Pósa-módszer minden középiskolában?

Az MTA-Rényi Felfedeztető Matematikatanítási Kutatócsoport munkájáról

Juhász Péter

MTA Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet

Szent István Gimnázium

Budapest Semesters in Mathematics Education

2018. július 3.

MTA program

- MTA: Tantárgy-pedagógiai Kutatási Program

MTA program

- MTA: Tantárgy-pedagógiai Kutatási Program
- MTA-Rényi Felfedeztető Matematikatanítási Kutatócsoport

MTA program

- MTA: Tantárgy-pedagógiai Kutatási Program
- MTA-Rényi Felfedeztető Matematikatanítási Kutatócsoport
- Speciális matematikatagozatok - Surányi László
- Hátrányos helyzetű diákok - Pósa Lajos
- Kísérletezés a közoktatásban

Pósa-módszer

- Legfontosabb: a gondolkodás öröme
- Minél több önálló gondolkodás
- Kérdezés fontossága - olyasmit tanuljanak, ami érdekli őket
- Párhuzamos ,,szálak''
- Alkalmazkodás a diákokhoz

Specmat

Specmat

Szükség van rájuk.

Specmat

Szükség van rájuk.

Nem megnyugtató a helyzetük

- Intézményesen
- Emberi erőforrás szempontjából

Specmat

- Közösségteremtés
- Korszerű tananyagok
- Tudásmegosztás, egymás segítése
- RLV szekció
- specmat.wiki

Hátrányos helyzetű diákok

- Budapesti szakkörök
- Együttműködés a Csányi Alapítvánnyal

Közoktatás

- Kísérleti csoportok
- Repülő Iskola

Kísérleti csoportok

Kísérleti csoportok

2017 őszén 3 kísérleti csoportot indítottunk, amelyben 9. osztálytól tanítunk Pósa-módszerrel.

Kísérleti csoportok

2017 őszén 3 kísérleti csoportot indítottunk, amelyben 9. osztálytól tanítunk Pósa-módszerrel.

- BMSZC Petrik Lajos Két Tanítási Nyelvű Vegyipari, Környezetvédelmi és Informatikai Szakgimnáziuma
  Barbarics Márta, angol nyelven,
- Budapest XIV. Kerületi Szent István Gimnázium
  Kovács Péter, Juhász Péter

Kísérleti csoportok

Hogyan csináljuk?

Kísérleti csoportok

Hogyan csináljuk?

- Több téma párhuzamosan.

Kísérleti csoportok

Hogyan csináljuk?

- Több téma párhuzamosan.
- Sok idő az önálló gondolkodásra.

Kísérleti csoportok

Hogyan csináljuk?

- Több téma párhuzamosan.
- Sok idő az önálló gondolkodásra.
- Támogatott, de nem elvárt, hogy párban dolgozzanak.

Kísérleti csoportok

Hogyan csináljuk?

- Több téma párhuzamosan.
- Sok idő az önálló gondolkodásra.
- Támogatott, de nem elvárt, hogy párban dolgozzanak.
- Kevés házi feladat.

„Tankönyv”

Nincs tankönyv, hiszen a feladatok a diákokhoz alkalmazkodva alakulnak ki.

„Tankönyv”

Nincs tankönyv, hiszen a feladatok a diákokhoz alkalmazkodva alakulnak ki.

Digitálisan elérhető az órák anyaga minden óra után. Ebben:

- Feladatok pontos szövege.

„Tankönyv"

Nincs tankönyv, hiszen a feladatok a diákokhoz alkalmazkodva alakulnak ki.

Digitálisan elérhető az órák anyaga minden óra után. Ebben:

- Feladatok pontos szövege.
- Az elmélet.

„Tankönyv”

Nincs tankönyv, hiszen a feladatok a diákokhoz alkalmazkodva alakulnak ki.

Digitálisan elérhető az órák anyaga minden óra után. Ebben:

- Feladatok pontos szövege.
- Az elmélet.
- Az óra eleji és egyéb dolgozatok kérdései.

„Tankönyv”

Nincs tankönyv, hiszen a feladatok a diákokhoz alkalmazkodva alakulnak ki.

Digitálisan elérhető az órák anyaga minden óra után. Ebben:

- Feladatok pontos szövege.
- Az elmélet.
- Az óra eleji és egyéb dolgozatok kérdései.
- A feladatok megoldásai.

„Tankönyv”

Nincs tankönyv, hiszen a feladatok a diákokhoz alkalmazkodva alakulnak ki.

Digitálisan elérhető az órák anyaga minden óra után. Ebben:

- Feladatok pontos szövege.
- Az elmélet.
- Az óra eleji és egyéb dolgozatok kérdései.
- A feladatok megoldásai.

URL: bit.ly/2021cmatek1

„Tankönyv”

SzIG 2021c 2017/18-as tanév

22–23.

2017/10/11

Óra eleji

1. Mennyi a 12121212123 szám 8-as osztási maradéka?
2. Az n szám 11-es maradéka 4, a k számé pedig 9. Mennyi a szorzat 11-es maradéka?
3. Hányféleképpen lehet feltenni egy 5×5-ös táblára két egyforma bábut úgy, hogy ne legyenek se egy sorban, se egy oszlopban?
4. Az A, B, C, D, E betűkből hány olyan 3-betűs (nem feltétlenül értelmes) szó állítható össze, amelyben van D betű?

Számelmélet alaptétele (SzAT): Bármely 1-nél nagyobb egész szám felbontható prímszámok szorzatára, és ez a felbontás a tényezők sorrendjétől eltekintve egyértelmű.

41. Két játékos egy közös korongot mozgat a sakktáblán. Minden lépésben vagy lefelé vagy balra akárhány mezőt lehet lépni. Az nyer, aki a bal alsó sarokmezőre lép. Add meg a nyerő stratégiát.
42. Az $1, 2, 3, \ldots, n$ számok valamelyikére gondoltam. 5 Barkochba-kérdéssel ki kell találnod, hogy melyik az a szám. Melyik az a legnagyobb n, amelyre lehetséges ez szerencse nélkül?
43. Hány egész szám esetén lehetünk biztosak abban, hogy van közöttük kettő, melyek különbsége osztható 7-tel?

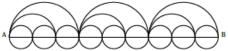
Házi feladat: 35 (2 méréssel), 42, 43.

24.

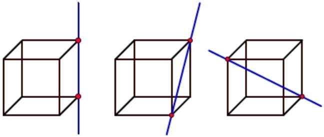
2017/10/12

Oszthatóság tulajdonságai. Ha $k|m$ és $k|n$, akkor $k|m+n$, $k|m-n$ és $k|mn$.

44. Igaz-e, hogy ha k osztója m-nek és n-nek is, akkor osztója $(n+m)$-nek, $(n-m)$-nek és $(n\cdot m)$-nek is?
45. Az $\{1, 2, \ldots, 8\}$ halmaz elemeiből gondoltam két különbözőre. Hány Barkochba-kérdéssel tudod kitalálni a két számot?
46. Hányféleképpen lehet eljutni A-ból B-be?



„Tankönyv”



18. Az első szakaszon 2 út közül választhatunk. Akármelyiket választottuk, négyféleképpen folytathatjuk az utunkat. Az első két szakaszt tehát $2 \cdot 4$-féleképpen tehetjük meg. Mind a 8 lehetséges utat háromféleképpen folytatjuk a harmadik a szakaszon, ezért az első 3 részt $2 \cdot 4 \cdot 3$ különböző módon tehetjük meg. És ezek mindegyike folytatható 5-féleképpen az utolsó szakaszon, vagyis összesen $2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 = 120$ különböző út van A-ból B-be.
(Ez a módszert nevezzük **szorzási szabály**nak, vagyis azt, hogy független döntések esetén a lehetőségek számát összeszorozva kapjuk meg az eredményt.)

19. Ha egy számból kivonjuk a számjegyeinek az összegét, akkor egy 9-cel osztható számot kapunk. Ennek az az oka, hogy egy szám 9-es maradéka megegyezik a számjegyei összegének 9-es maradékával.
A számjegyek összegének kivonása után tehát egy 9-cel osztható számot kapunk. Amikor a szám elé írunk egy számjegyet, akkor éppen a számjegy értékével növekszik a 9-es maradék. (Hiszen eddig 9-cel osztható volt a számjegyek összege is, most pedig a hozzáadott számjeggyel nőtt.) A számjegyek megkeverése után a számjegyek összege nem változik, így a számjegyek összegének 9-es maradéka továbbra is megmondja, hogy melyik számjegyet tettük hozzá az eredeti számhoz.
Vagyis a trükk a következőképpen hajtandó végre. A kapott szám számjegyeinek összegét kiszámítjuk, és vesszük ennek a 9-es maradékát. Ez a hozzáadott számjegy. Figyelni kell arra, hogy ha az összeg osztható 9-cel, akkor a maradék 0, de 0-t nem tehettünk a szám elejére, tehát ilyenkor a helyes válasz a 9.
Zsófi módszere: a kapott szám számjegyeit összeadja, majd az így kapott számét is, és ezt addig folytatja, amíg egyjegyű számot kap. Ez a szám lesz a hozzáadott számjegy. (A fentiek miatt Zsófi módszere tökéletes, hiszen minden lépésben egy olyan számot kap, amelynek a 9-es maradéka megegyezik az eredeti szám 9-es maradékával.)

20. Válasszuk azt, hogy mi kezdünk és lépjünk a 3-ra. Ekkor az ellenfél 4 és 9 között léphet bármit. Akármi is a lépése, mi tudunk a 10-re lépni. Tegyük ezt. Ekkor az ellenfél 11 és 30 között tud mezőt választani. Bármit is választ, mi tudunk a 33-ra lépni. Ekkor az ellenfél lehetőségei 34-től 99-ig terjednek. Bármit is lép, mi meg tudjuk nyerni a játékot, hiszen 100-ra tudunk lépni.

21. Osszuk fel az ábrát 3 részre, minden második elágazásnál. Az kiinduló pont és a második elágazás közötti részt 10-féleképpen tudjuk megtenni. Ha ugyanis nem a „hosszú" úton megyünk, akkor $3 \cdot 3 = 9$ lehetőség van, és ehhez jön még az az egy, hogy a „hosszú" utat választjuk. Ezt mindhárom részre elmondhatjuk, és ezeken a részeken egymástól függetlenül dönthetünk, hogy hogyan haladunk. Ezért alkalmazhatjuk a szorzási szabályt, így az eredmény: $10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3 = 1000$.

Értékelés

- Óra eleji dolgozatok hetente
- „Nem témazáró" dolgozatok
  - egyéni
  - páros
- Gamification (Barbarics Márta)

Mit várunk?

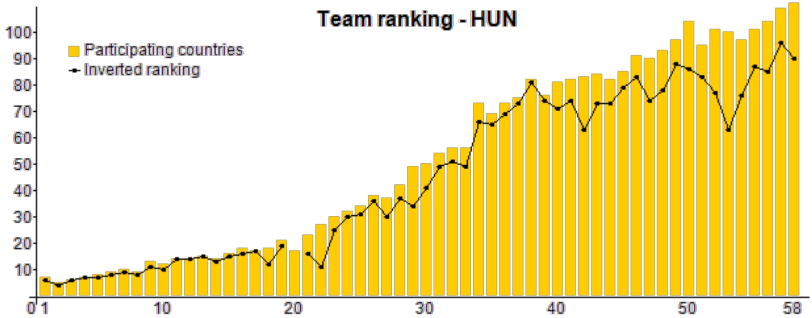
- Jó hangulatot, felszabadult gondolkodást az órákon.
- Kezdetben lassabban haladást, mely a program második felében megtérül.
- Egyre nagyobb önbizalmat a problémamegoldás kapcsán.
- Értő, konvertálható tudást.

Repülő Iskola

Repülő Iskola - motiváció

- A magyar matematikai tehetséggondozás magas színvonalú, de csak a diákok egy szűk körét éri el.
  Próbáljunk ezen változtatni.
- Teszteljük, hogy mennyire nyitottak a diákok a Pósa-módszerre.

Olimpiai eredmények (1959-2017)

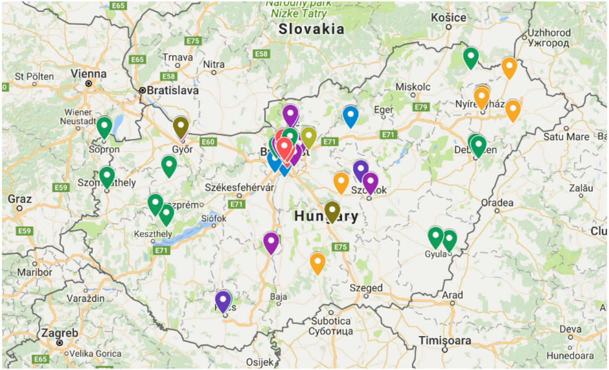


Olimpiai részvétel (városonként, 1989-2016)

Olimpiai részvétel (iskolánként, 1989-2016)

Bemutató foglalkozások

2017. tavasz: 53 iskola, 1016 diák



Egy tipikus foglalkozás

Villámkérdések

- Egyéni munkában kell válaszoni gyors kérdésekre. Viszonylag egyszerűek, indoklást nem igényelnek.
- Miért ezzel kezdtünk?
  - Szórakoztató
  - Segít felmérni a csoport szintjét

Egy tipikus foglalkozás

Villámkérdések

- Egyéni munkában kell válaszoni gyors kérdésekre. Viszonylag egyszerűek, indoklást nem igényelnek.
- Miért ezzel kezdtünk?
  - Szórakoztató
  - Segít felmérni a csoport szintjét

Csoportmunka

- 3-4 feladat egyszerre
- Párban gondolkoztak
- Eltérő nehézségű feladatok

Vélemények

- „Nagyon jól éreztem magamat. Kellemesen csalódtam ebben a programban. Én azt hittem unalmas és hosszadalmas egyenleteket fogunk majd levezetni, de ehelyett nagyon érdekes feladatokat csináltunk, és gyorsan eltelt az a 3 óra." *(Rózsa Imre Középiskola, Újszász)*

Vélemények

- „Nagyon jól éreztem magamat. Kellemesen csalódtam ebben a programban. Én azt hittem unalmas és hosszadalmas egyenleteket fogunk majd levezetni, de ehelyett nagyon érdekes feladatokat csináltunk, és gyorsan eltelt az a 3 óra." *(Rózsa Imre Középiskola, Újszász)*
- „A feladatok közül pedig a festmény feldarabolása tetszett a legjobban, az átlagos diák szerintem ritkán találkozik olyan feladattal aminek nincs megoldása, és ennek különösen frappáns volt a bizonyítása." *(Piarista Gimnázium, Budapest)*

Vélemények

- „Nagyon jól éreztem magamat. Kellemesen csalódtam ebben a programban. Én azt hittem unalmas és hosszadalmas egyenleteket fogunk majd levezetni, de ehelyett nagyon érdekes feladatokat csináltunk, és gyorsan eltelt az a 3 óra." *(Rózsa Imre Középiskola, Újszász)*
- „A feladatok közül pedig a festmény feldarabolása tetszett a legjobban, az átlagos diák szerintem ritkán találkozik olyan feladattal aminek nincs megoldása, és ennek különösen frappáns volt a bizonyítása." *(Piarista Gimnázium, Budapest)*
- „A kártyás feladat nagyon tetszett, sokat kellett gondolkodni, de jó volt!" *(Jedlik Ányos Szakgimnázium, Győr)*

Vélemények

- „Nagyon jól éreztem magamat. Kellemesen csalódtam ebben a programban. Én azt hittem unalmas és hosszadalmas egyenleteket fogunk majd levezetni, de ehelyett nagyon érdekes feladatokat csináltunk, és gyorsan eltelt az a 3 óra." *(Rózsa Imre Középiskola, Újszász)*
- „A feladatok közül pedig a festmény feldarabolása tetszett a legjobban, az átlagos diák szerintem ritkán találkozik olyan feladattal aminek nincs megoldása, és ennek különösen frappáns volt a bizonyítása." *(Piarista Gimnázium, Budapest)*
- „A kártyás feladat nagyon tetszett, sokat kellett gondolkodni, de jó volt!" *(Jedlik Ányos Szakgimnázium, Győr)*
- „Jó, hogy tudtunk sikerélményeket szerezni, a festős feladatot nagyon élveztem." *(Berze Nagy János Gimnázium, Gyöngyös)*

Repülő Iskola - második fázis

- Havonta egy teljes nap

Repülő Iskola - második fázis

- Havonta egy teljes nap
- 3 csoportban (Steller Gábor, Surányi László, Szűcs Gábor)

Repülő Iskola - második fázis

- Havonta egy teljes nap
- 3 csoportban (Steller Gábor, Surányi László, Szűcs Gábor)
- Tudáskiegyenlítés (Bóra Eszter)

Folytatás

2018. ősztől: második évfolyam.

Folytatás

2018. ősztől: második évfolyam.

- Több iskolába menni toborozni

Folytatás

2018. ősztől: második évfolyam.

- Több iskolába menni toborozni
- Több diáknak a második fázis

Folytatás

2018. ősztől: második évfolyam.

- Több iskolába menni toborozni
- Több diáknak a második fázis
- Fél évvel hosszabb második fázis

Köszönöm a figyelmet.