A PISA felmérésről

Korándi József Fried Katalin

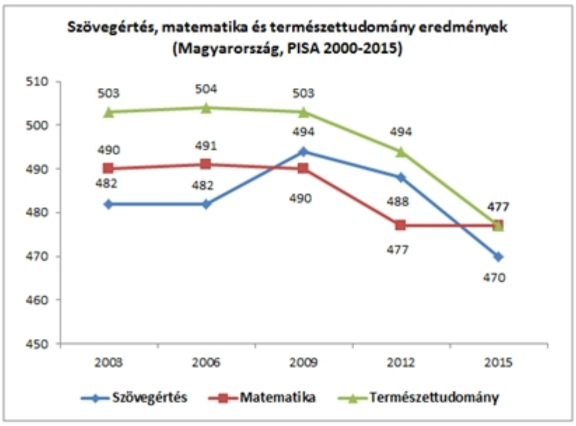
Rátz László Vándorgyűlés, 2017 július, Székesfehérvár

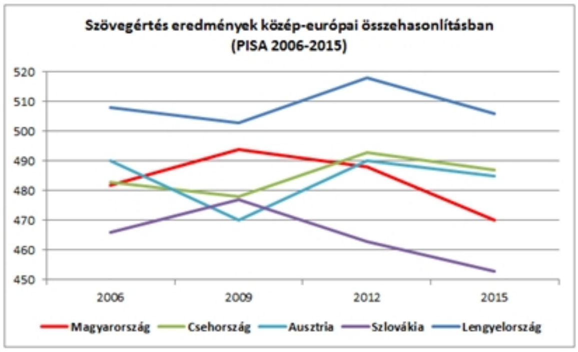
1. Bevezetés

A PISA felmérést az itthoni bevezetése óta még a tanításban érdekeltek körében is némi homály övezi. Az a kevés tájékoztatás, amely ritkán és hézagosan jutott el a szakmához, nem volt kimerítő. A tanárok, a tanárképzésben oktatók is csak alig kaptak valamilyen információt a felmérésről, a diákokhoz, a hallgatókhoz, a szülőkhöz semmiféle hír nem jutott el, az oktatáspolitikusok számára legfeljebb az eredmények voltak fontosak, az oktatásban járatlanok pedig csak az elért eredmények alapján alkothattak véleményt róla.

2. A PISA felmérésről

A 2015-ös PISA felmérés eredményeit szemléltető grafikonok láttán (1., 2. ábra) elmondhatjuk, hogy Magyarország rosszabbul teljesített a PISA felmérésen, mint a korábbi mérések átlaga.



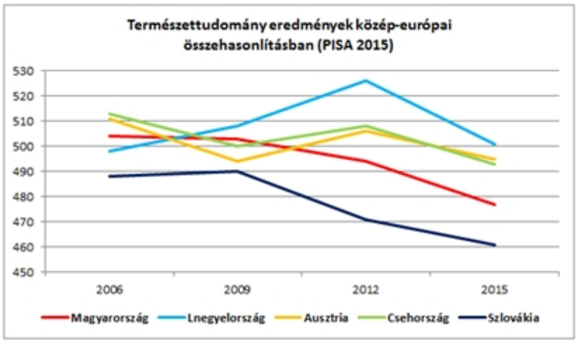


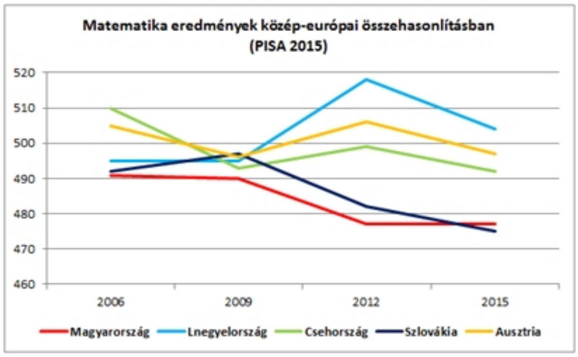
1. ábra.

2.1. Az eredmények visszhangja...

Szinte minden médium nemzeti tragédiaként fogta fel a romló eredményeket. Néhány vélemény:

„Kijöttek a legfrissebb PISA-teszt eredményei, a nagy nemzetközi kompetenciamérésé, amit az egész világon árgus szemekkel szoktak figyelni az oktatási szakértők és oktatáspolitikusok. **A mutatóink rosszabbak,**





2. ábra. (Forrás: Index.hu)

mint valaha: az eredmények szerint a magyar tanulók annál is gyengébbek, mint amilyenek az utolsó mérésnél, 2012-ben voltak, a természettudományos és a szövegértési kompetenciák **soha nem zuhantak még akkorát**, mint most. **Minden területen bőven az OECD-országok átlaga alatt vagyunk.**” (INDEX)

„A diákok képességeit vizsgáló PISA-teszt legfrissebb adatai szerint az elmúlt három évben **a magyar diákok teljesítménye a legtöbb területen romlott vagy stagnál**. Ugyanakkor csökkent Magyarországon a fiúk és a lányok közti tudásbeli különbség.” (ORIGO)

„**Nagy baj van a szakképzésben**, ott a legrosszabbak a PISA-eredmények” (EDULINE)

„**Drámaian romlott** a magyar 15 évesek eredménye a szövegértési és természettudományos feladatoknál. Az alulteljesítők aránya megugrott, a legjobban teljesítő diákok eredményei pedig **visszaestek**. A hazai gimnazisták világszinten az élvonalban[1], a szakiskolások viszont a perui iskolások szintjén vannak. **Minden korábbinál jobban számít a szociális háttér.** … Miután mindennek a szövegértés az alapja, minden szinten rosszul teljesítenek a diákok, **sokan funkcionális analfabéták**.” (HVG)

Ezek a vélemények a politikai hovatartozástól függetlenül nagyon sötét képet festenek, egyik sem spórol az erős jelzőkkel.

2.2. De mi is a PISA felmérés?

Az oktatási hivatal honlapján ezt találjuk: „A PISA (Programme for International Student Assessment) vizsgálat célja annak felmérése, hogy a közoktatás kereteit hamarosan elhagyó 15 éves tanulók milyen mértékben rendelkeznek azokkal az alapvető ismeretekkel, amelyek a mindennapi életben való boldoguláshoz, a továbbtanuláshoz vagy a munkába álláshoz szükségesek.”

Az OECD szerint (`http://www.oecd.org/pisa/aboutpisa/`): „The Programme for International Student Assessment (PISA) is a triennial international survey which aims to evaluate education systems worldwide by testing the skills and knowledge of 15-year-old students.”

A programot a kilencvenes évek végén hívta életre a legfejlettebb államokat tömörítő Gazdasági Együttműködési és Fejlesztési Szervezet (OECD), melynek Magyarország 1996 óta tagja.

A PISA monitorozó jellegű felméréssorozat, amely három területen (alkalmazott matematikai műveltség, alkalmazott természettudományi műveltség és szövegértés) vizsgálja a 15 éves tanulók képességét. A PISA célpopulációját a tizenöt éves diákok alkotják, akik a legtöbb részt vevő országban az iskolaköteles kor

[1]Ez a tény soha nem kapott kellő hangsúlyt

vége felé járnak, egy-három évük van hátra a közoktatásban. Ezzel az életkorral kapcsolatban a legtöbb OECD-tagországról még elmondható, hogy a beiskolázási arány megközelíti a 100%-ot.

Mivel a PISA egy gazdasági alapon létrejött szervezet megrendelésére készül, célja elsősorban a mindennapi életben használható tudás vizsgálata. A mérés az iskolai tanulás során elsajátított ismeretekből és készségekből felépülő, az adott tudományterületen érvényes tudásra összpontosít. Azt méri, hogy a tanulók milyen mértékben alkalmazzák szövegértési képességüket a hétköznapi helyzetekben megjelenő szövegek megértésekor és értelmezésekor; vagy mennyire képesek felismerni, megérteni, értelmezni és megoldani egy matematikai vagy természettudományi jellegű problémát, ha ilyennel találkoznak.

A mérés állandó részét képezik még a diákok családi és iskolai hátterével összefüggő információkat gyűjtő kérdőívek. Segítségükkel tanulmányozhatóvá válnak a tanulók teljesítményét befolyásoló tényezők, így az eredmények több kontextusban is értelmezhetőek lesznek.

A PISA-mérésben időről-időre megjelennek a három vizsgált területnél tantárgyközibbnek tekinthető keresztkompetenciák is, ilyen volt például az általános problémamegoldó képesség vizsgálata a 2003-as mérésben.

2.3. Mire jó a PISA? Mire használhatjuk az eredményét? Kit mér? Mit mér?

Nos, a célkitűzései szerint (röviden) arra kíván rámutatni, hogy egy ország 15 éves korosztálya mennyire felkészült a munkába állásra, illetve az iskolában tanultak alkalmazására. Ez azonban nem igazán segíti az egyéneket, mert a diákok nem kapnak visszajelzést; nem igazán segíti a pedagógusokat, mert nincsenek motiválva az eredmények javítására; nem igazán segíti az ország oktatáspolitikáját, mert a rendszertől független, kiragadott kompetenciákról szól.

Az eredményeket (már csak a visszajelzés hiánya miatt is) tehát senki nem tudja hasznosítani.

Végső soron egy országok közötti sorrendet állít fel, amelyről szintén nem ismeretes, hogy kik milyen mértékben hasznosítanak.

Amennyiben bárki problémának érzékeli az eredményeket (és az ország vezetői nyilván idesorolhatók), nekik fontos lehet az eredmények javítása. Nem meglepő, hogy a kormányzó politikusok pozitív válaszokat kívánnak adni: „Az oktatási államtitkár szerint az új nemzeti alaptanterv sok problémára lehet válasz." Az ellenzék azonban fejeket követel: „Az MSZP az erőforrás-miniszter lemondását követeli." (ORIGO)

A kormányzat a pedagógusokra hárítja a felelősséget, és határozatlan: „Lázár János hangsúlyozta: nem a pedagógusokon kívánják számon kérni az eredményt, de le kell ülni és beszélni kell róla. . . . A kormány, illetve a miniszter felelősségét firtató kérdésre, azt mondta: nem a tárca vezetője, vagy az oktatási államtitkár áll a katedrán és nem a kormány tagjainak, hanem a gyerekeknek kellett a tesztet kitölteniük." (www.kormany.hu)

Az ellenzék kétes hatékonyságú megoldást javasol: „A Jobbik 2010 óta visszatérő javaslatához hasonlóan bentlakásos felzárkóztató intézményekbe terelné a hátrányos családi hátterű, nehezen beilleszkedő gyerekeket az oktatási államtitkárság nemrég elkészült jelentése a PISA-felmérés kudarcairól." (HVG)

Érdemes megjegyeznünk, hogy egyesek az államosított tankönyveknek tudják be a 2015-ös kudarcot. Ez azonban – bármennyire is kifogásolható egyes tankönyvek minősége, illetve a tankönyvválasztás gyakorlata – nem helytálló indok, mert az új tankönyveket csak 2014 óta használják, így nem lehetett még mérni a hatásukat.

2.4. A mérés metodikájáról

A diákokat többféle intézményből választják, de mindannyian a 15 éves korosztályhoz tartoznak. Ilyen formán jól elképzelhető, hogy nem mindegyikük végezte még el az általános iskolát sem. Ez nyilván más országokra is érvényes, azonban az elért eredményeket némiképp árnyalja, hogy a kiválasztott gyerekek hány százaléka maradhatott el a tanulmányaival. Az elmaradás egyébként nem feltétlenül jelent legalább egyszeri évismétlést, adódhat késői iskolakezdésből. Tudjuk, hogy hazánkban nem kötelező 6 éves korban elkezdeni az általános iskolát, és az sem kizárt, hogy fizikai vagy pszichológiai fejletlenségre további egy évre visszatarthatják a gyerekeket az iskolától, míg más országokban bevett gyakorlat a gyerekeket már 6 éves (5, sőt 4 éves) korukban közösségi oktatásban részesíteni.

Mivel hazánk szereplése még véletlenül sem mondható kimagaslónak, és a tendencia az induláshoz képest negatív, érthető, hogy a matematikapedagógus szakma lelkiismeretes képviselői szeretnék tudni, hogyan járulhatnának hozzá az eredmények javításához.

Összefoglalva, hogy melyek a szakma számára a legfontosabb kérdések a PISA felmérést illetően:

- Mire jó? Minek iratjuk? Kinek fontos az eredménye?
- Mitől más, mint más felmérések?
- Tanítjuk-e a gyerekeket arra, amit számon kér?
- Elegendőek-e a tanult ismeretek a feladatok megoldásához?
- Milyen további ismeretekre lenne szükség?
- Jók-e a feladatok? (matematikai értelemben, mérés értelemben)
- Tekintettel van-e a hazai sajátosságokra? (nyelvi, tantervi, életkori, iskolatípus-beli stb.)
- Igaz-e a matematikus szakma azon vélekedése, miszerint „Elegendő lenne kellően magas szintű matematikát tanulni, az alkalmazás jön magától.”?

Ezzel utóbbival kapcsolatban felmerül az örök kérdés:

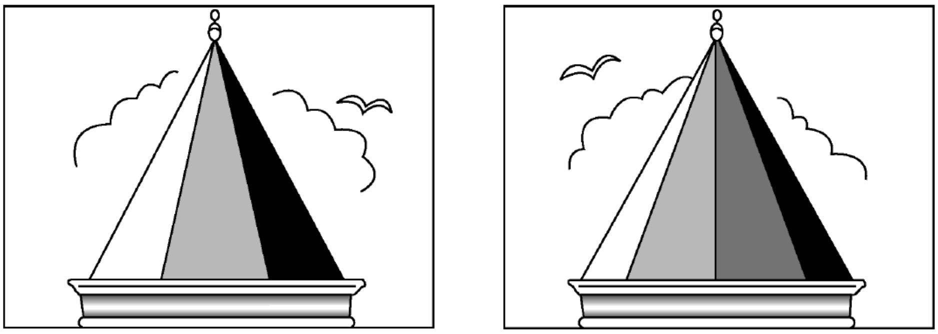
- Mi lenne az elmélet és a gyakorlati alkalmazás tanításának ideális aránya?

Példaként nézzünk meg néhány matematika feladatot a PISA felmérések korábbi éveiből, illetve feladatjavaslataiból![2]

[2] A feladatokat a [2] könyvből, valamint az Oktatási Hivatal honlapjáról kerestük ki.

3. Néhány PISA mintafeladat

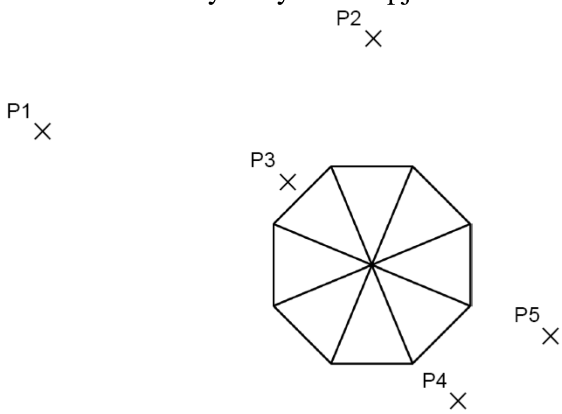
3.1. TORONY



Az első ábrán ugyanazon toronyról készült két kép szerepel. Az elsőn a torony tetejét alkotó alakzatnak három, a másikon négy oldallapja látható. A következő ábrán a torony tetejének felülnézetét láthatjuk a P1, P2, P3, P4, P5 nézpontokkal, amelyeket kereszt (×) jelöl. Az ezekben a pontokban álló szemlélő a torony tetejének valahány oldallapját láthatja.

Határozd meg, és írd be a táblázatba, hogy az egyes nézőpontokból a torony hány oldallapja látható!

Pozíció	A torony tetejének az adott pozícióból látható oldallapjai száma. (Karikázd be a megfelelő számot.)				
P1	1	2	3	4	4-nél több
P2	1	2	3	4	4-nél több
P3	1	2	3	4	4-nél több
P4	1	2	3	4	4-nél több
P5	1	2	3	4	4-nél több



3.1.1. Mit látunk?

A feladatot – jellegénél fogva – vizuálisan kell értelmezni. Meg kell vizsgálnunk, hogy mit látunk valójában.

Hagyatkozhatunk-e a szemléletre? Hagyatkozhatunk-e az ábrára?

A torony két nézetén található alsó sáv (és annak árnyékolása) azt sugallja, hogy azok egyenesek. Ebből arra lehet következtetni, hogy a torony oszlop része (amely a tető alatt van) négyzet alapú hasáb. A torony tetőrészéből az egyik képen három, a másikon négy lapot látunk. Azt nem lehet tudni, hogy az árnyalat szín-e vagy árnyékolás, de sejthető, hogy inkább csak árnyékolás.

Ezután felmerül a kérdés, hogy jól értjük-e az ábrát. Elolvassuk a szöveget. Ismét, ha szükséges.

Elolvasás után maradt-e kérdésünk? Van-e valamilyen rejtett információ, amely az ábráról leolvasható, de a szövegben nincs benne? Sugall-e valamit az ábra, amit nem lenne szabad használni?

Nos, a harmadik ábra a torony felülnézetét mutatja, amiből kiderül, hogy a torony teteje – látszólag – egy szabályos nyolcszög alapú egyenes gúla.

Továbbra is a szemléletre kell hagyatkoznunk, mert a szöveg nem ad további támpontot.

Az nem derül ki, hogy milyen alakú lehet maga a torony, illetve hogy ennek van-e jelentősége.

A szemlélő horizontja látszólag a tető alaplapjával van egy síkban. Ez azonban teljesen irreális. Nemcsak azért, mert a tornyok rendszerint magasabbra nyúlnak, mint a legtöbb ember, hanem azért is, mert nem minden ember szemmagassága van ugyanabban a magasságban.

Vizsgáljuk most meg közelebbről a P3 pozíciót!

Fontos lenne tudni, hogy milyen magasan van a torony teteje. Ha ugyanis a torony magas (akár csak 5 méteres), akkor ha olyan közel állunk a toronyhoz, mint a P3 pozíció, akkor nem látszik semmi a gúla alakú tetőből.

Ha viszont magasról (például helikopterről) nézünk a toronyra, azaz a torony teteje a horizontsíkunk alatt van, akkor lehet, hogy rálátunk, és akár nyolc lapját is látjuk. Mivel a szövegben megjelenik a felülnézet: „A következő ábrán a torony tetejének felülnézetét láthatjuk a P1, P2, P3, P4, P5 nézpontokkal”, ez a szempont sem kizárható.

3.1.2. Füles-rejtvény

Úgy rémlett, hogy gyerekkoromban láttam ehhez hasonló rejtvényt.

Persze más volt a szövege: „A második ábrán látható pozíciók közül melyeken állhat a szemlélő, ha a torony tetejét úgy látja, ahogyan azt az első ábra két nézete mutatja?”

Így szinte megoldható a feladat. Ezekre P2, illetve P1 lehet a válasz. Egészen mást kell meggondolni, és a szemléletben okozott zavar nem akadálya a feladat megoldásának.

Így ugyanis egy zárt feladatot oldunk meg, és az – elvileg – 25 lehetséges esetből kell kiválasztanunk a megfelelőt. És bár ellentmond a szemléletnek a feladat, tudjuk, hogy ott van a helyes (pontosabban elvárt) válasz, csak ki kell választanunk. Így már el sem lehet téveszteni.[3]

3.1.3. Hogyan dolgozhatunk fel egy ilyen feladatot matematikaórán?

Természetesen egy feladatot sem kell parlagon hagynunk, minden feladatból lehet valamit tanulni. A 15 éves korosztályban érdemes ezt a feladatot közösen feldolgozni.

Projekt: Készítsetek modellt, GeoGebra ábrát, amelynek alapján eldönthetitek a feladat kérdéseire adandó válaszokat. Vizsgáljátok meg, hogy miként függ a szemlélő horizontjának magasságától a válasz.

Magasabb évfolyamokon térgeometriai feladatként is feldolgozhatjuk. Ezek azonban meglehetősen számolásigényes feladatok. Térgeometriai feladatváltozatok (a P3 pozícióhoz, illetve ismert alakzathoz):

1. Ha ismerünk minden szükséges hosszúságadatot (legalább 5: pl. a gúlát alkotó egybevágó háromszögek alapja és szára, a torony magassága, a szemlélő szemmagassága, a toronytól mért távolsága), akkor milyen feltételt adhatunk arra, hogy látszódjon az az oldallap, amely előtt éppen áll a szemlélő?

2. Milyen messzire lehet eltávolodni a toronytól, hogy pontosan egy lapra „lássunk rá”?

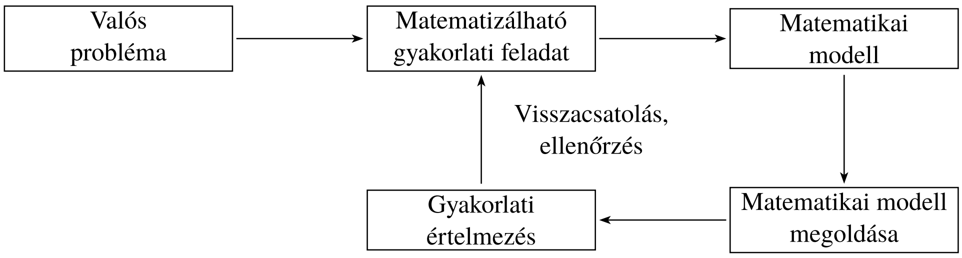
[3]Az a magánvéleményem, hogy ez a feladat eredetileg valóban rejtvény volt, és valóban így is szólt. (F. K.)

3. Láttuk, hogy amennyiben a szemlélő szemmagassága a gúla alaplapja fölött van, akkor a szemlélő ráláthat a gúlára. Lehet-e a szemlélőnek olyan, a tető alapsíkjánál lejjebb lévő magassága (miközben a toronytól mért távolsága nem változik), amelyből továbbra is rálát a szemközti lapokkal szomszédos lapra?

3.1.4. Mi a baj a TORONY feladattal?

Érezhető, hogy valami nincs teljesen rendben ezzel a feladattal. Ennek az az oka, hogy szemléletre támaszkodik, de a sugallt szemlélet nem felel meg a valóságnak.

A matematikai modellalkotás folyamata:



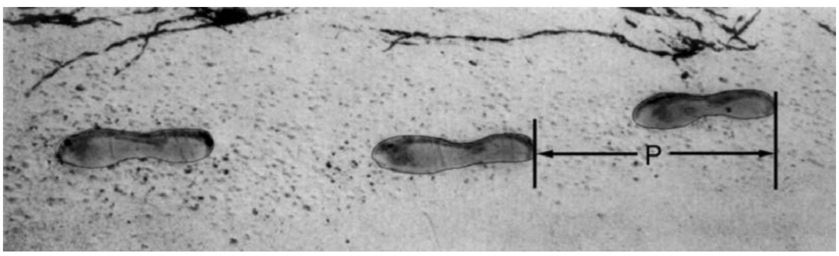
A TORONY probléma – a hibás szemlélet miatt – nem valós, hanem „álvalós” [1]. A fenti kategóriák közül a matematizálható gyakorlati feladatok közé sorolható. A matematikai modell a látószög alkalmazására vezet, nevezetesen adott pontból kiinduló félegyenesek közül melyek nem metszenek bele a tetőbe, azaz a tetőt alkotó gúla élei közül melyek láthatók. Ez határozza meg, hogy a tetőnek hány lapját látjuk.

A modellalkotás első lépése azonban félrevezető. Valóságközelinek szánt, ám valójában szintetikus, hiányosan kitűzött feladat.

Más módon is reálisabbá lehetett volna tenni a feladatot, ha nem a torony tetejére kérdez a feladat, hanem egy szabályos nyolcszög alapú hasáb alakú magas toronyra.

3.2. LÉPÉSEK

A képen egy ember lábnyomai láthatók. A lépéshossz (P) két egymás utáni lábnyom végei közötti távolságot jelenti. A férfiak esetében az $\frac{n}{P} = 140$ képlet viszonylag jó közelítést ad az n és a P közötti összefüggésre, ahol



n = percenkénti lépésszám és

P = lépéshossz méterben.

1. kérdés: Az előbbi képletet alkalmazhatjuk András lépéseire. Számold ki András lépéshosszát, ha tudjuk, hogy 70 lépést tesz meg percenként! Írd le, hogyan számoltad ki!

Megoldás. A képletbe helyettesítjük az $n = 70$ adatot, és P-re $\frac{70}{140} = \frac{1}{2} = 0{,}5$-et kapunk.

(Ez egyébként méter, de a teszt nem követeli meg a mértékegységet.)

2. kérdés: Robi tudja, hogy az ő lépéshossza 0,8 méter. A képlet alkalmazható Robi lépéseire. Milyen sebességgel halad Robi? Számítsd ki méter/percben és kilométer/órában is, és írd le, hogyan számoltad ki!

Megoldás. $P = 0{,}8$, ebből a képlet szerint $n = 112$. n a percenkénti lépésszámot jelenti. Ha Robi percenkénti lépésszáma 112, akkor egy perc alatt $112 \cdot 0{,}8 = 89{,}6$ métert tesz meg. (A sebessége 89,6 méter/perc.) Egy óra alatt ennek a 60-szorosát, vagyis 5376 métert, azaz 5,376 km-t. A sebessége km/órában 5,376.

Úgy tűnik, minden rendben van ezzel a feladattal. Vizsgáljuk meg kicsit közelebbről, miről szól!

Az adott arány (jelölje A) a percenkénti lépésszám és a lépéshossz aránya. Az, hogy ez konstans, az azt jelenti, hogy minél többet/kevesebbet lépünk percenként, annál hosszabbak/rövidebbek a lépteink. Vagy fordítva: minél hosszabbak/rövidebbek a lépéseink, annál többet/kevesebbet lépünk percenként. A fizikában (matematikában) nem tanulunk ilyen összefüggést, nem is természetes, hogy ez az arány állandó.

Egy ember esetében elképzelhető, hogy ez nagyjából így van, de valóban szinte minden férfira általános érvényű lenne ez az arány? Ellentmond például annak a tapasztalatnak, hogy két, különböző nagyságú léptekkel haladó ember (akár felnőtt férfi) egymás mellett haladhat. Ennek éppen fordítottja a tapasztalat: az átlagsebesség felnőtt férfiak esetében nagyjából egyenlő, és két egymás mellett haladó ember közül az, aki kisebbeket lép, többet is lép. *A felírt összefüggés nehezen hihető.*

A feladat tehát egy olyan összefüggést mutat valósként, amelyet nem tekinthetünk általánosan érvényesnek, miközben a képletbe való helyettesítést (és csekély mértékben a kapott eredmény értelmezését) méri.

Talán hihetőbb lett volna kicsit precízebb kontextusban (például ugyanolyan magasságú emberek esetén) vagy fiktív környezetben.

További probléma, hogy a feladat (a magyar iskolarendszerben szokatlan módon) lemond a dimenziókról.

Mi tehát a 140 dimenziója? És mit takar?

n mértékegysége lépés/perc, P mértékegysége méter/lépés, így a 140 mértékegysége $\text{lépés}^2/(\text{perc} \cdot \text{méter})$.

$$A = \frac{n}{P} = 140 \left(\frac{\text{lépés}^2}{\text{perc} \cdot \text{méter}}\right).$$

Bár a feladat szövegében nincs benne, de (különösen a 2. kérdés alapján) azt sugallja, hogy a sebesség egyenletes. A sebesség viszont nem más, mint a percenként megtett lépésszám és a méterben kifejezett lépéshossz szorzata (méter/percben).

Jelölje ezt v_p. Eszerint $n \cdot P = v_p$.

Vagyis (mivel $n = 140P$) $v_p = n \cdot P = 140P^2$.

Azt kaptuk, hogy a sebesség – egyenletes sétatempó mellett jó közelítéssel – a lépéshosszal négyzetesen arányos.

Ez elég meglepő. Kérdés, hogy valóban így van-e. Bárhogyan is, ezen összefüggések ismeretében egészen másképpen oldjuk meg a feladatot. Ezt az a – fizikaórákon követett – törekvés is indokolja, hogy a feladatokat paraméteresen oldjuk meg, és az eredménybe helyettesítsük be az adatokat.

3.2.1. LÉPÉSEK, megoldás – újra

Felhasználva, hogy $\dfrac{n}{P} = 140 \left(\dfrac{\text{lépés}^2}{\text{perc} \cdot \text{méter}}\right)$, valamint $v_p = 140P^2 \dfrac{\text{m}}{\text{perc}}$, illetve $v = 8{,}4P^2 \dfrac{\text{km}}{\text{h}}$:

Az 1. kérdésben $n = 70$, tehát $P = 0{,}5$, illetve $v_p = 35$ (méter/perc), amiből $v = 2{,}1\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}}$. Ez – bár nem volt kérdés – irreálisan kicsi lépéshosszt és sebességet jelent.

A 2. kérdésben $P = 0{,}8$, tehát $v_p = 140 \cdot 0{,}8^2 = 89{,}6$ (méter/perc), amiből $v = 5{,}376\ \dfrac{\text{km}}{\text{h}}$. Ez reálisabb. (Egyébként $n = 112$.)

Érdekes, és nálunk nem szokás az irreális eredményt annyiban hagyni. Igaz, hogy nem volt kérdés a sebesség, így nem is szereznek róla tudomást, ám a diszkusszió, a kritikai feladatmegoldás fontos része az oktatásunknak.

Amellett, hogy a NAT célkitűzéseivel ellentétben áll egy ilyen feladat „vakon” történő megoldása, ebből is lehet tanulni.

3.2.2. Hogyan dolgoznánk fel egy ilyen típusú feladatot?

Egy lehetséges feldolgozási lehetőség: csoportos projektfeladatként.

Mérjétek meg, hogy melyikőtöknek mekkorák a lépései, és ki hányat lép egy perc alatt!

Tervezzétek meg, hogyan lehet egyenletes sebességet elérni! Gondolkodjatok el azon is, hogy miként lehetne nagyobb pontossággal mérni ezeket az adatokat!

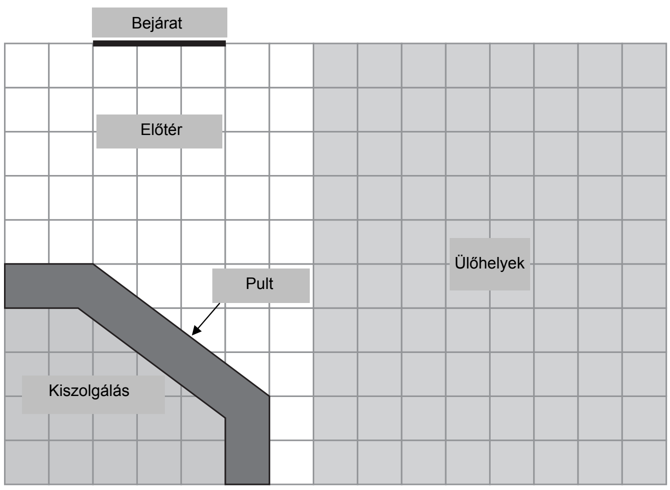
Írjátok fel, hogy kinek mekkora a sebessége, és mi a rá jellemző $\dfrac{n}{P}$ arány.

Készítsetek statisztikát arról, hogy hány emberre kaptátok nagyjából (10-re kerekítve) ugyanazt az $\dfrac{n}{P}$ értéket! Mekkora a kapott legkisebb és legnagyobb $\dfrac{n}{P}$ arány?

Találjatok ki beszédes nevet az $\dfrac{n}{P}$ arányra!

3.3. FAGYIZÓ

Az ábra Mari felújításra váró fagyizójának az alaprajzát szemlélteti. A kiszolgáló területet pult veszi körül. (Minden rácsnégyzet oldala fél méter.)



3. kérdés: Mari úgy számol, hogy egy (... az ábrán szemléltetett és részletesen leírt...) asztaltársaság egy másfél méter átmérőjű kört kitevő helyet foglal el. Legfeljebb hány asztaltársaságot tud leültetni az ülőhelyeknek kijelölt területre, ha azt szeretné, hogy a fal mentén, valamint két asztaltársaság között maradjon fél méternyi hely.

Mi is a feladat?

A leültetésre szolgáló területet rácstéglalappal szemléltethetjük, amelynek oldala (az egyszerűség kedvéért) 25 cm. A szintetikus matematikafeladatot többféleképpen is megfogalmazhatjuk.

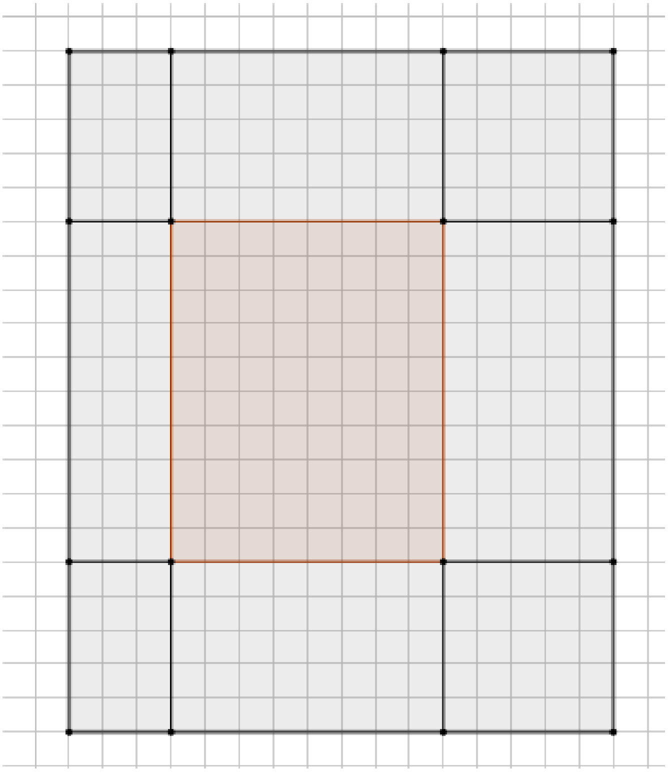
Nyitott feladatként:

Határozzuk meg, hogy egy 8×10-es téglalapban legfeljebb hány pont választható ki úgy, hogy azok páronként vett távolsága legalább 8 egységnyi (negyedméteres) legyen.

Zárt feladatként:

Bizonyítsuk be, hogy egy 8 és 10 egység oldalú téglalapban nem helyezhető el 5 pont úgy, hogy azok közül bármely kettő távolsága legalább 8 egység legyen!

Ez zárt feladatként sem egyszerűbb, mert az, hogy 4 pont elhelyezhető, egyszerűen látható, azt azonban, hogy 5 már nem helyezhető el, mindkét esetben bizonyítani kell.



Ez ránézésre nem magától értetődő, szisztematikusan végiggondolni (kellő ötlet nélkül) viszont reménytelen, hiszen a PISA feladatok megoldására rendelkezésre álló idő nem engedi meg a hosszas gondolkodást. A kombinatorikai gondolatmenet levezetése ráadásul nem várható el az adott korosztályba tartozó tanulóktól.

Mi a teendő ilyenkor? Mit vár a teszt? Blöfföljünk? Saccoljunk?

Ebben a konkrét esetben szinte be is tudjuk látni, hogy 5 pont nem helyezhető el, de ha egy kicsit nagyobb lenne a terület, már meglehetősen nehézzé válik a feladat.

4. A PISA teszt feladairól

Végignéztünk és több szempontból is elemeztünk három PISA feladatot. A példaként felhozott feladatokat persze önkényesen válogattuk, illetve választottuk ki, és szélsőségesen mutattuk be, de áttekintve a publikussá vált feladatokat, a feladatokról általánosságban is elmondható, hogy ezek láttán nemhogy választ kaptunk volna a kérdéseinkre, inkább további problémákat, kérdéseket vetett fel bennünk.

- Sok olyan feladat van, amely rutinszerű, de nehézkesen feldolgozható szövegbe van ágyazva. Ezeknek rendszerint rendkívül hosszú a leírása, miközben nagyon egyszerű a matematikai tartalma.
- Egyes feladatokat valóságosnak állít be, bár kevés a kapcsolatuk a realitással.
- Gyakran fordulnak elő felesleges, félrevezető és értelemzavaró magyarázkodások, ábrák.
- Egyes feladatok idegenszerű alkalmazás szintű ismeretet kérnek számon. Ismeretlen eredetű képletek vakon történő alkalmazása nem problémamegoldó matematikai gondolkodást igényel, és a NAT sem fogalmaz meg ilyen célokat.
- Kevés olyan feladat van, amely tényleges matematikai kihívást jelentene a tanulóknak. Ám azok, amelyek igen, azok jóval meghaladják az ismereteiket!
- Megjegyzés: a feladatok értékelése kétértékű: helyes vagy helytelen.

Szakmailag ezeket nem – vagy csak kis részben – tekinthetjük „teljes értékű” matematikafeladatoknak.

De vajon legalább arra választ kaptunk, hogy minek tudhatók be a rossz (illetve egyre romló) eredmények? Nos, erre is csak újabb kérdésekkel tudunk válaszolni:

- Vajon elég-e csak matematikát (és annyi alkalmazást, amennyi a tananyagban van) tudni általában az alkalmazáshoz?
- Vajon aki nagyon jó matematikából, maradéktalanul meg tudja-e oldani az alkalmazásra irányuló PISA-feladatokat?
- Vajon aki nem érti a matematikát, tudja-e alkalmazni?
- Milyen kompetenciák szükségesek a PISA feladatok megoldásához?
- Kinek lenne érdeke, hogy jobbak legyenek a PISA eredményeink?

Ha azonban mégis fontos lenne [valaki(k)nek] a PISA eredményeinek javítása, hogyan lehetne készülni rá?

Lehet-e bármi kézzelfogható haszna annak, ha a gyerekek meg tudnák oldani a PISA-feladatokat?

Hogyan lehetne fejleszteni, bővíteni a gyerekek ismereteit?

Nos, ez az egyetlen kérdésünk, amelyre választ kaptunk:

- Érdemes lenne megismerkedni a PISA teszt korábbi feladataival, illetve PISA-típusú feladatokkal.
- A feladatok matematikai tartalmára nagyobb hangsúlyt helyezve, azokat feldolgozva szélesíthetők a matematikai ismeretek, valamint az alkalmazás készsége is.

– A tapasztaltak visszacsatolás révén hathatnak a korábbi ismeretekre.

Az a véleményünk, hogy kellő keretek között feldolgozva PISA-típusú feladatokat, a gyerekek elméleti ismeretei, alkalmazási képességei egyaránt fejlődnének. Ezt a vélekedésünket támasztja alá az a tény – mint megtudtuk –, hogy a rangsor élmezőnyében található Szingapúrban rendszeresen foglalkoznak PISA-típusú feladatokkal az iskolákban.

Hivatkozások

[1] P Andrews, J Carrillo, N Climent, Erik De Corte, Fien Depaepe, K Fried, G Hatch, G Malaty, P Op't Eynde, S Palfalvi, J Sayers, T Sorvali, E Szeredi, J Török, Lieven Verschaffel: International comparisons of mathematics teaching: Searching for consensus in describing opportunities for learning, paper presented to discussion group 11, international comparisons in mathematics education , of the 10th International Congress on Mathematics Education (ICME-10) Copenhagen

[2] Próbáljuk meg! Feladatok és megoldások a PISA teszthez. Typotex, 2017. (Megjelenés alatt.)