

A matematikatanulás alapjainak megteremtése

A megismerő funkciók és a matematikai
gondolkodás fejlesztése

Készítette: Cséplő Aliz – óvodapedagógus

Horváth Villő Viola – 1. évfolyamos tanító hallgató

Rapavi Rebeka – 1. évfolyamos tanító hallgató

Gondolkodás fejlesztése mesékkel

Tapasztalati következtetés

- A következtetés a kritikus kognitív képességek egyike, sok formája van.
- A szóbeli tapasztalati szintű következtetés kizárólag a mindennapi helyzetek nyelvhasználatára és a gyermek személyes tapasztalataira épít. A logika alapvető következtetési sémái képezik a következtetés alapját, de ezekről a sémákról nem feltételez semmiféle tudást a következtetés szóbeli tapasztalati szintje.
- Óvodás és iskolás gyermekek egy része nem érti, illetve nem tudja megfelelően használni ezeket a sémákat a képesség relatív egyszerűsége ellenére sem. Ez komoly elmaradást okozhat az iskolában, mivel akadályozhatja a szövegértés minden formáját.

A kijelentés-logikai következtetések

- A klasszikus kétértékű logika rendszerében az alapegységek a kijelentések, állítások nyelvi formájukban kijelentő mondatok. Ezen logika következtetési sémái közül most a kétpremisszás következtetésekkel foglalkozunk, azaz azzal a típussal, melyben kettő, egymás után felsorolt állítás felel meg a két premisszának, a feltételeknek, ezek alapján lehet megfogalmazni a következményt, azaz konklúziót. A kétpremisszás következtetések legegyszerűbb formáiban az első premissza egy összetett kijelentés, a második premissza pedig egytagú, az összetett kijelentés első vagy második állítása, vagy tagadott formája.

- „lépés”: Ha esik az eső, akkor fúj a szél. Most esik az eső, tehát fúj a szél.
- „visszalépés”: Ha esik az eső, akkor fúj a szél. Most nem esik az eső, tehát nem fúj a szél.
- „választás”: Vagy esik az eső, vagy fúj a szél. Most nem esik az eső, tehát fúj a szél.

Vagy esik az eső, vagy fúj a szél. Most nem fúj a szél, tehát esik az eső.

- „lánc”: Ha esik az eső, akkor fúj a szél, és ha fúj a szél, akkor rossz idő van. Tehát ha esik az eső, akkor rossz idő van.

Predikátumlogikai következtetések

- Fontos helyet kapnak a következtetések rendszerében a predikátumlogikai következtetések is. Abban különböznek az előzőtől, hogy bennük olyan nyelvi szerkezet szerepel, amely az állítás érvényességét minden lehetséges esetre kiterjeszti, illetve hangsúlyozza azt, hogy létezik olyan eset, amelyre igaz az állítás.
- A predikátumlogikai következtetések között most a kijelentés-logikai következtetésekhez hasonlóan a négy típust szeretnék bemutatni köznyelvi példával. Az első premissza általános állítás, a második pedig egy meghatározott személyre vagy dologra vonatkozik. A P , Q illetve az R az állítmányokat, az x a kijelentés alanyát jelöli.

- „lépés”: Minden, ha P, akkor Q is. Az x P, tehát Q is. -> Minden madár fészket rak. A fekete rigó madár, tehát fészket rak.
- „visszalépés”: Minden, ha P, akkor Q is. Az x nem Q, tehát nem is P. -> Minden madár fészket rak. A tigris nem rak fészket, tehát nem madár.
- „választás”: Minden vagy P, vagy nem Q. Az x nem P, tehát nem Q. -> Minden vagy madár, vagy nem rak fészket. A tigris nem madár, tehát nem rak fészket.
- „lánc”: Minden, ha P, akkor Q is, és ha Q, akkor R is. Tehát minden, ha P, akkor R is. -> Minden madár fészket rak, és ami fészket rak, az tojást tojik. Tehát minden madár tojást tojik.

A fejlődés segítése mesékkel

Az óvodáskorban valamint az iskoláskor elején a nyelvi-logikai fejlesztés legmegfelelőbb eszköze a csoportos beszélgetés, mely az óvodában a meséléshez, mondókákhoz, játékhoz, de akár a mindennapi óvodai élethez is kapcsolódhat. A mesék kapcsán kezdeményezhetünk csoportos beszélgetéseket, amik segítenek a gondolkodás fejlesztésében. A 4-8 évesek körében a gondolkodásfejlesztés csak a konkrét tartalmak, élmények segítségével történhet, és ebben nagy segítségünkre vannak a mesék.

A fejlődés elősegítésére úgynevezett gondolatbefejező beszélgetéseket folytatunk. Bármilyen rövid mesét kiválaszthatunk, és azt felolvassuk a gyermekeknek. Érdeemes arra ügyelni, hogy kihangsúlyozzuk a logikai kötőszavakat. A mese felolvasása után a négy típus szerkezetének megfelelően a mesét felhasználva alkotunk állításokat. A lényeg az, hogy gyerekek következtetést vonjanak le.

A gyáva nyúl

A nyúl azon kesergett, hogy milyen javíthatatlanul gyáva, és minden elől elfut.

Megfogadta, hogy ezentúl bátrabban fog viselkedni. Ám ekkor zajt hallott, s hanyatt-homlok elszaladt. Egy tó partjához ért, ahol a békák, amint meghallották, hogy közeledik valaki, beugrottak a vízbe és elrejtőztek az iszapban.

- Még szerencse – vigasztalta magát a nyúl - , hogy lehetek akármilyen gyáva, mindig lesz olyan, aki még nálam is jobban fél.

- Ha a nyúl megijed valamitől, akkor elszalad. A nyúl megijedt valamitől, tehát...
- Ha békák nem ijednek meg valamitől, akkor nem rejtőznek az iszapban. A békák elrejtőztek az iszapban, tehát...
- Vagy nem ijednek meg a békák, vagy elrejtőznek az iszapban. A békák még nem rejtőztek el az iszapban, tehát...
- Ha a békák egy nagyobb állatot látnak, akkor megijednek, és ha megijednek, akkor elrejtőznek az iszapban. Tehát, ha a békák egy nagyobb állatot látnak, akkor...

Két kiskecske

Két kiskecske szembetalálkozott a patak keskeny hídján. Olyan keskeny volt a híd, hogy nem fértek el egymás mellett.

- Vissza, vissza! – szólt az egyik.

- Hát még mit nem? Öregebb vagyok mint te. Úgy illik, hogy te fordulj vissza.

- Igen ám, de én léptem előbb a hídra.

Visszafordulni egyik sem akart. Vadul nekimentek egymásnak, és verekedni kezdtek. Csúszós volt a híd, és mindketten belepottyantak a vízbe.

- Ha a kiskecskék megcsúsznak a hídon verekedés közben, akkor belepottyannak a vízbe. A kiskecskék megcsúsztak a hídon verekedés közben, tehát...
- Ha a kiskecskék nem csúsznak meg verekedés közben a hídon, akkor nem pottyannak bele a vízbe. A kiskecskék még nem pottyantak bele a vízbe, tehát...
- Vagy megcsúsznak a kiskecskék verekedés közben a hídon, vagy nem pottyannak bele a vízbe. A kiskecskék még nem pottyantak bele a vízbe, tehát...
- Ha a kiskecskék összeverekednek a csúszós hídon, akkor megcsúsznak, és ha megcsúsznak, akkor belepottyannak a vízbe. Tehát, ha a kiskecskék összeverekednek a csúszós hídon, akkor...

Forrás

- Nagy József (2009): *Fejlesztés mesékkal. Az anyanyelv, a gondolkodás fejlődésének segítése mesékkal 4-8 éves életkorban.* Mozaik Kiadó, Szeged

Dobble – Készítsük magunknak!

Felépítése

- Az alapjáték 55 kártyából és 57 ábrából áll.
- Mindegyik kártyán 8 különböző szimbólum található.
- A kártyák fontos tulajdonsága, hogy közülük bármely kettőt kiválasztva pontosan egy olyan szimbólum van, amely mind a két kártyán megtalálható.



Mit fejleszt a játék?

- Szelektív vizuális figyelmet
- Szókincset
- Reakcióidőt
- Komplexen fejleszti a figyelmet, a koncentrációt, a kitartást, a gyorsaságot, a szem-kéz koordinációt, a finommotorikát, az alakfelismerést stb.

Matematikai háttere

- geometriai alapja: a véges projektív síkok

- *Véges projektív sík fogalma:*

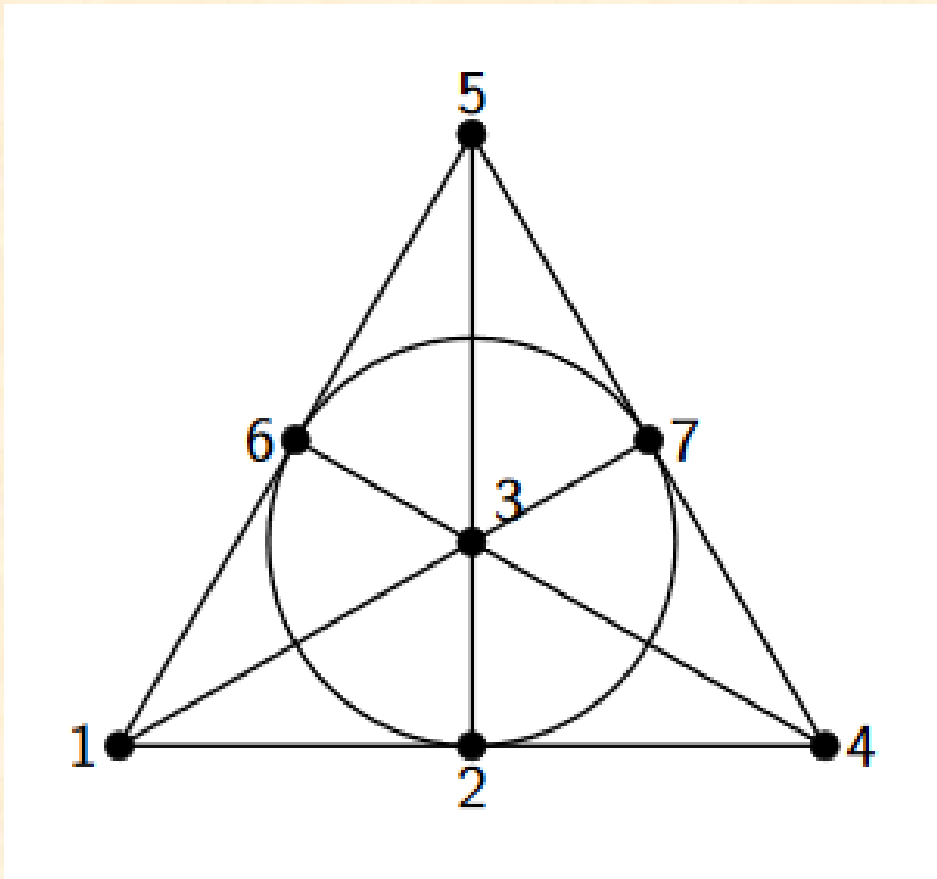
- A projektív síkgeometriában vannak pontok, egyenesek és köztük egy illeszkedésireláció. A projektív síkgeometria illeszkedési axiómái a következőek:

- ❖ 1. Tetszőleges két különböző ponthoz, pontosan egy egyenes tartozik, amire illeszkedik mindkét pont.
 - ❖ 2. Tetszőleges két különböző egyeneshez, pontosan egy pont tartozik, ami illeszkedik mindkét egyenesre.
 - ❖ 3. Minden egyenesre legalább három pont illeszkedik.
 - ❖ 4. Van három olyan pont, ami nem illeszkedik egy egyenesre.

- a projektív síkok rendje meghatározza az ábrák és a kártyák számát
 - *Tétel:* Ha a véges projektív síknak van olyan egyenese, amelyre $n+1$ pont illeszkedik (ahol n a projektív sík rendje), akkor
 - (1) a sík minden egyenesén $n+1$ pont van;
 - (2) a sík minden pontján $n+1$ egyenes megy át;
 - (3) a sík összesen n^2+n+1 pontot és
 - (4) összesen n^2+n+1 egyenest tartalmaz.
- nem lehet akárhány ábrával készíteni a Dobble-t: pl. 6-od és 10-ed rendű projektív sík nem létezik, azaz nem lehet 7- és 11 ábra/kártya szerkezetű a Dobble
- ettől magasabb ábraszám/kártya szerkezetű Dobble-t csak akkor tudunk konstruálni, ha a projektív sík rendje prímszám

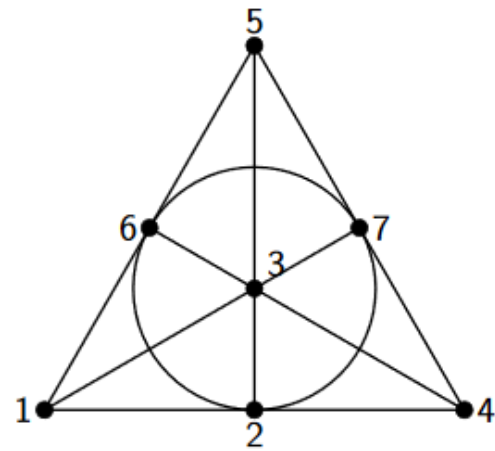
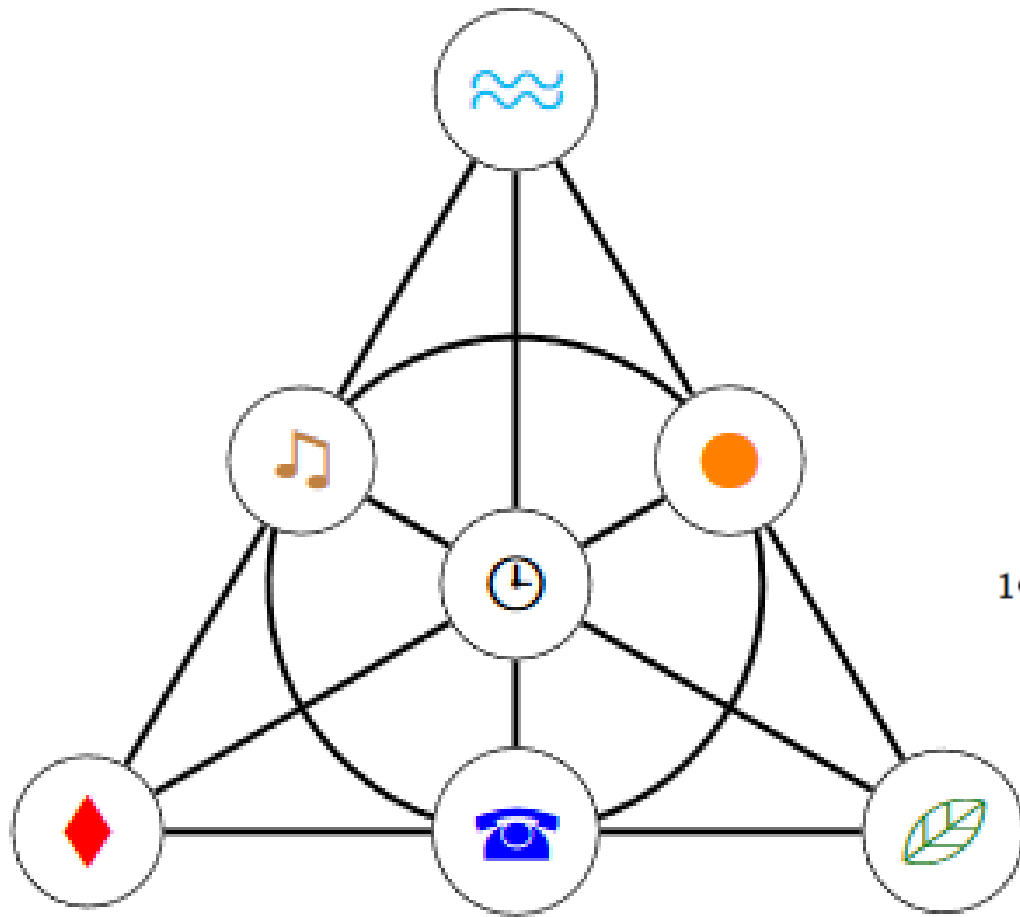
Hogyan készítsünk Dobble-t ezek alapján?

Legegyszerűbb projektív sík – másodrendű projektív sík – pl. a Fano-sík



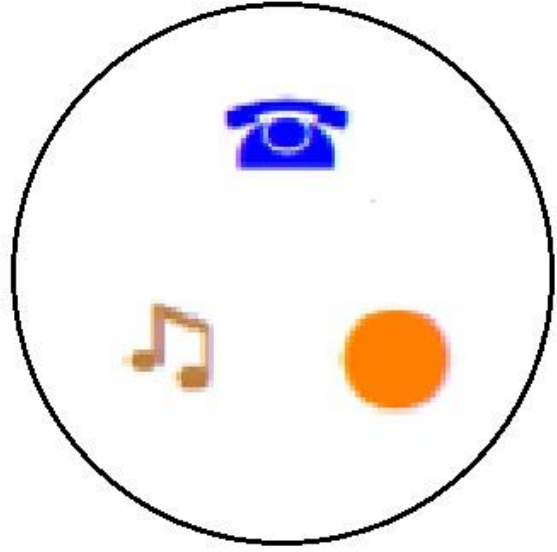
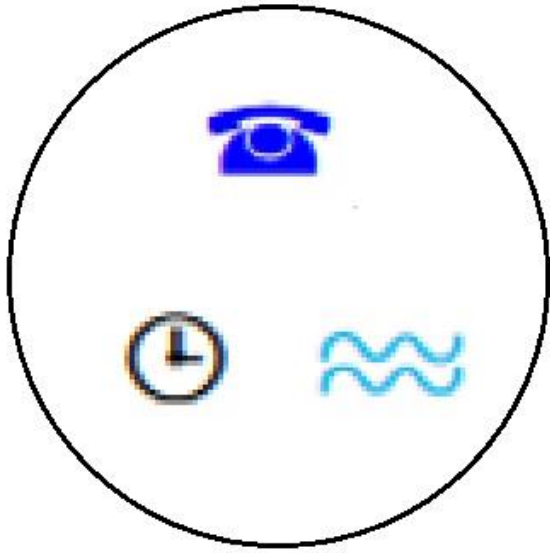
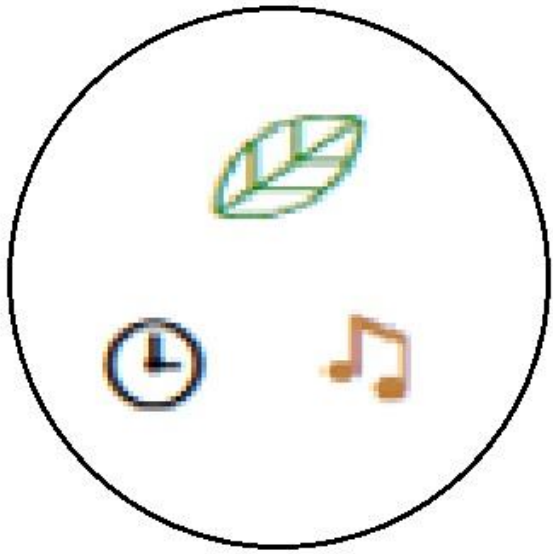
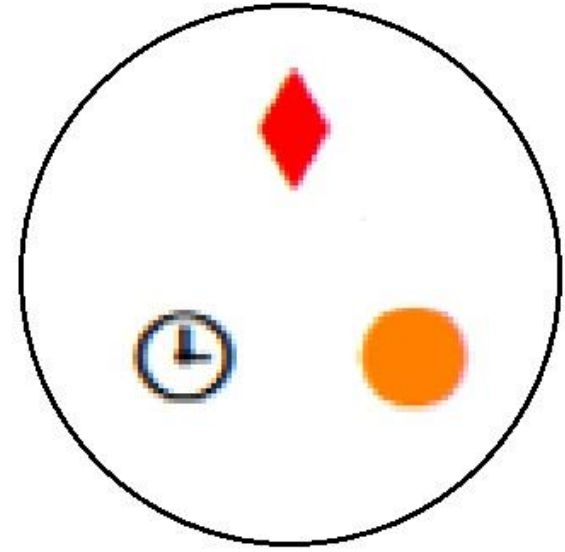
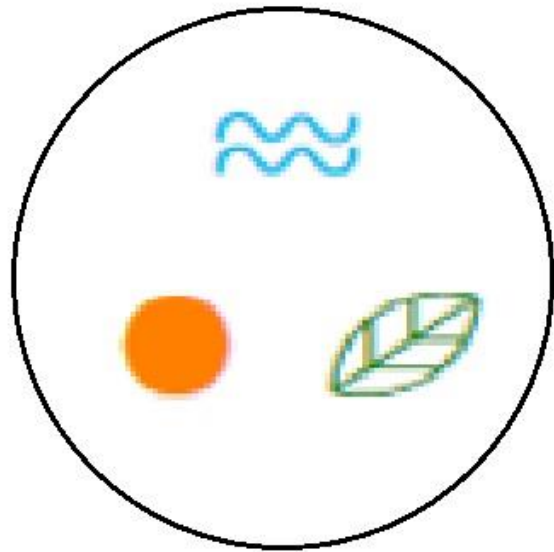
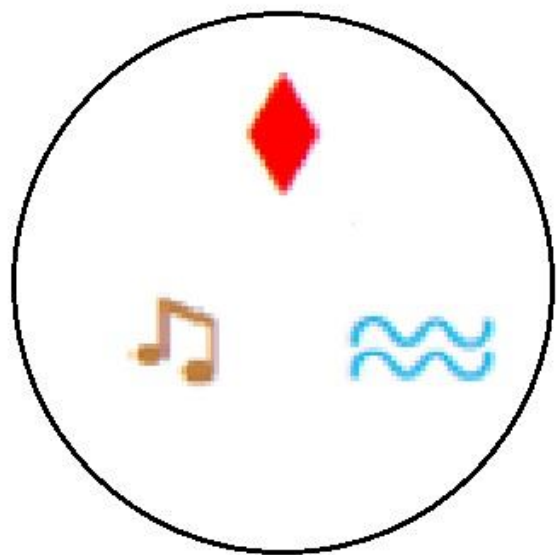
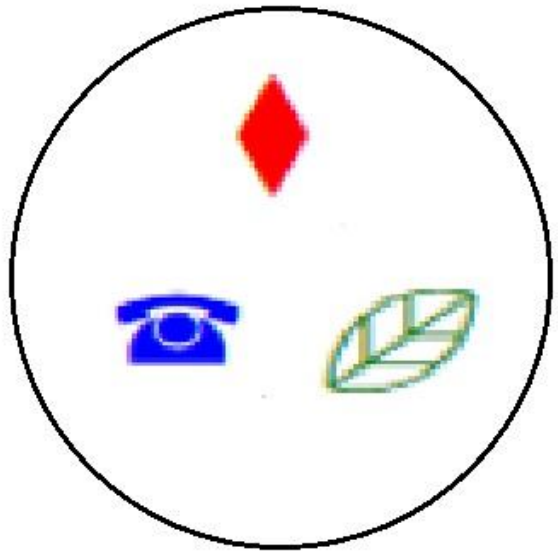
- Pont = Ábra
 - Egyenes = Kártya
 - Bármely két kártyán pontosan egy közös ábra van.
 - Bármely két különböző ábra pontosan egy kártyán szerepel egyszerre.
-
- 7 pont (=7 ábra)
 - 7 egyenes (=7 kártya)
 - 3 rajz van 1 kártyán
 - 1 rajz 3 kártyán szerepel

Például:

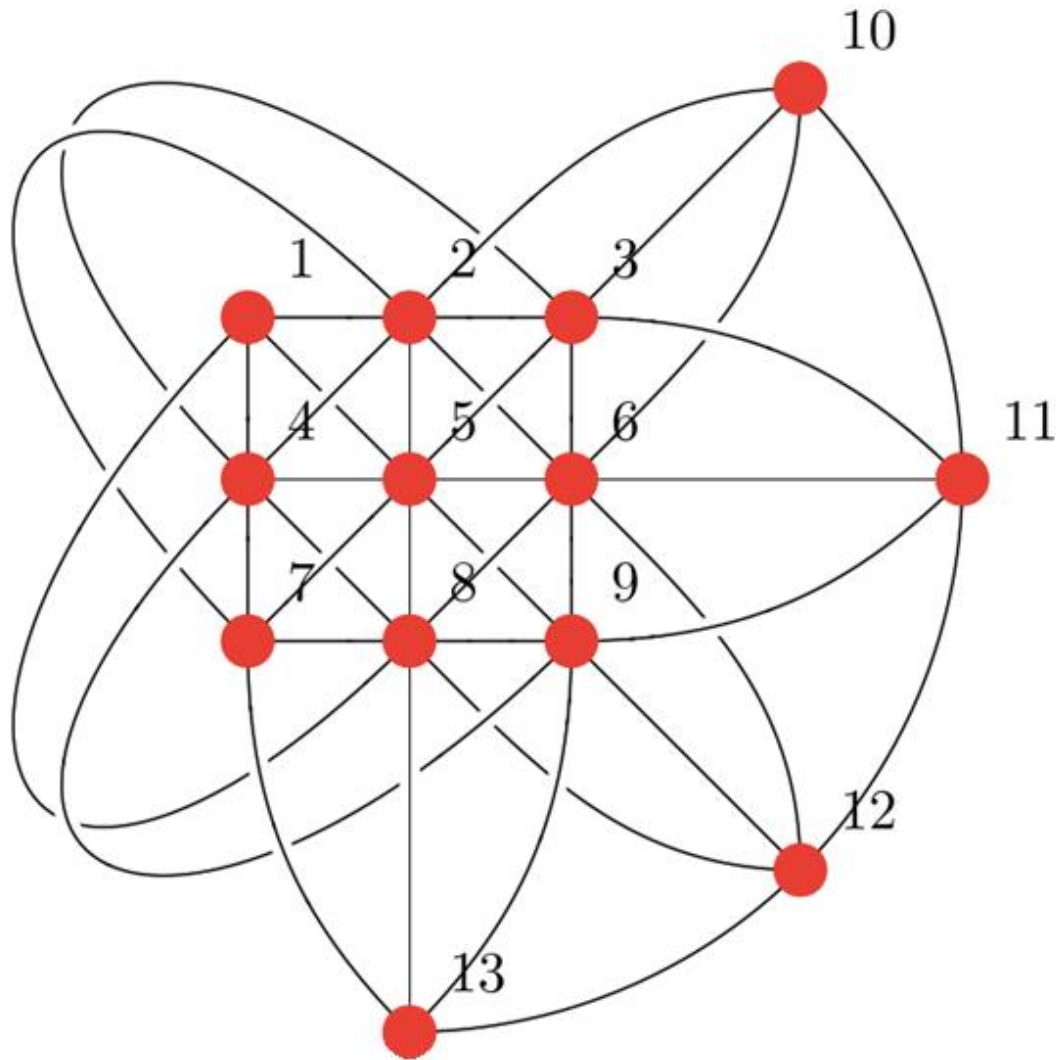


Kártyák összeállítása:

1. kártya: 1 – 2 – 4
2. kártya: 1 – 6 – 5
3. kártya: 5 – 7 – 4
4. kártya: 1 – 3 – 7
5. kártya: 4 – 3 – 6
6. kártya: 2 – 3 – 5
7. kártya: 2 – 6 – 7

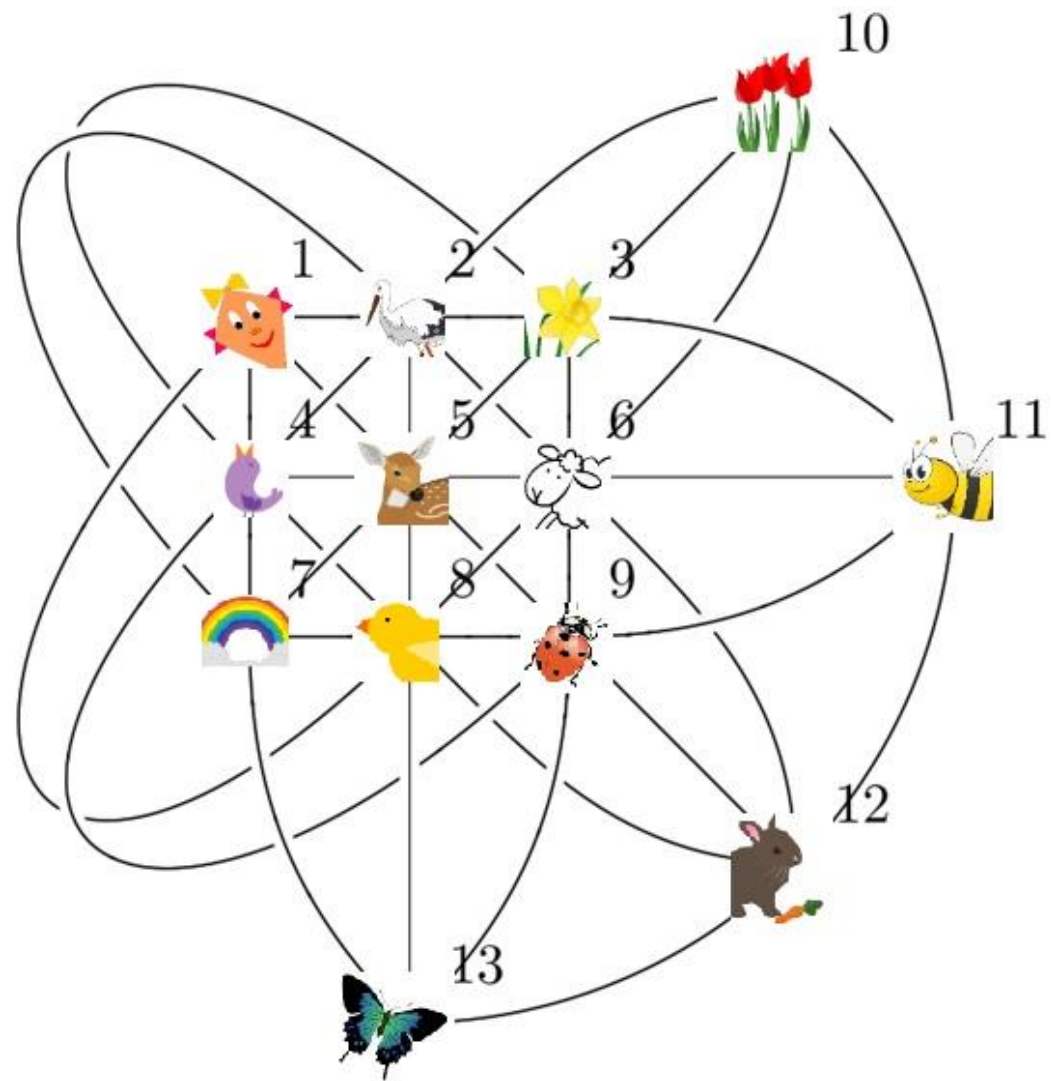


Harmadrendű projektív sík



- 13 pont (=13 ábra)
- 13 egyenes (=13 kártya)
- **4 rajz** van egy kártyán
- 1 rajz **4 kártyán** szerepel
(\rightarrow lehet pl.: $2+2 = 2 \cdot 2$
 $= 6-2 = 8:2$)

Például:



1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13.

Kártyák összeállítása:

- 1. kártya: 10 – 2 – 4 – 9
- 2. kártya: 10 – 3 – 5 – 7
- 3. kártya: 10 – 6 – 8 – 1
- 4. kártya: 11 – 3 – 2 – 1
- .
- .
- .
- 13. kártya: 10 – 11 – 12 – 13

Játékvariációk

- 1. A lapokat ábrával lefelé forgatjuk. Mindkét játékos felfordít egy-egy lapot, aki gyorsabban mondja ki hangosan annak az ábrának a nevét/mutat rá arra az ábrára (pl. stop tábla), mely mindkét felfordított lapon megtalálható, az viszi a párt. A játék akkor ér véget, amikor minden lap elfogyott. Az a játékos győz, akinél a legtöbb lap van a játék végén.
 - Játékosok száma: 2

- 2. Egy lapot felfordítva középre rakunk, a maradékot egyenlően elosztjuk a játékosok között. A játékosok maguk elé veszik a kiosztott lapokat (oszlopba rendezve, ábrákkal felfelé) és egyforma ábrát keresnek az előttük lévő és a középre kirakott lap között. Az a játékos, aki először mondja hangosan az ábra nevét (pl. stop tábla), az átteheti a saját oszlopából a lapot a középben lévőre. Az győz, akinek először elfogy a kártyája.

➤ Játékosok száma: 2-5

- 3. Minden játékos kap egy-egy lapot, a többi ábrával felfelé középre helyezzük, oszlopba rendezve. A feladat az, hogy egyforma ábrát keressenek a játékosok az előttük lévő és a középben lévő lapon. Aki először mondja be hangosan az ábra nevét (pl. stop tábla), az elveheti középről a lapot és a sajátja alá teheti. A játéknak akkor van vége, ha minden lap elfogyott középről, az győz, akinek a végén a legtöbb lapja van a kupacában.

➤ Játékosok száma: 2-5

Egy működő angol Dobble-készítő program: <http://aaronbarker.net/spot-it/spot-it.html>

Letölthető Dobble-k:

<https://drive.google.com/open?id=11akFCiFoD8o49XqI60RGvDFYrxokARnK>

Források

- https://neteducatio.hu/wp-content/uploads/2017/07/Dobble_tavasz.pdf
- http://www.math.u-szeged.hu/~nbogya/talks/e_tavasz.pdf
- Rajta László – Véges projektív síkok egy kártyajáték szemszögéből (Budapest, 2018)
- <https://gyereketeto.hu/jatekok/dobble/>
- http://www.math.u-szeged.hu/~hajnal/courses/MSc_Halmazrendszerek/MSc_hrsz10/ea13.pdf

A számolási készség fejlesztése
kiszámolókkal, mondókákkal,
dalokkal és versekkel

Kiszámolók

Számolás

Ó, ó, ó Tündérkaszinó
Akire jut 13, az lesz a fogó.
1, 2, 3, ... 13.

(A gyermekek körben állnak, a kiszámoló a körön belül körbejár, és minden gyermekre sorban rámutatva halad. A mondóka végén a csoport közösen számol. Variálhatjuk bármely számmal.)

Tízesével számolás

En-ten-tó,
Nyári kaszinó.
Akire jut a 102,
Az lesz a fogó.
2, 12, 22, ... 102.

Számolás

Kertben jártam,
Madarat láttam,
Hányat láttam,
Mondd meg te!

- *(Akire rámutat a kiszámoló, mond egy számot, például hat. A kiszámoló elszámol hatig: egy, kettő, három, négy, öt, hat. Az lesz a következő kiolvasó, akire rámutat.)*

Mély kútba tekintek,
arany szálát szakítok,
Benne látom testvérkémet,
Bíborba, bársonyba,
gyöngyös koszorúba.

- Kútba estem.
- Hány mééterre?
- Nyolc mééterre.
- Ki húzzon ki?
- Húzz ki, Lili!

(A gyermekek körben állnak, egyikük leguggol a kör közepére. Énekeljük közösen a dalt, a végén megszólal a kör közepén guggoló gyermek. A többiek közösen kérdezik. Mond egy számot, például 1 és 21 között. Tapsolva együtt elszámolunk addig, amennyit a gyermek mondott, majd megkérdezzük. A választott gyermek jelképesen kihúzza a kútból, és helyet cserélnek, majd kezdődik előlről a játék.)

„Hány lába van?” (100 Folk Celsius)

Hány lába van a madárnak, számold meg fiam!

Egy, kettő, nincs több, ennyi lába van.

Hány lába van az egérnek, számold meg fiam!

Egy, kettő, három, négy, ennyi lába van.

Mindegyiknek annyi lába, ahány lik a nadrágjába,

Belebújnak – felveszik, lefekszenek – leteszik.

Hány lába van a bogárnak, számold meg, fiam!

Egy, kettő, három, négy, öt, hat lába van.

Hány lába van az asztalnak, számold meg fiam!

Három, mert egy kitörött, most három lába van.

Hány lába van a csigának, számold meg fiam!

..... ennyi lába van.

Hány lábbon jár a százlábú, számold meg fiam!

Egy, kettő, ... 99, 100, ennyi lába van.

Számolás visszafelé

Tíz icipici maci megy a sivatagban,
Arra megy a róka, bekap egyet: ham-ham.
Kilenc icipici maci megy a sivatagban,
Arra megy a róka...

(Addig folytatjuk, míg el nem fogynak a macik.)

Sorszámok

Egyszer volt, hol nem volt,
Volt egyszer egy mesebolt,
Abban volt egy mesepolc,
Azon hét kis törpe volt.
A legelső szende volt,
A második szundizott,
A harmadik mindent tudott,
A negyedik bohóckodott,
Az ötödik hancizott,
A hatodik meg morgott,
A hetedik sose beszélt,
Nem is mondta meg a nevét,
Ezért aztán a gyerekek
Kinevették ezt az egyet.

Hétfő a hét első napja! – Kiabálja a kis Panka.
A második nap neve: kedd. – Mondja erre Benedek.
És szerda meg a harmadik. – Sújja oda Ráczi Dominik.
A negyedik a csütörtök. – De miért is üvöltök?
Az ötödik aztán a péntek. – Halkulnak el a kis népek.
Szombat tán a hatodik? – Tétovázik Dominik.
A hetedik: vasárnap! – Bizonygatja magának.
Így mondták el végül szépen,
Mi hányadik nap a héten.

A figyelem, a koncentráció és a számolási készség fejlesztése a számolás, a mozgás és a ritmus összekapcsolásán alapuló játékos feladatokkal

Gyakorlatok 1. osztályosoknak

- *„Ahány ujjadat (nem) fogom meg, annyi valamit kell csinálnod!”* (pl. ugrás, dobbantás, tapsolás, kacsintás, hangadás) *„Most együtt csináljuk utána!”*
- *„Lépj ide hozzám x egyforma lépéssel!”*
- Számolás ugrálással, tapssal lent és fent (változat: fent – hátul – lent; az utolsó számra nagyobbat ugrani)
- Számolás 12-ig és vissza, minden 2. számra taps/ minden 3. számra ugrás (a 12-t kétszer mondjuk)
- *„Hány lábon jár a százlábú, számold meg fiam!”*
számolás 1-19, 90-100, közben labda dobálása (akár egyszer az egyik, másszor a másik kézzel)
„Ennyi lába van.”

1

2: taps

3: ugrás

4: taps

5

6: taps+ugrás

7

8: taps

9: ugrás

10: taps

11

12: taps+ugrás

Gyakorlatok 2. osztályosoknak

- Számolás 12-ig és vissza párban, 2-re, 3-ra, 4-re, 8-ra 9-re és 10-re taps magunk előtt, 6-ra és 12-re páros taps (a 12-t kétszer mondjuk)
- 2-vel osztható számokra taps, 4-gyel osztható számokra dobantás, 8-cal osztható számokra taps a fej fölött
- 5-ösével számolás közben labda dobálása (lehet váltott kézzel vagy két labdával is)
- *„Hány lábon jár a százlábú, számold meg fiam!”*

számolás 1-30, 91-100, közben labda dobálása jobb kézzel – 10-re a labda átdobása a bal kézbe, 20-ra a labda átadása a bal oldali szomszéd jobb kezébe

„Ennyi lába van.”

1
2: taps
3: taps
4: taps
5
6: páros taps
7
8: taps
9: taps
10: taps
11
12: páros taps

1
2: taps
3
4: taps+dobbantás
5
6: taps
7
8: taps a fej fölött+dobbantás
9
10: taps
11
12: taps+dobbantás
13
14: taps
15
16: taps a fej fölött+dobbantás

Gyakorlatok 3. osztályosoknak

- Számolás 12-ig és vissza párban, 2-re, 3-ra, 4-re, 8-ra 9-re és 10-re taps magunk előtt, 6-ra és 12-re páros taps (a 12-t kétszer mondjuk)

-> továbbfejlesztés: a számolás folytatása, a páros taps után a belső és a külső kör is egyet jobbra lép (párcsere)

- Jobbra ugrás és tapsolás, kétszer/háromszor/négyszer lépés helyben („*Jobb, kettő, három, bal, kettő, három!*”) (háromszor és ötször lépésnél egyszer jobbra, egyszer balra ugrunk, négyszer lépésnél csak jobbra)
- Kézfogással ugrálás ötször lassan, majd tízszer gyorsan, közben számolás – felváltva, majd

két csoportra osztjuk a gyerekeket – az egyik csoport lassan, a másik gyorsan ugrál - felváltva

- Az órákból is ki lehet 5-10 percet csippenteni erre, de lehetséges napköziben vagy az udvaron is végezni
- A beszéd és a mozgás kölcsönösen segíti egymást
- Jó, ha a számsorok memoriterként hangzanak el

Források

- Józsa Krisztián (2014): A számolás fejlesztése 4-8 éves életkorban. Mozaik Kiadó, Szeged
- https://www.youtube.com/watch?v=4bgGsfgQ_9c