a szám van.

Fontos, hogy a dominósor belsejében minden szám párosával fordul elő, ekkor a párosával előforduló számok egymás mellett, két egymáshoz csatlakozó dominón látható. Például ha van két egymás melletti 4-es a dominósor belsejében, akkor ez a két 4-es két egymáshoz csatlakozó dominón van, és ekkor az egyik 4-es az egyik dominó valamelyik felén van, a másik 4-es a másik dominó valamelyik felén van. Így ha valamelyik számból páratlan darab van, akkor egy ilyen számból egy darabnak a dominósor valamelyik végén kell, hogy legyen. Ebből az is következik, hogy egy dominósorban vagy minden számból páros darab van, vagy van pontosan két darab szám, amelyekből páratlan darab van.

Ha olyan dominó „felejtődik” valamelyik dobozban, amelynek mindkét felén ugyanaz a szám van, akkor a letett dominókon is minden számból továbbra is páros darab van, csak az egyik számból nem 22 darab, hanem csak 20 darab van. Például, ha olyan dominó marad a dobozban, amelynek mindkét felén 7-es van, akkor a dominósorban minden számból 22 darab van, kivéve a 7-esből, mert abból csak 20 darab van a dominósorban, ugyanakkor a dominósor két végén levő szám mindegyike lehet akár 6-os, akár 9-es, de akár 7-es.

Ha olyan dominó „felejtődik” valamelyik dobozban, amelynek mindkét felén különböző szám van, akkor a letett dominókon majdnem minden számból továbbra is páros darab van, csak a dobozban „felejtett” számokból nem 22 darab, hanem csak 21 darab van, tehát páratlan darab van. Mivel, ha egy számból páratlan sok darab van egy dominósorban, akkor ennek a számból egy

darabnak a dominó sor valamelyik végén kell, hogy legyen, így a dominó sor két végén levő számoknak egyelőnek kell lennie a dobozban „felejtett számokkal”.

Ez a mutatvány nem működik egy darab dominókészlettel, mert egy darab dominókészletben minden számból páratlan sok darab van. (Tehát az 55 darab dominón összesen 11 darab 0-ás van, 11 darab 1-es van, ..., 11 darab 8-as van, 11 darab 9-es van.) Ekkor a dominókészletből nem készíthető dominó sor, mert egy dominó sorban legfeljebb két páratlan szám lehet.

Párválasztás (Bertalan Zoltán)

Kellék: 10 darab ESP-kártyalap a következő összetételben: 2 darab „kör” szimbólum, 2 darab „kereszt” szimbólum, 2 darab „hullám” szimbólum, 2 darab „négyzet” szimbólum, 2 darab „ötágú csillag” szimbólum.

- A mentalista a 10 darab ESP-kártyalapot egy darab kártyacsomaggá egyesíti, a kártyacsomag lapjai hátlappal felfelé néznek a mutatvány során, csak a mutatvány végén lesznek a kártyalapok képes felükkel felfelé fordítva.
- A mentalista odaadja a hátlappal felfelé néző kártyacsomagot a nézőnek, aki tetszőlegesen emelgetheti. Ezután a néző a mentalista kérésére a 10 lapból álló csomag tetejéről egyesével leszámol 5 lapot, a másik 5 lapot meg összefogva leteszi a leszámolt 5 lap mellé. Így most két darab 5 lapból álló kártyacsomag van egymás mellett.
- A mentalista felhívja a néző figyelmét, hogy 5 párt kell elkészíteni. Mivel, ha a két csomag 5-5 lapjából 4 pár elkészül, akkor a két csomag megmaradt 1-1 lapjából az ötödik pár automatikusan előáll. Így a nézőnek a 4-et fel kell bontani két egész szám összegére. Amennyi az összeg első tagja, annyi lapot tesz a néző egyesével az egyik csomag tetejéről az aljára. Ha az egyik szám 0, akkor az egyik csomagot a néző változatlanul hagyja. Amennyi az összeg második tagja, annyi lapot tesz a néző egyesével a másik csomag tetejéről az aljára. Ha a másik szám 0, akkor a másik csomagot a néző változatlanul hagyja. Haladóknak: Ha az összeg valamelyik tagja negatív, akkor értelemszerűen ennek a tagnak megfelelő csomag aljáról a tetejére tesz egyesével annyi lapot a néző, amennyi ennek

a tagnak az abszolút értéke. Ezután a két csomag legfelső lapját a néző leveszi, és egymásra rakva hátlappal felfelé nézve lerakja, mint egy párt. Ekkor még nem lehet tudni, hogy ennek a párnak a lapjain milyen szimbólumok vannak. Most van egy pár, meg két darab 4 lapból álló csomag.

- A mentalista felhívja a néző figyelmét, hogy még 4 párt kell elkészíteni. Mivel, ha a két csomag 4-4 lapjából 3 pár elkészül, akkor a két csomag megmaradt 1-1 lapjából a negyedik pár automatikusan előáll. Így a nézőnek a 3-at fel kell bontani két egész szám összegére. Amennyi az összeg első tagja, annyi lapot tesz a néző egyesével az egyik csomag tetejéről az aljára. Ha az egyik szám 0, akkor az egyik csomagot a néző változatlanul hagyja. Amennyi az összeg második tagja, annyi lapot tesz a néző egyesével a másik csomag tetejéről az aljára. Ha a másik szám 0, akkor a másik csomagot a néző változatlanul hagyja. Haladóknak: Ha az összeg valamelyik tagja negatív, akkor értelemszerűen ennek a tagnak megfelelő csomag aljáról a tetejére tesz egyesével annyi lapot a néző, amennyi ennek a tagnak az abszolút értéke. Ezután a két csomag legfelső lapját a néző leveszi, és egymásra rakva hátlappal felfelé nézve lerakja, mint egy újabb párt. Ekkor még nem lehet tudni, hogy ennek a párnak a lapjain milyen szimbólumok vannak. Most van két pár, meg két darab 3 lapból álló csomag.
- A mentalista felhívja a néző figyelmét, hogy még 3 párt kell elkészíteni. Mivel, ha a két csomag 3-3 lapjából 2 pár elkészül, akkor a két csomag megmaradt 1-1 lapjából a harmadik pár automatikusan előáll. Így a nézőnek a 2-t fel kell bontani két egész szám összegére. Amennyi az összeg első tagja, annyi lapot tesz a néző egyesével az egyik csomag tetejéről az aljára. Ha az egyik szám 0, akkor az egyik csomagot a néző változatlanul hagyja. Amennyi az összeg második tagja, annyi lapot tesz a néző egyesével a másik csomag tetejéről az aljára. Ha a másik szám 0, akkor a másik csomagot a néző változatlanul hagyja. Haladóknak: Ha az összeg valamelyik tagja negatív, akkor értelemszerűen ennek a tagnak megfelelő csomag aljáról a tetejére tesz egyesével annyi lapot a néző, amennyi ennek a tagnak az abszolút értéke. Ezután a két csomag legfelső lapját a néző leveszi, és egymásra rakva hátlappal felfelé nézve lerakja, mint egy újabb párt. Ekkor még nem lehet tudni, hogy ennek a párnak a lapjain milyen

szimbólumok vannak. Most van három pár, meg két darab 2 lapból álló csomag.

- A mentalista felhívja a néző figyelmét, hogy még 2 párt kell elkészíteni. Mivel, ha a két csomag 2-2 lapjából 1 pár elkészül, akkor a két csomag megmaradt 1-1 lapjából a második pár automatikusan előáll. Így a nézőnek az 1-et fel kell bontani két egész szám összegére. Amennyi az összeg első tagja, annyi lapot tesz a néző egyesével az egyik csomag tetejéről az aljára. Ha az egyik szám 0, akkor az egyik csomagot a néző változatlanul hagyja. Amennyi az összeg második tagja, annyi lapot tesz a néző egyesével a másik csomag tetejéről az aljára. Ha a másik szám 0, akkor a másik csomagot a néző változatlanul hagyja. Haladóknak: Ha az összeg valamelyik tagja negatív, akkor értelemszerűen ennek a tagnak megfelelő csomag aljáról a tetejére tesz egyesével annyi lapot a néző, amennyi ennek a tagnak az abszolút értéke. Ezután a két csomag legfelső lapját a néző leveszi, és egymásra rakva hátlappal felfelé nézve lerakja, mint egy újabb párt. Ekkor még nem lehet tudni, hogy ennek a párnak a lapjain milyen szimbólumok vannak. Most van négy pár, meg két darab 1 lapból álló csomag.
- A néző a két csomagból megmaradt 1-1 lapot hátlappal felfelé nézve egymásra teszi, és ezt a két lapot leteszi, mint egy újabb párt. Ekkor még nem lehet tudni, hogy ennek a párnak a lapjain milyen szimbólumok vannak. Ekkor a két csomag elfogyott, de van öt pár, minden párban a lapok hátlappal felfelé néznek.
- Ezután a néző megnézheti a párok lapjait. Bármilyen meglepő, bármelyik párt kiválasztva, a kiválasztott pár lapjain ugyanazok a szimbólumok láthatóak.

Útmutatás: a 10 darab ESP-kártyalapot megfelelően kell összerakni a mutatóványhoz.

Ennek a mutatóványnak a magyarázata nagyon szép példa a teljes indukcióra.

Néhány lehetőség ennek a mutatóványnak a módosítására:

Az első pár elkészítése során az $x_1=4$ számot kellett felbontani két egész szám összegére. A második pár elkészítése során az $x_2=3$ számot kellett felbontani két

egész szám összegére. A harmadik pár elkészítése során az $x_3=2$ számot kellett felbontani két egész szám összegére. A negyedik pár elkészítése során az $x_4=1$ számot kellett felbontani két egész szám összegére. Milyen x_1, x_2, x_3, x_4 számok esetén működik a párválasztás? Melyik az a legkisebb x érték, ha $x_1=x, x_2=x, x_3=x, x_4=x$ esetén működik ez a párválasztás? Ez utóbbi kérdés megválaszolásához egy diofantoszi egyenletrendszert kell megoldani.

Bónuszként leírok egy mutatóványt, amely a KöMaL 2023. márciusi lapszámában megjelent K/C. 762.-es feladatán, illetve annak kismértékű módosításán alapszik. Mivel a feladat megoldása a KöMaL honlapján megtalálható, a megoldás ismeretében a mutatóvány könnyen magyarázható.

A mutatóványhoz két néző szükséges. Mindkét néző kap egy-egy, m sorból és n oszlopból álló táblázatot, tehát mindkét táblázatban $m \cdot n$ darab cella van. (A két néző egyforma méretű táblázatot kap.) Mindkét táblázatban a cellák üresek. Mindkét néző a nála levő táblázat celláit egymástól függetlenül, tetszőleges sorrendben tölti ki. Az egyik néző a cellákat úgy tölti ki, hogy a cellába írt szám egyenlő azoknak a cellával oldalban szomszédos cellák számával, amelyekben már van szám írva. A másik néző a cellákat úgy tölti ki, hogy a cellába írt szám egyenlő azoknak a cellával oldalban szomszédos cellák számával, amelyekben még nincs szám írva. Ha már a két néző a nála levő táblázat összes celláját kitöltötte, akkor összeadják az általuk beírt számokat. Meglepő, hogy a két néző ugyanazt az eredményt kapta. Tehát a két néző telepátikus gondolatban áll egymással.

Egy diofantoszi egyenlet is felvetődhet: Hány sorból és hány oszlopból állhat a táblázat, ha a két néző által kapott eredmény egy előre megadott számmal egyenlő?

Forszírozási módszerek:

Most a teljesség igénye nélkül néhány módszert leírok. Ezek a módszerek módosíthatóak, egymással kombinálhatóak.

Első módszer:

Ezzel a módszerrel egy lapot lehet a nézővel kiválasztatni, a kiválasztandó lap a hátlappal felfelé néző kártyacsomag legfelső lapja.

- A néző mond egy egész számot. (A néző olyan pozitív egész számot mondjon, ami nem több a kártyacsomag lapjainak számánál.) Ezután a néző egyesével leszámol annyi lapot, amennyi az általa mondott szám, a lapok továbbra is hátlappal felfelé néznek. A mentalista megmutatja a nézőnek a legutoljára leszámolt lapot, de előtte felhívja a néző figyelmét, hogy nem ez lesz a választott lap, majd ezt a megmutatott lapot visszateszi a többi leszámolt lapra hátlappal felfelé nézve. A leszámolt lapokat a mentalista összefogja, és a csomag maradék részének tetejére teszi hátlappal felfelé nézve.
- Ezután a néző mond egy másik számot. (A néző megint olyan pozitív egész számot mondjon, ami nem több a kártyacsomag lapjainak számánál.) Ezután a néző egyesével leszámol annyi lapot, amennyi az általa mondott másik szám, a lapok továbbra is hátlappal felfelé néznek. A mentalista megmutatja a nézőnek a legutoljára leszámolt lapot, de előtte megint felhívja a néző figyelmét, hogy nem ez lesz a választott lap, majd ezt a megmutatott lapot visszateszi a többi leszámolt lapra hátlappal felfelé nézve. Ha a második szám nagyobb, mint az első szám, akkor a mentalista a leszámolt lapokat a csomag maradék részének tetejére teszi hátlappal felfelé nézve. Ha a második szám kisebb, mint az első szám, akkor a mentalista a leszámolt lapokat a csomag maradék részének aljára teszi hátlappal felfelé nézve.
- Ezután a mentalista kérésére a néző megmondja a két általa mondott szám különbségét. A mentalista leszámol hátlappal felfelé nézve annyi lapot, amennyi a néző által mondott két szám különbsége. Ha a második szám nagyobb az első számnál, akkor a mentalista a csomag maradék részének legfelső lapját megmutatja, ez lesz a néző választott lapja. Ha a második szám kisebb az első számnál, akkor a mentalista a legutoljára leszámolt lapot megmutatja, ez lesz a néző választott lapja.

Megjegyzés: Nagyon kicsi valószínűséggel előfordulhat, hogy a néző által mondott első és második szám egyenlő. Ekkor a második leszámolás után az utoljára leszámolt lap lesz a néző által választott lap. De általában a néző által

mondott első és második szám különbözik egymástól. Mindenesetre a mentalista hívja fel a néző figyelmét, hogy másodjára a néző olyan számot mondjon, amely nem egyenlő a néző által mondott első számmal.

Második módszer:

Ezzel a módszerrel egy lapot lehet a nézővel kiválasztatni, a kiválasztandó lap a hátlappal felfelé néző kártyacsomag legalsó lapja. A kiválasztás során a kártyacsomag lapjai végig hátlappal felfelé néznek. A néző mond egy tetszőleges egész számot, ami több, mint a kártyacsomag lapjainak számának fele, és kevesebb, mint a csomag lapjainak száma. Ezután a néző leszámol annyi lapot egyesével, amennyi az általa mondott szám, és a csomag maradék részét a leszámolt lapokra teszi, és az így keletkezett kártyacsomagot a néző összefogva egyesíti. Ezt a műveletet a néző még kétszer megismétli, így az eredetileg a legalsó helyen levő lap a csomag tetejére kerül automatikusan. Értelemszerűen a néző által leszámolt lapok száma mindhárom esetben ugyanannyi, mint a kiválasztás elején mondott szám. A harmadik leszámolás után a csomag tetején levő lap lesz a néző által választott lap.

Ezt a módszert két nézővel is el lehet végeztetni. Ekkor ezzel a módszerrel két kártyacsomag legalsó lapját lehet kiválasztatni a két nézővel.

- Az egyik kártyacsomagot megkapja az egyik néző, a másik kártyacsomagot megkapja a másik néző.
- Mindkét néző egymástól függetlenül gondol egy-egy egész számra. A mentalista felhívja a nézők figyelmét, hogy az általuk gondolt szám legyen több, mint a kártyacsomag lapjainak számának fele, és legyen kevesebb, mint a csomag lapjainak száma.
- Az egyik néző leszámol annyi lapot egyesével a csomag tetejéről, amennyi az általa gondolt szám, és a csomag maradék részét a leszámolt lapokra teszi. A másik néző leszámol annyi lapot egyesével a csomag tetejéről, amennyi az általa gondolt szám, és a csomag maradék részét a leszámolt lapokra teszi. Az így keletkezett kártyacsomagokat a nézők összefogva egyesítik, majd a kártyacsomagokat a nézők kicserélik.
- Az egyik néző leszámol annyi lapot egyesével a csomag tetejéről, amennyi az általa gondolt szám, és a csomag maradék részét a leszámolt lapokra

teszi. A másik néző leszámol annyi lapot egyesével a csomag tetejéről, amennyi az általa gondolt szám, és a csomag maradék részét a leszámolt lapokra teszi. Az így keletkezett kártyacsomagokat a nézők összefogva egyesítik, majd a kártyacsomagokat a nézők kicserélik.

- Az egyik néző leszámol annyi lapot egyesével a csomag tetejéről, amennyi az általa gondolt szám, és a csomag maradék részét a leszámolt lapokra teszi. A másik néző leszámol annyi lapot egyesével a csomag tetejéről, amennyi az általa gondolt szám, és a csomag maradék részét a leszámolt lapokra teszi. Az így keletkezett kártyacsomagokat a nézők összefogva egyesítik, majd a kártyacsomagokat a nézők kicserélik.
- Végül az így kapott két kártyacsomag legfelső lapja lesz a két néző által választott két kártya. Ez a két választott kártya a kiválasztás elején a kártyacsomagok alján van, csak automatikusan a csomag tetejére került.

Harmadik módszer:

Ezzel a módszerrel a kártyacsomagból egy lapot lehet kiválasztani a nézővel. A kiválasztandó lap a kártyacsomagban bárhol lehet. A kártyacsomag lapjai szét vannak terítve, a mentalistának tudni kell, hogy melyik a kiválasztandó lap. A mentalista és a néző felváltva mutat két tetszőleges lapra.

- Ha páros számú lapból kell kiválasztani a nézővel a kiválasztandó kártyát, akkor a néző mutat két tetszőleges lapra, és ebből a két lapból a mentalista az egyik lapot félreteszi, ez a félretett lap nem vesz részt a kiválasztás további menetében. Ha a néző két olyan lapra mutat, amelyek közül az egyik a választandó lap, a mentalista a másik lapot teszi félre. Ha a néző két olyan lapra mutat, amelyek közül egyik sem a választandó lap, teljesen mindegy, hogy a mentalista melyik lapot teszi félre.
- Ha páratlan számú lapból kell kiválasztani a nézővel a kiválasztandó kártyát, akkor a mentalista mutat két tetszőleges lapra, és ebből a két lapból a néző az egyik lapot félreteszi, ez a félretett lap nem vesz részt a kiválasztás további menetében. Ekkor a mentalista két olyan lapra mutat, amelyek közül egyik sem a választandó lap.

Tetszőleges számú lapból álló kártyacsomagból kiindulva a nem kiválasztandó kártyalapok egyesével el fognak fogyni, és a kiválasztandó lap marad meg legutoljára.

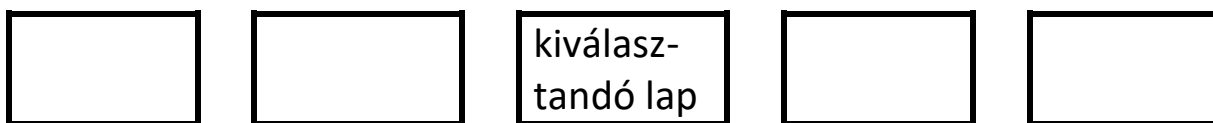
Negyedik módszer:

Ezzel a módszerrel öt lapból lehet kiválasztani egy lapot. A kiválasztáshoz szükséges egy varázspálca. Ha nincs varázspálca, akkor megfelel egy toll, vagy ceruza, vagy bármilyen íróeszköz.

Az öt lapot egymás mellé kell helyezni az ábrán látható módon, lehetőleg úgy, hogy két szomszédos lap távolsága mindig ugyanannyi legyen. A kiválasztandó lap legyen a középső lap. Lényeges, hogy a kártyákat úgy teszi le a mentalista, hogy a varázspálca hossza pontosan három szomszédos kártyát foglal magába.

A mentalista a letett lapok előtt egy sávban mozgatja a varázspálcát, a varázspálca helyzete párhuzamos ezzel a sávval.

A varázspálcát ebben a sávban mozgatja a mentalista. A varázspálca helyzete párhuzamos ezzel a sávval.



A néző tetszőleges pillanatban megállíthatja a mentalistát a varázspálca mozgatásában. Ekkor a varázspálca valamelyik három szomszédos kártya előtt van, amelyek között mindenképpen ott van a kiválasztandó kártya. A mentalista úgy szedi össze ezt a három lapot, hogy a kiválasztandó lap a középső legyen. A továbbiakban a másik két kártya nem vesz részt a kiválasztásban, azok félre lesznek téve.

A megmaradt három lapot egymás mellé kell helyezni az ábrán látható módon, lehetőleg úgy, hogy két szomszédos lap távolsága mindig ugyanannyi legyen. A kiválasztandó lap legyen a középső lap. Lényeges, hogy a kártyákat úgy teszi le a mentalista, hogy a varázspálca hossza pontosan két szomszédos kártyát foglal magába.

A mentalista a letett lapok előtt egy sávban mozgatja a varázspálcát, a varázspálca helyzete párhuzamos ezzel a sávval.

A varázspálcát ebben a sávban mozgatja a mentalista. A varázspálca helyzete párhuzamos ezzel a sávval.



kiválasztandó lap



A néző tetszőleges pillanatban megállíthatja a mentalistát a varázspálca mozgatásában. Ekkor a varázspálca valamelyik kettő szomszédos kártya előtt van, amelyek között mindenképpen ott van a kiválasztandó kártya. A mentalista összeszedi ezt a két lapot. A továbbiakban a harmadik kártya nem vesz részt a kiválasztásban, az félre lesz téve.

Már csak két lapból kell kiválasztani a nézővel a kiválasztandó lapot. A mentalista kérésére a néző a varázspálcával rámutat az egyik lapra. Ha a néző a nem kiválasztandó lapra mutat a varázspálcával, akkor az a lap felesleges lesz, a másik lap lesz a kiválasztott lap. Ha a néző a kiválasztandó lapra mutat a varázspálcával, akkor az a lap lesz a kiválasztott lap.

Ötödik módszer:

Ezzel a módszerrel három kártya közül lehet egy kártyát kiválasztani. A kiválasztandó kártya a középső legyen.

A mentalista leteszi a három kártyát hátlappal felfelé egymás mellé. A mentalista megkéri a nézőt, hogy mutasson az egyik kártyára. (Figyelem: Most és a későbbiekben is fontos, hogy a mentalista a nézőt arra kéri, hogy mutasson valamelyik kártyára, nem pedig arra kéri, hogy válassza ki valamelyik kártyát.)

Ha a néző a középső kártyára mutat, akkor minden jó, mert a néző elsőre a kiválasztandó kártyát választotta. A nézőt kicsit befolyásolni lehet a döntésben azzal, hogy a középső kártyát egy kicsit a nézőhöz közelebb helyezzük el, az ilyen

elrendezések esetén legnagyobb valószínűséggel a néző a középső kártyára fog mutatni.

Ha a néző nem a középső kártyára mutat, hanem az egyik szélső kártyára, nincs semmi baj, hiszen a néző a mentalista kérésének megfelelően nem választott kártyát, csak rámutatott valamelyik kártyára. Ekkor a mentalista megkéri a nézőt, hogy mutasson egy másik kártyára. Ha ekkor a néző a másik szélső kártyára mutat, akkor megint minden jó, mert ekkor a választott kártya az lesz, amelyikre a néző egyszer sem mutatott. Tulajdonképpen a néző ebben az esetben a két szélső kártyát selejtezte ki, amelyekre a néző rámutatott.

Ha a néző először az egyik szélső kártyára mutatott, másodjára a középső kártyára mutatott, akkor a mentalista félreteszi a másik szélső kártyát azzal, hogy ez nem kell, mondván, hogy a néző ezt a kártyát egyszer sem választotta. Így maradt két kártya: az egyik szélső kártya és a kiválasztandó kártya, amelyik eredetileg középen volt. Ekkor a mentalista megkéri a nézőt, hogy tegye rá az ujját valamelyik kártyára. (Fontos: nem elég most csak mutatni, hiszen itt most újabb kártyaválasztás történik, és ha másképpen történik a kártyaválasztás, a nézőnek a figyelme a kártyaválasztás lényegéről elterelődik.) Ha a néző a kiválasztandó kártyára teszi a kezét, akkor megint minden jó, mert a néző ezt a lapot választotta. Ha a néző nem a kiválasztandó kártyára teszi a kezét, akkor ezt a kártyát félre kell tenni, és marad a kiválasztandó kártya, amelyik eredetileg középen volt, és ekkor ez lesz a választott kártya.

Tehát így is, úgy is a néző a kiválasztandó kártyát választotta. Egy kicsit a mentalista a néző figyelmét el tudja terelni azzal, amikor a néző rámutat valamelyik kártyára, vagy ráteszi az ujját valamelyik kártyára, a mentalista megkérdezi a nézőt, hogy miért arra a kártyára mutatott, vagy tette rá az ujját. Esetleg a mentalista, ha úgy látja jónak, a néző változtathat, azaz rámutathat vagy ráteheti az ujját másik kártyára, a néző figyelme a kártyaválasztás lényegéről megint elterelődik.

Hatodik módszer:

Ezzel a módszerrel egy kártyacsomagból a mentalista a nézővel egy kártyát választat ki. A kiválasztandó kártya a kártyacsomag legfelső lapja. A kártyacsomag hátlappal felfelé néz.

A mentalista megkéri a nézőt, hogy vegyen le valamennyi kártyát egyszerre, fordítsa meg a levett kártyákat összefogva képes oldalukkal felfelé, majd ezeket a megfordított kártyákat szintén összefogva tegye a csomag maradék részére. Ekkor a mentalista a néző figyelmét elterelheti azzal, hogy megállapítja, hogy a csomag tetején melyik kártya van, de hozzáteszi azt is, hogy nem ez lesz a választott kártya. Ezután a mentalista megkéri a nézőt, hogy vegyen le valamennyi, az előbb levett kártyáknál több kártyát egyszerre, fordítsa meg a levett kártyákat összefogva, majd ezeket a megfordított kártyákat szintén összefogva tegye a csomag maradék részére. Ekkor a mentalista a néző figyelmét megint elterelheti azzal, hogy megállapítja, hogy a csomag tetején melyik számozott kártya van, de hozzáteszi azt is, hogy nem ez lesz a választott kártya. Most a csomag tetején olyan kártyák vannak, melyeknek a képes oldaluk felül, hátlapjuk alul van. Most a csomag alján olyan kártyák vannak, melyeknek a hátlapjuk felül, képes oldaluk alul van. Ekkor a néző által kiválasztott kártya a csomagban felülről haladva a legelső olyan kártya lesz, amelynek a hátlapja van felül, és ez éppen a választandó kártya.

Hetedik módszer (keresztbe tevéses módszer):

Ezzel a módszerrel egy kártyacsomagból a mentalista a nézővel egy kártyát választat ki. A kiválasztandó kártya a kártyacsomag legalsó lapja. A kártyacsomag hátlappal felfelé néz.

A mentalista utasítására a néző egyszerre leemel valamennyi lapot a csomag tetejéről, ezeket a lapokat hátlappal felfelé összefogva leteszi. A megmaradt lapokat a néző szintén hátlappal felfelé összefogva ráteszi az előbb leemelt lapokra, de 90°-kal elfordítva. Hogy a néző figyelve elterelődjön, a mentalista kicsit beszélget a nézővel, például a kutyatartás vagy macskatartás felelősségéről. Mivel az esetek nagyon nagy többségében a néző nem tartja lényegesnek ezt a kártyaemelést, így a későbbiekben nem emlékszik arra, hogy a legalsó 90°-kal elfordított kártya hogy került oda. A beszélgetés után a mentalista megkéri a nézőt, hogy fordítsa meg összefogva a 90°-kal elfordított

lapokat képes oldalukkal felfelé, és ekkor a legfelső megfordított lap lesz a néző által kiválasztott lap, ami éppen a kiválasztandó kártya.

Nyolcadik módszer:

Ezzel a módszerrel egy kártyacsomagból a mentalista a nézővel két kártyát választ ki. Az egyik kiválasztandó kártya a kártyacsomag legalsó lapja, a másik kiválasztandó kártya a kártyacsomag legfelső lapja. A kártyacsomag hátlappal felfelé néz.

A mentalista odaad a nézőnek két úgynevezett jelölő lapot. Ez a két jelölő lap lehet például a két joker. Ezután a mentalista a hátlappal felfelé néző kártyacsomag lapjait felülről kezdve egyesével egymás után leteszi. Ha már van letett lap, amelyre lehet lapot tenni, a mentalista a következő lapot erre a letett lapra teszi. A néző bármikor megállíthatja a mentalistát a lapok letételében. Amikor a néző megállította a mentalistát a lapok letételében, a néző a letett lapokra ráteszi az egyik jokert képes felével felfelé nézve. Ezután a mentalista ráteszi a kártyacsomag maradék részét a letett lapokra, a kártyalapokat összefogja, és egy kártyacsomaggá egyesíti. Ezután a mentalista újra elkezdi egyesével letenni a kártyacsomag lapjait egymás után felülről kezdve. Ha már van letett lap, amelyre lehet lapot tenni, a mentalista a következő lapot erre a letett lapra teszi. A néző bármikor megállíthatja a mentalistát a lapok letételében. Amikor a néző megállította a mentalistát a lapok letételében, a néző a letett lapokra ráteszi a másik jokert képes felével felfelé nézve. Ezután a mentalista ráteszi a kártyacsomag maradék részét a leszámolt lapokra, a kártyalapokat összefogja, és egy kártyacsomaggá egyesíti. Ezután a mentalista szétteríti a kártyacsomag lapjait. A két joker feletti lap lesz a néző által választandó két lap.

Kilencedik módszer (hamis emelés):

Ezzel a módszerrel egy kártyacsomagból a mentalista a nézővel egy kártyát választ ki. A kiválasztandó kártya a kártyacsomag legfelső lapja. A kártyacsomag hátlappal felfelé néz.

A mentalista kezében fogja a kártyacsomagot, és a tetejéről valamennyi lapot összefogva letesz az asztalra. Ezután a kártyacsomag megmaradt részét a mentalista szintén leteszi az asztalra, távolabb, mint az előbb leemelt lapok.

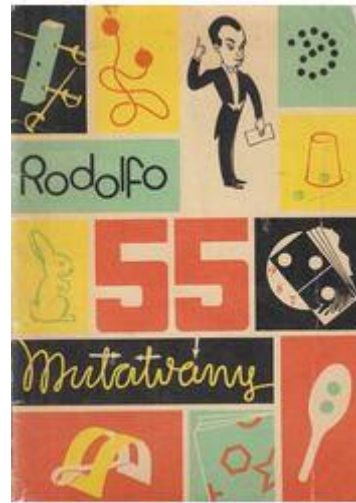
Ezután a mentalista az elsőnek leemelt lapokat ráteszi a később letett lapokra. Mindezt gyorsan végrehajtva, a nézőnek úgy tűnik, hogy az emelés valódi. Ekkor a kiválasztandó lap tulajdonképpen a kártyacsomag tetején marad, és ezt választja a néző.

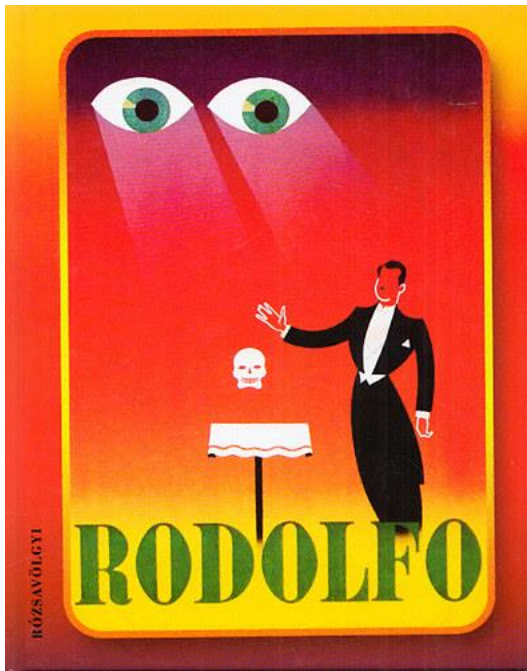
Ajánlott irodalom

A teljesség igénye nélkül felsorolok néhány forrást, ahol sok matematikai vagy logikai alapon működő, vagy valami egyszerű és ugyanakkor nagyszerű ötlet alkalmazásával mutatványt találtam:

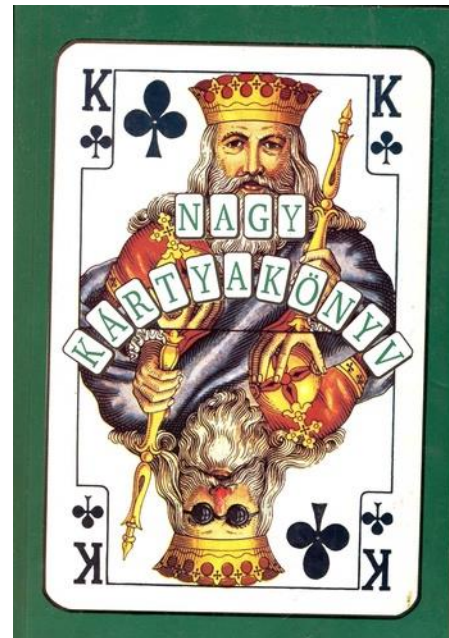
Rodolfo-kiadványok. Rodolfo az egyszerű, hétköznapi matematikát sok mutatványában alkalmazta. (könyv, interneten nehezen található pdf-formátumban) Ezekben a kiadványokban találhatóak egyszerű és nagyon összetett mutatványok.

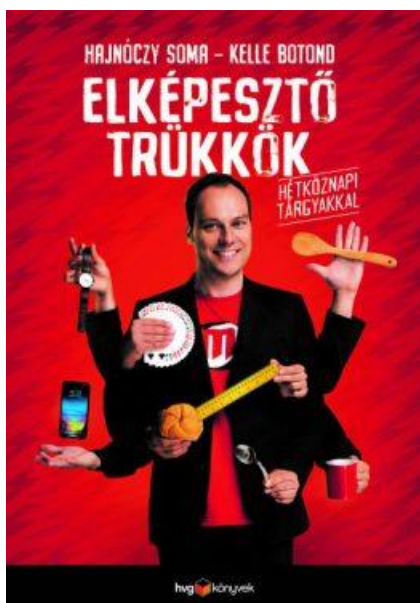




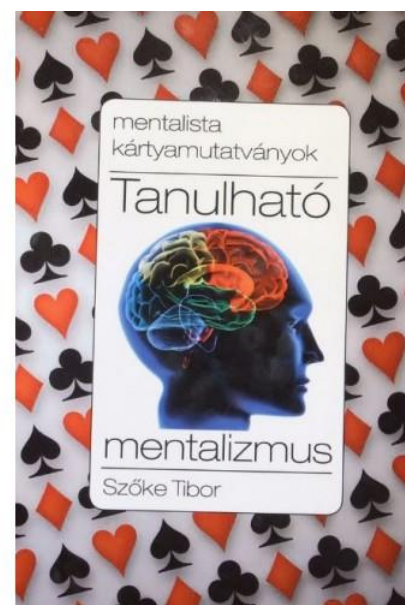


Nagy kártyakönyv: A könyv elején kártyajátékok szabályai találhatóak. A könyv végén Rodolfo ír le egyszerűbb kártyatrükköket.

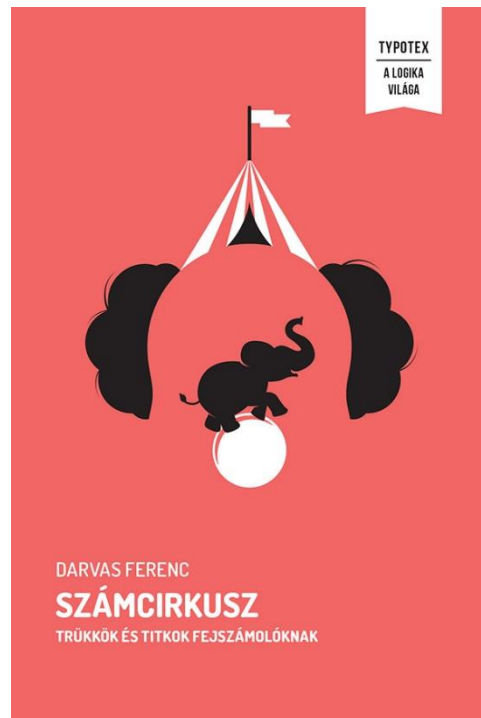




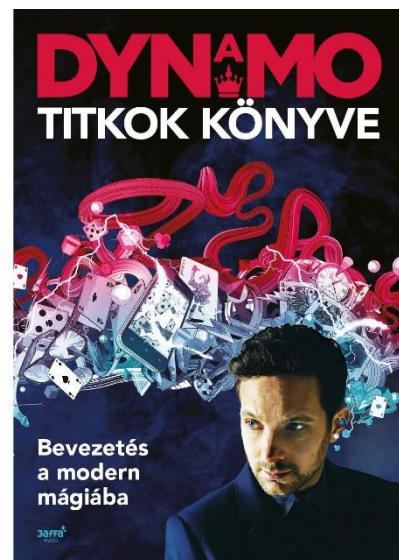
Szőke Tibor: Tanulható mentalizmus. Interneten rendelhető könyv. Jelenleg ez a legjobb ilyen jellegű írás. Sok, Szőke Tiborra jellemző extravagáns ötlet van benne, a könyvben levő mutatványokhoz nem szükségesek bűvészfogások. Ha interneten rendeljük a könyvet, a könyvben levő mutatványokat oktatóvideó formában is meg lehet nézni. Hogy mennyire mentálmatek jellegű a könyv, arra jellemző, hogy az előszót írta Gáspár Merse Előd fizikus, KöMaL egyik aktív résztvevője, aki matematikával is foglalkozik.



Darvas Ferenc: Számcirkusz. Nagyon sok érdekes és nem is olyan egyszerű aritmetikai jelenség található a könyvben. Az előszót írta: Laczkovich Miklós tanár úr.



Dynamo: Titkok könyve. Nagyon sok ötlet, és egy kis áttekintés a kortárs bűvészetről található ebben a könyvben.



Internet: (youtube):

- Rodolfo Bűvészettörténet, Rodolfo-Romhányi: Képzőbűvészet.
- Szőke Tibor (Tibsi Sz.) a youtube-on sok mutatványt ad elő, ezekhez sok klasszikus bűvészfogást használ extravagáns ötletekkel, keveset meg is magyaráz.
- Damien White sok oktatóvideót készít, egyszerű magyarázatokat ad, matematikai alapon működő mutatványokat is sokat mutat.
- Bertalan Zoltán matematikai bűvésztrükkjei, Freud Róbert tanár úr hozta létre a honlapot.
- Totally Magic, CrashMagic, Scam Nation.
- stb.

A következő oldalakon a mutatók bemutatásához szükséges ábrák találhatóak.

1. táblázat

| | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|--|----|----|----|-----|----|----|----|
| | | | | | | | ♣8 | ♣9 | | ♣J | ♣Q | |
| | ♥2 | ♥3 | ♥4 | | | | | | | ♥J | | ♥K |
| | ♠2 | ♠3 | | ♠5 | | ♠7 | ♠8 | | ♠10 | ♠J | | |
| ♦A | | ♦3 | ♦4 | | | | | ♦9 | | | | ♦K |

2. táblázat

| | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|--|----|----|----|----|-----|----|----|----|
| ♣A | | | | | | | ♣8 | | ♣10 | | | ♣K |
| ♥A | | | ♥4 | | ♥6 | ♥7 | ♥8 | ♥9 | | | ♥Q | ♥K |
| | ♠2 | ♠3 | ♠4 | | | | | | | | | ♠K |
| ♦A | | | | | ♦6 | | ♦8 | | | ♦J | ♦Q | |

3. táblázat

| | | | | | | | | | | | | |
|--|----|----|--|----|----|----|----|----|--|----|----|----|
| | | | | | ♣6 | ♣7 | | | | | ♣Q | |
| | ♥2 | | | ♥5 | ♥6 | | ♥8 | ♥9 | | | ♥Q | ♥K |
| | | | | | ♠6 | | | | | ♠J | | |
| | ♦2 | ♦3 | | ♦5 | ♦6 | ♦7 | | ♦9 | | | | |

4. táblázat

| | | | | | | | | | | | | |
|----|--|----|--|----|--|----|----|----|-----|--|----|----|
| ♣A | | ♣3 | | ♣5 | | | ♣8 | ♣9 | ♣10 | | | |
| | | | | ♥5 | | ♥7 | | ♥9 | ♥10 | | | |
| | | | | | | | ♠8 | | ♠10 | | ♠Q | ♠K |
| | | ♦3 | | | | ♦7 | | | ♦10 | | | ♦K |

5. táblázat

| | | | | | | | | | | | | |
|----|----|--|----|----|----|----|--|----|-----|----|----|----|
| | | | ♣4 | ♣5 | | | | | | ♣J | ♣Q | ♣K |
| | | | | | | ♥7 | | | | | | |
| ♠A | ♠2 | | | ♠5 | ♠6 | ♠7 | | ♠9 | | | | |
| | ♦2 | | | | ♦6 | | | | ♦10 | ♦J | ♦Q | ♦K |

6. táblázat

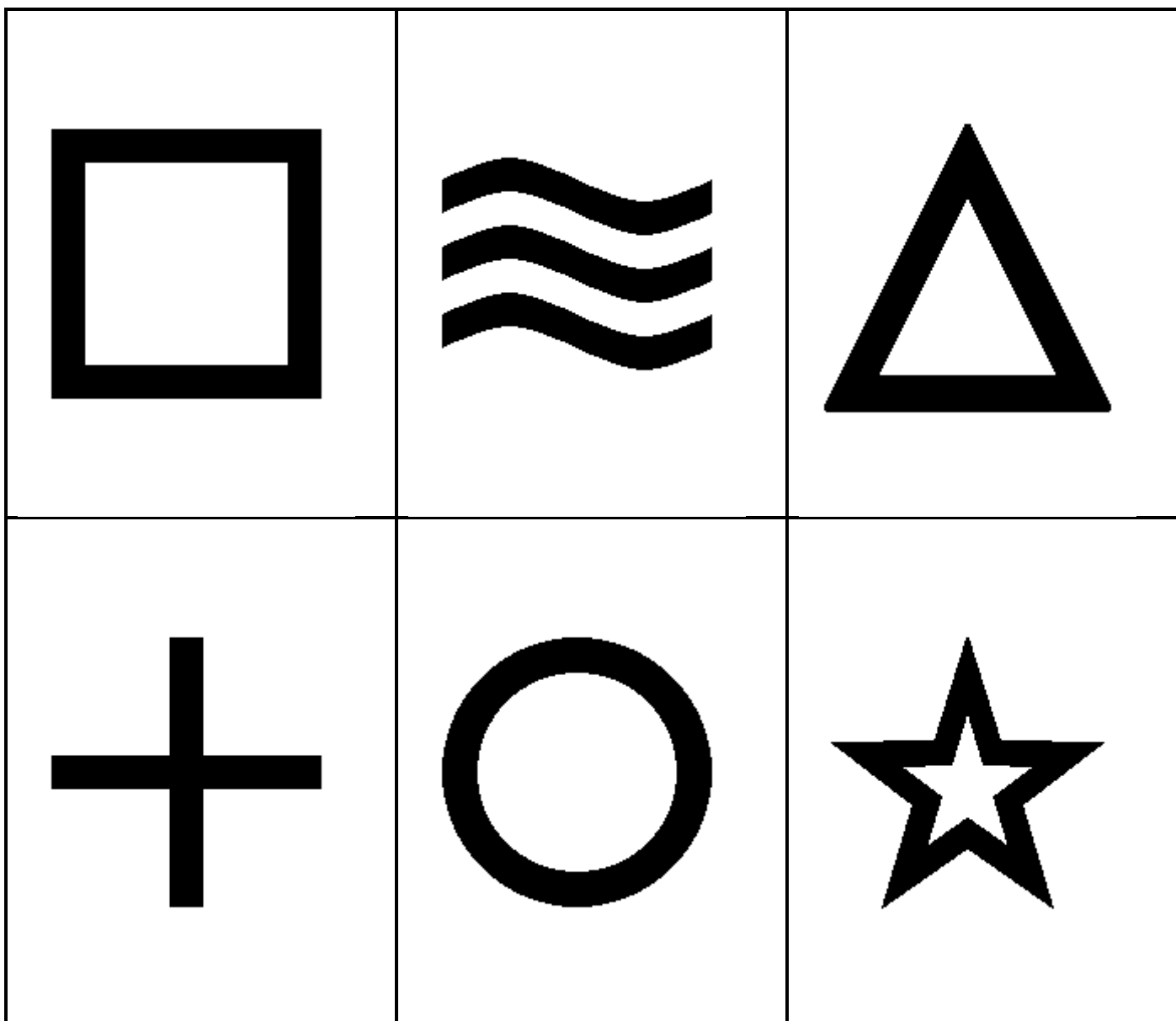
| | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|--|----|----|----|----|-----|----|----|----|
| ♣A | ♣2 | | ♣4 | | ♣6 | ♣7 | | ♣9 | | ♣J | | ♣K |
| ♥A | | ♥3 | ♥4 | | | | ♥8 | | ♥10 | ♥J | | |
| ♠A | | | | | | | | | | ♠J | ♠Q | |
| | | | | | | | ♦8 | | | | | |

7. táblázat

| | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|--|----|----|
| | ♣2 | ♣3 | | ♣5 | | ♣7 | | | | | | |
| | | ♥3 | | | | | | | ♥10 | | ♥Q | |
| ♠A | | ♠3 | ♠4 | | ♠6 | ♠7 | | ♠9 | ♠10 | | | ♠K |
| | | | ♦4 | ♦5 | | ♦7 | ♦8 | ♦9 | | | ♦Q | |

8. táblázat

| | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|--|----|----|-----|----|----|--|
| | ♣2 | ♣3 | ♣4 | | ♣6 | | | | ♣10 | | | |
| ♥A | ♥2 | | | ♥5 | ♥6 | | | | | ♥J | | |
| | | | ♠4 | ♠5 | | | ♠8 | ♠9 | | | ♠Q | |
| ♦A | ♦2 | | ♦4 | ♦5 | | | | | ♦10 | ♦J | | |



A hét törpe mutatványhoz szükséges ábrák:

HAPCI

KUKA

MORGÓ

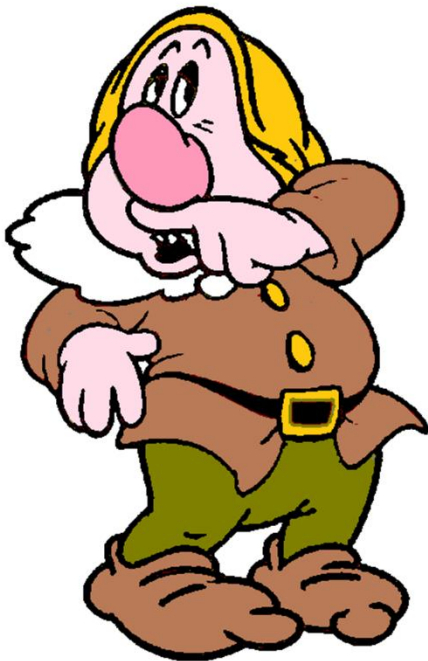
SZENDE

SZUNDI

TUDOR

VIDOR

HAPCI



HAPCI



KUKA



KUKA



MORGÓ



MORGÓ



SZENDE



SZENDE



SZUNDI



SZUNDI



TUDOR



TUDOR

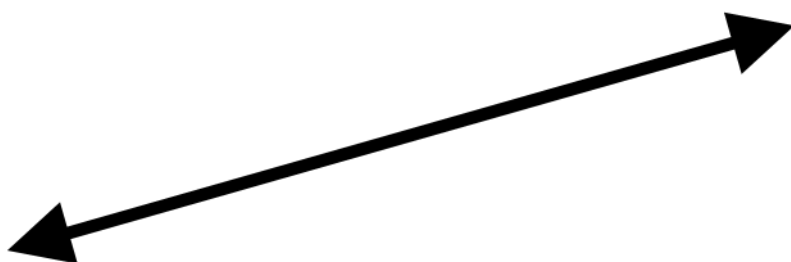
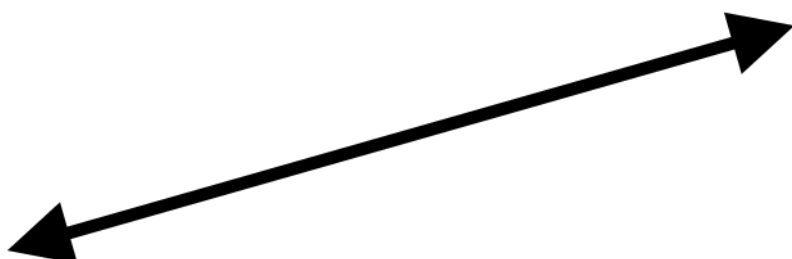
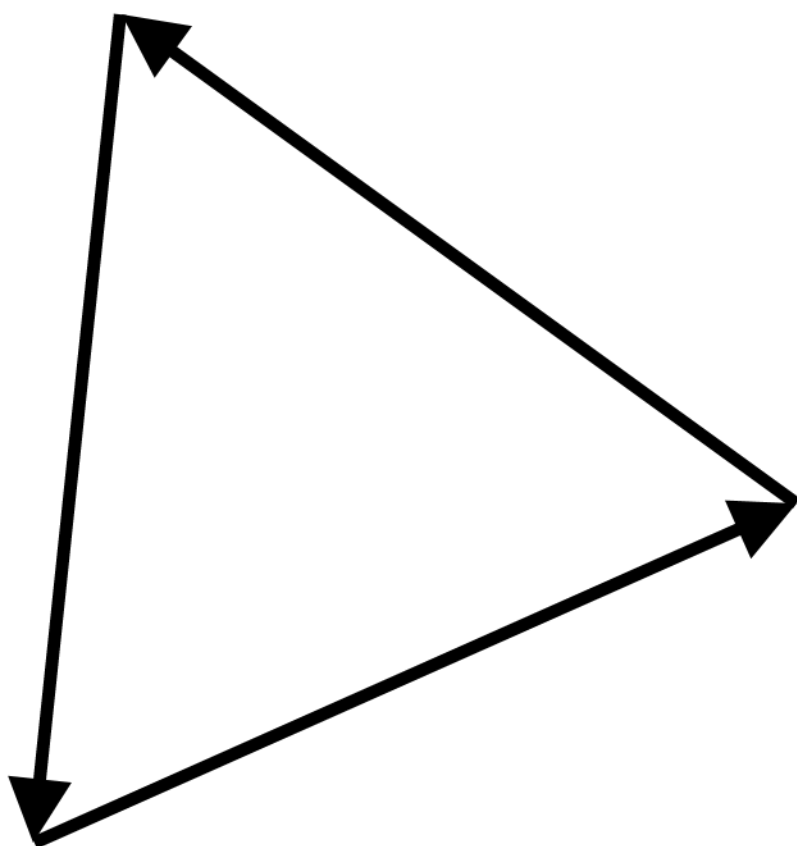


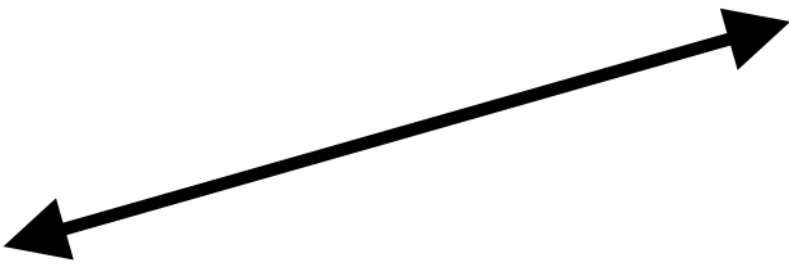
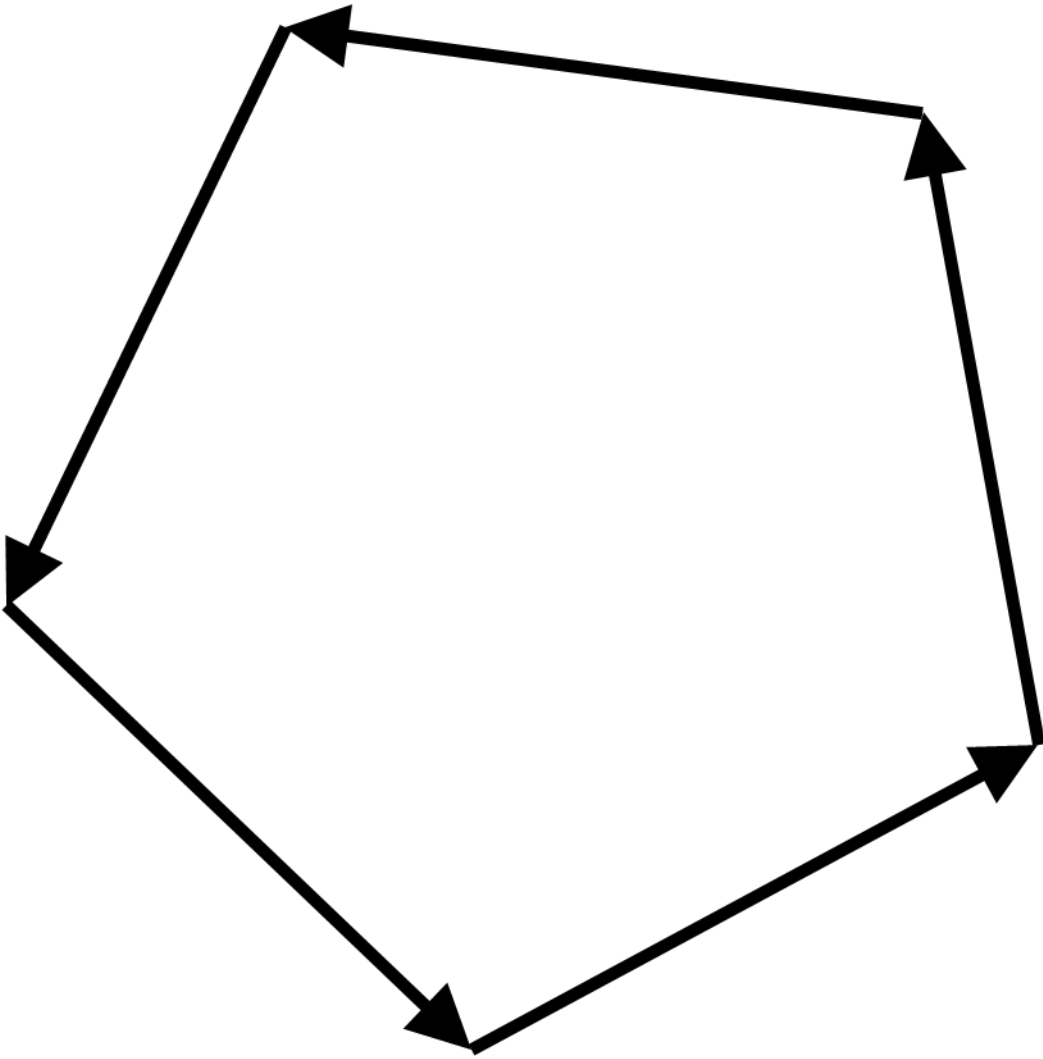
VIDOR

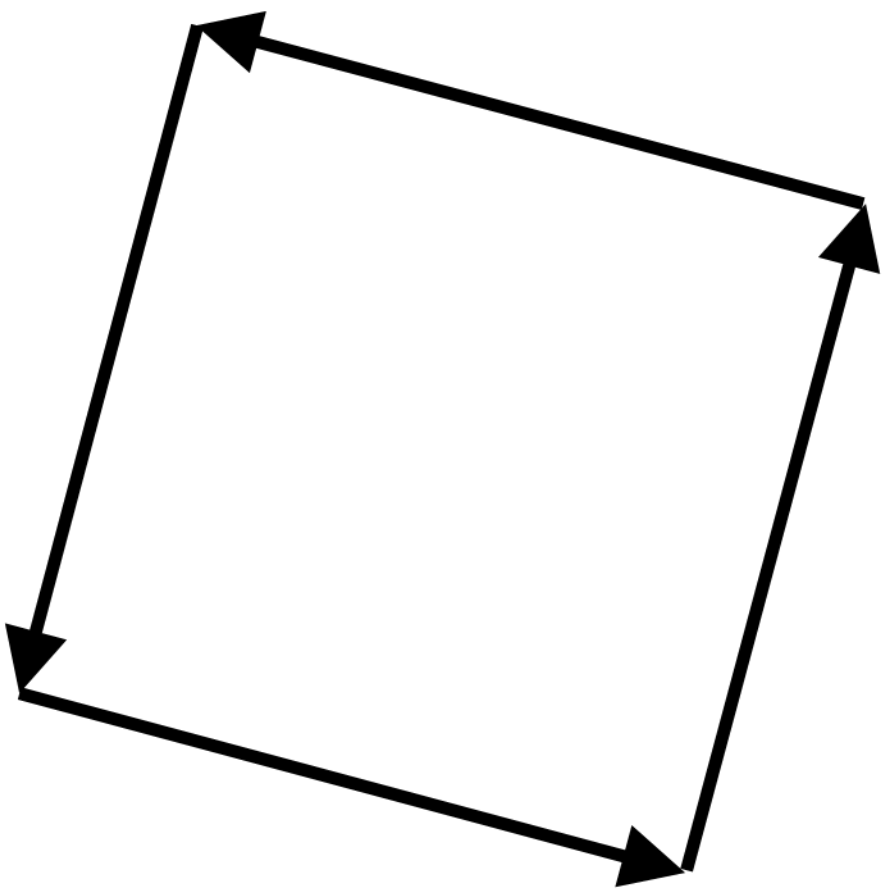
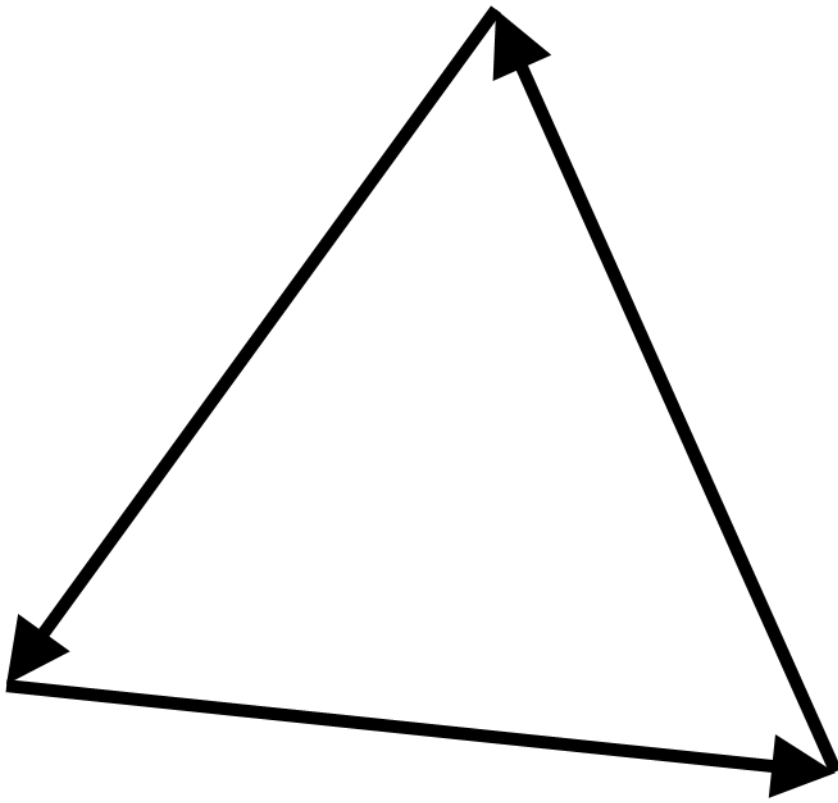


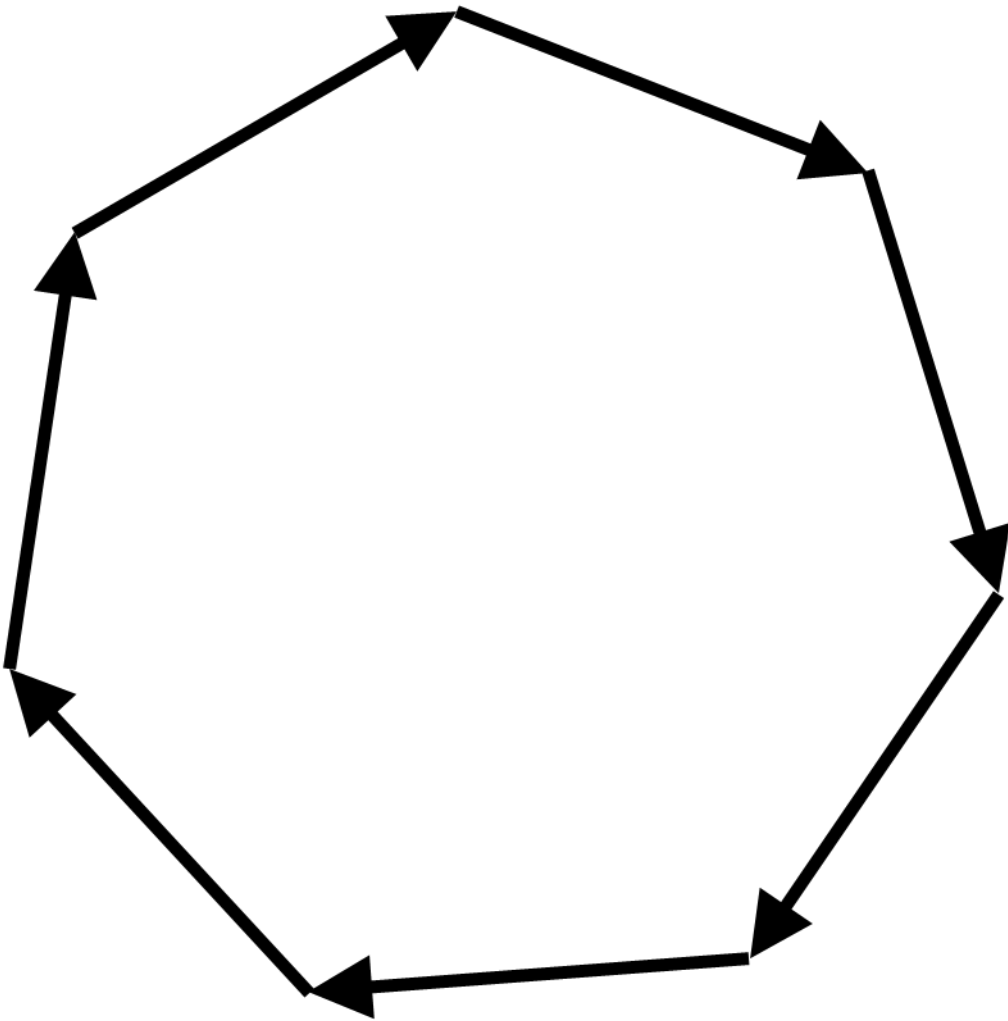
VIDOR











Magyarázat a Telepátia mutatványhoz.

Összesen 8 darab táblázat van. A táblázatokat nézegetve, észrevehető, hogy bármelyik kártya szimbóluma pontosan 3 táblázaton szerepel. Tehát egy adott kártya esetén ki kell választani a 8 darab táblázatból azt a 3 táblázatot, amelyiken szerepel az adott kártya.

- Például a „treff A” lap a 2-es, 4-es, 6-os táblázatokon szerepel, az 1-es, 3-as, 5-ös, 7-es, 8-as táblázatokon nem szerepel.
- Például a „kőr A” lap a 2-es, 6-os, 8-as táblázatokon szerepel, az 1-es, 3-as, 4-es, 5-ös, 7-es táblázatokon nem szerepel.
- Például a „pikk A” lap az 5-ös, 6-os, 7-es táblázatokon szerepel, az 1-es, 2-es, 3-as, 4-es, 8-as táblázatokon nem szerepel.
- Például a „káró A” lap az 1-es, 2-es, 8-as táblázatokon szerepel, a 3-as, 4-es, 5-ös, 6-os, 7-es táblázatokon nem szerepel.

A 8 darab táblázatból 3 darab táblázatot $8!/(3!*5!)=56$ -féleképpen lehet kiválasztani, ennyi kiválasztási lehetőség van. Tehát az 52 lapból álló kártyacsomag minden lapjához egyértelműen hozzárendelhető pontosan egy kiválasztás, egy adott laphoz tartozó kiválasztás megmutatja, hogy az adott lap melyik három táblázaton szerepel. Lényeges, hogy különböző lapokhoz különböző kiválasztások lettek hozzárendelve. Ez a hozzárendelés azonban nem kölcsönösen egyértelmű, ugyanis több a kiválasztási lehetőségek száma, mint a kártyacsomag lapjainak száma. (Kiválasztási lehetőségek száma 56, kártyalapok száma 52.) Van olyan kiválasztási lehetőség, amely nem lett hozzárendelve kártyalaphoz.

- Például nincs olyan kártyalap, amely rajta van a 3-as, 4-es, 5-ös táblázatokon, és nincs rajta az 1-es, 2-es, 6-os, 7-es, 8-as táblázatokon.
- Például nincs olyan kártyalap, amely rajta van a 3-as, 4-es, 6-os táblázatokon, és nincs rajta az 1-es, 2-es, 5-ös, 7-es, 8-as táblázatokon.
- Például nincs olyan kártyalap, amely rajta van a 3-as, 5-ös, 6-os táblázatokon, és nincs rajta az 1-es, 2-es, 4-es, 7-es, 8-as táblázatokon.
- Például nincs olyan kártyalap, amely rajta van a 4-es, 5-ös, 6-os táblázatokon, és nincs rajta az 1-es, 2-es, 3-as, 7-es, 8-as táblázatokon.

A táblázatok úgy lettek elkészítve, hogy mindegyik táblázatra teljesülnek a következő tulajdonságok:

- A táblázat első, második, harmadik, negyedik sorában ebben a sorrendben csak „treff”, „kőr”, „pikk”, „káró” színű lapok vannak.
- Bármelyik lap szimbóluma a táblázatnak csak az anyyiadik oszlopában látható, amennyi a lap értéke, más oszlopban nem látható.
- Egy táblázaton akkor látható egy adott lap szimbóluma, ha az adott laphoz hozzárendelt kiválasztásban szereplő három szám között látható a táblázat sorszáma.

Így ha a „kőr Q” laphoz a 2-3-7 kiválasztás tartozik, az azt jelenti, hogy a „kőr Q” lap a 2-es, 3-as, 7-es táblázatokon látható a második sor 12. cellájában, és az 1-es, 4-es, 5-ös, 6-os, 8-as táblázatokon nem látható. Ez azt jelenti, hogy az 1-es, 4-es, 5-ös, 6-os, 8-as táblázatok második sorának 12. cellája üres. Az 1-es, 4-es, 5-ös, 6-os, 8-as táblázatokon nyilván vannak még más üres cellák is, de csak a második sor 12. cellájára, azaz a „kőr Q” lapnak megfelelő cellára teljesül, hogy az 1-es, 4-es, 5-ös, 6-os, 8-as táblázatok mindegyikén üres.

A néző megmondta, hogy az általa gondolt kártyalap szimbóluma melyik 3 táblázaton látható, illetve melyik 5 táblázaton nem látható. A mentalista magához veszi azt az 5 táblázatot, amelyiken a néző által gondolt kártyalap szimbóluma nem látható. A mentalista a nála levő 5 táblázatot egymásra helyezi, ekkor az egymásra helyezett táblázatokban pontosan egy cella lesz üres. Ha ez a cella a táblázat első/második/harmadik/negyedik sorában van, akkor a néző által gondolt lap színe „treff”/„kőr”/„pikk”/„káró”, és a néző által gondolt lap értéke anyyi, ahányadik oszlopban van ez a cella.

A kártyák és a kiválasztások közötti hozzárendelést az alábbi táblázat mutatja:

| | | | |
|-------------------|-----------------|------------------|------------------|
| „treff A” → 2-4-6 | „kőr A” → 2-6-8 | „pikk A” → 5-6-7 | „káró A” → 1-2-8 |
| „treff 2” → 6-7-8 | „kőr 2” → 1-3-8 | „pikk 2” → 1-2-5 | „káró 2” → 3-5-8 |
| „treff 3” → 4-7-8 | „kőr 3” → 1-6-7 | „pikk 3” → 1-2-7 | „káró 3” → 1-3-4 |
| „treff 4” → 5-6-8 | „kőr 4” → 1-2-6 | „pikk 4” → 2-7-8 | „káró 4” → 1-7-8 |
| „treff 5” → 4-5-7 | „kőr 5” → 3-4-8 | „pikk 5” → 1-5-8 | „káró 5” → 3-7-8 |
| „treff 6” → 3-6-8 | „kőr 6” → 2-3-8 | „pikk 6” → 3-5-7 | „káró 6” → 2-3-5 |
| „treff 7” → 3-6-7 | „kőr 7” → 2-4-5 | „pikk 7” → 1-5-7 | „káró 7” → 3-4-7 |
| „treff 8” → 1-2-4 | „kőr 8” → 2-3-6 | „pikk 8” → 1-4-8 | „káró 8” → 2-6-7 |
| „treff 9” → 1-4-6 | „kőr 9” → 2-3-4 | „pikk 9” → 5-7-8 | „káró 9” → 1-3-7 |

| | | | |
|--------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| „treff 10” → 2-4-8 | „kőr 10” → 4-6-7 | „pikk 10” → 1-4-7 | „káró 10” → 4-5-8 |
| „treff J” → 1-5-6 | „kőr J” → 1-6-8 | „pikk J” → 1-3-6 | „káró J” → 2-5-8 |
| „treff Q” → 1-3-5 | „kőr Q” → 2-3-7 | „pikk Q” → 4-6-8 | „káró Q” → 2-5-7 |
| „treff K” → 2-5-6 | „kőr K” → 1-2-3 | „pikk K” → 2-4-7 | „káró K” → 1-4-5 |

Nincs olyan kártyalap, amelyhez a 3-4-5, 3-4-6, 3-5-6, 4-5-6 kiválasztás tartozik.

Magyarázat a Párválasztás mutatványhoz.

A mentalista a kártyalapokat úgy rakja sorba a mutatvány előtt, hogy a szimbólumok periodikusan ismétlődjenek. Ez azt jelenti, hogy a 10 lapból álló kártyacsomagban az első 5 lapon levő szimbólumok sorrendje és a második 5 lapon levő szimbólumok sorrendje ugyanaz. Tetszőleges emelgetés után a kártyacsomagban a szimbólumok sorrendje továbbra is periodikus lesz. Amikor a néző az emelgetések után a kártyacsomag tetejéről bal oldalra leszámol 5 lapot, akkor a leszámolt lapok sorrendje megfordul. A néző a megmaradt 5 lapot egyszerre leteszi a jobb oldalra, ennek az 5 lapnak a sorrendje nem fordul meg.

A bal oldalon is 5 lap van és a jobb oldalon is 5 lap van. A bal oldalon levő 5 lap sorrendje és a jobb oldalon levő 5 lap sorrendje egymás fordítottja.

Legyen a bal oldali 5 lapon levő ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

A1, A2, A3, A4, A5.

Legyen a jobb oldali 5 lapon levő ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

A5, A4, A3, A2, A1.

A néző az $x_1=4$ számot bontja fel két nemnegatív egész szám összegére, $x_1=p_1+q_1$.

A néző az $x_1=4$ szám helyett az $x_1=4+5 \cdot k_1$ számot is felbonthatja két egész szám összegére, ahol k_1 tetszőleges nemnegatív egész szám.

$p_1=0, q_1=4$.

Ekkor, miután a néző leszámolja egyesével a csomagok tetejéről a csomagok aljára a lapokat, a két csomagban következő lesz az ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

Bal oldali csomag: A1, A2, A3, A4, A5.

Jobb oldali csomag: A1, A5, A4, A3, A2.

$p_1=1, q_1=3.$

Ekkor, miután a néző leszámolja egyesével a csomagok tetejéről a csomagok aljára a lapokat, a két csomagban következő lesz az ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

Bal oldali csomag: A2, A3, A4, A5, A1.

Jobb oldali csomag: A2, A1, A5, A4, A3.

$p_1=2, q_1=2.$

Ekkor, miután a néző leszámolja egyesével a csomagok tetejéről a csomagok aljára a lapokat, a két csomagban következő lesz az ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

Bal oldali csomag: B3, B4, B5, B1, B2.

Jobb oldali csomag: B3, B2, B1, B5, B4.

$p_1=3, q_1=1.$

Ekkor, miután a néző leszámolja egyesével a csomagok tetejéről a csomagok aljára a lapokat, a két csomagban következő lesz az ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

Bal oldali csomag: A4, A5, A1, A2, A3.

Jobb oldali csomag: A4, A3, A2, A1, A5.

$p_1=4, q_1=0.$

Ekkor, miután a néző leszámolja egyesével a csomagok tetejéről a csomagok aljára a lapokat, a két csomagban következő lesz az ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

Bal oldali csomag: A5, A1, A2, A3, A4.

Jobb oldali csomag: A5, A4, A3, A2, A1.

Mindegyik esetben a bal oldali 5 lapból álló csomag és a jobb oldali 5 lapból álló csomag felső lapján levő ábra ugyanaz. A néző ezt a két egyforma ábrájú felső lapot veszi el, és teszi egymásra az asztal közepére.

A bal oldalon is 4 lap van és a jobb oldalon is 4 lap van. A bal oldalon levő 4 lap sorrendje és a jobb oldalon levő 4 lap sorrendje egymás fordítottja.

Legyen a bal oldali 4 lapon levő ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:
B1, B2, B3, B4.

Legyen a jobb oldali 4 lapon levő ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:
B4, B3, B2, B1.

A néző az $x_2=3$ számot bontja fel két nemnegatív egész szám összegére.
($x_2=p_2+q_2$)

$p_2=0, q_2=3$.

Ekkor, miután a néző leszámolja egyesével a csomagok tetejéről a csomagok aljára a lapokat, a két csomagban következő lesz az ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

Bal oldali csomag: B1, B2, B3, B4.

Jobb oldali csomag: B1, B4, B3, B2.

$p_2=1, q_2=2$.

Ekkor, miután a néző leszámolja egyesével a csomagok tetejéről a csomagok aljára a lapokat, a két csomagban következő lesz az ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

Bal oldali csomag: B2, B3, B4, B1.

Jobb oldali csomag: B2, B1, B4, B3.

$p_2=2, q_2=1$.

Ekkor, miután a néző leszámolja egyesével a csomagok tetejéről a csomagok aljára a lapokat, a két csomagban következő lesz az ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

Bal oldali csomag: B3, B4, B1, B2.

Jobb oldali csomag: B3, B2, B1, B4.

$p_2=3, q_2=0.$

Ekkor, miután a néző leszámolja egyesével a csomagok tetejéről a csomagok aljára a lapokat, a két csomagban következő lesz az ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

Bal oldali csomag: B4, B1, B2, B3.

Jobb oldali csomag: B4, B3, B2, B1.

Mindegyik esetben a bal oldali 4 lapból álló csomag és a jobb oldali 4 lapból álló csomag felső lapján levő ábra ugyanaz. A néző ezt a két egyforma ábrájú felső lapot veszi el, és teszi egymásra az asztal közepére az előbb odatett lapok mellé.

A bal oldalon is 3 lap van és a jobb oldalon is 3 lap van. A bal oldalon levő 3 lap sorrendje és a jobb oldalon levő 3 lap sorrendje egymás fordítottja.

Legyen a bal oldali 3 lapon levő ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

C1, C2, C3.

Legyen a jobb oldali 3 lapon levő ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

C3, C2, C1.

A néző az $x_3=2$ számot bontja fel két nemnegatív egész szám összegére.

$(x_3=p_3+q_3)$

$p_3=0, q_3=2.$

Ekkor, miután a néző leszámolja egyesével a csomagok tetejéről a csomagok aljára a lapokat, a két csomagban következő lesz az ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

Bal oldali csomag: C1, C2, C3.

Jobb oldali csomag: C1, C3, C2.

$p_3=1, q_3=1.$

Ekkor, miután a néző leszámolja egyesével a csomagok tetejéről a csomagok aljára a lapokat, a két csomagban következő lesz az ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

Bal oldali csomag: C2, C3, C1.

Jobb oldali csomag: C2, C1, C3.

$p_3=2, q_3=0$.

Ekkor, miután a néző leszámolja egyesével a csomagok tetejéről a csomagok aljára a lapokat, a két csomagban következő lesz az ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

Bal oldali csomag: C3, C1, C2.

Jobb oldali csomag: C3, C2, C1.

Mindegyik esetben a bal oldali 3 lapból álló csomag és a jobb oldali 3 lapból álló csomag felső lapján levő ábra ugyanaz. A néző ezt a két egyforma ábrájú felső lapot veszi el, és teszi egymásra az asztal közepére az előbb odatett lapok mellé.

A bal oldalon is 2 lap van és a jobb oldalon is 2 lap van. A bal oldalon levő 2 lap sorrendje és a jobb oldalon levő 2 lap sorrendje egymás fordítottja.

Legyen a bal oldali 2 lapon levő ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

D1, D2.

Legyen a jobb oldali 2 lapon levő ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

D2, D1.

A néző az $x_4=1$ számot bontja fel két nemnegatív egész szám összegére.

$(x_4=p_4+q_4)$

$p_4=0, q_4=1$.

Ekkor, miután a néző leszámolja egyesével a csomagok tetejéről a csomagok aljára a lapokat, a két csomagban következő lesz az ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

Bal oldali csomag: D1, D2.

Jobb oldali csomag: D1, D2.

$p_4=1, q_4=0$.

Ekkor, miután a néző leszámolja egyesével a csomagok tetejéről a csomagok aljára a lapokat, a két csomagban következő lesz az ábrák sorrendje felülről lefelé haladva:

Bal oldali csomag: D2, D1.

Jobb oldali csomag: D2, D1.

Mindegyik esetben a bal oldali 2 lapból álló csomag és a jobb oldali 2 lapból álló csomag felső lapján levő ábra ugyanaz. A néző ezt a két egyforma ábrájú felső lapot veszi el, és teszi egymásra az asztal közepére az előbb odatett lapok mellé.

Mindegyik esetben mindkét csomag megmaradt lapján az ábrák ugyanazok.

Ez az indoklás csak nemnegatív egészek esetén érvényes, de negatív egész számok esetén is hasonló az indoklás.

Zárógondolatok: Köszönöm szépen társamnak, Berkó Erzsébet tanárnőnek a lelkiismeretes és odaadó segítségét, köszönöm a Bolyai Társulatnak, hogy lehetőséget biztosított arra, hogy az előadást ketten megtartsuk. Bízok benne, hogy ezzel az előadással sikerült felkelteni az érdeklődést a mentálmatek iránt. Az érdeklődőknek kívánok eredményekben és sikerekben gazdag kitartó kutató munkát.

Bertalan Zoltán.