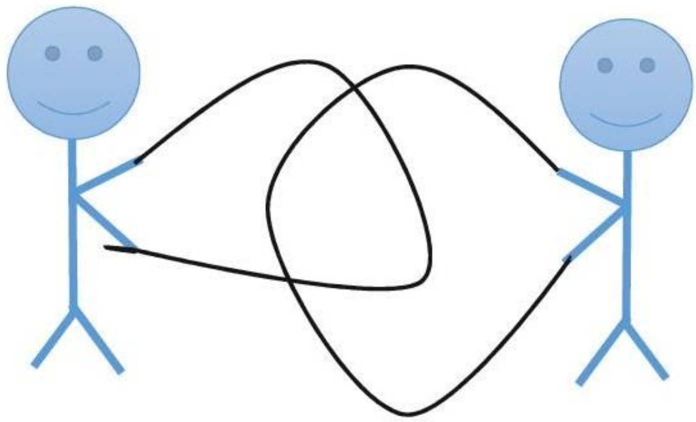
Szubjektív válogatás egy 27 éve működő szakkör feladataiból (5-6. osztály)

Játékok

1. Az ábrának megfelelően egymáshoz kapcsolt 2 személynek meg kell szabadulnia egymástól a madzag kioldása, elvágása nélkül. (A feladat megoldható.)



2. Van 2 szürke és 3 lila színű koronám, s ezt minden gyerek tudja, aki részt vesz a játékban. Elhelyezünk egymás mögött három széket, s ráül 3 gyerek. A hátsó látja a másik kettő fejét, a középső csak az első fejét látja, az első nem látja egyikük fejét sem. Felteszek egy-egy koronát a játékosok fejére, s az a feladatuk, hogy kitalálják, milyen színű korona van a saját fejükön.

3. A feladat ugyanaz, mint a 2. feladatnál, de a három játékos egy háromszög három csúcsában helyezkedik el, s mindannyian látják a másik két játékos fejét.

4. Van 22 „normális” csoki az asztalon és 1 chilivel töltött (22 rózsaszín kupak, meg egy kék). Ketten játszanak: felváltva el kell venniük az asztalról egy lépésben 1, vagy 2, vagy 3 csokoládét. Aki rákényszerül arra, hogy elvegye a chilivel töltöttet, annak azt meg kell enni. Keressünk nyerőstratégiát!

Számoljunk (de csak akkor, ha van kedvetek)

5. Egy csiga 2016.február 28-án reggel 6 órakor elkezd felmászni egy 15 méter magas fára. Este 6-ig 5 métert tesz meg, ekkor fáradtan elalszik. Reggel hatig alszik, s eközben 3 métert visszacsúszik. Ezután ugyanígy folytatja minden nap, amíg fel nem ér a fa tetejére.
   A) Mikor ér fel a fatetejére?
   B) Hányadikán, hány órakor lesz 9 méter magasan?

6. B = $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}+ \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{1}{9\cdot 10}$
   Verseny: egy csoki a leggyorsabban és helyesen dolgozónak (Esetleg csak hattagú az összeg).

7. Egy dobozban 67 golyó van: kis pirosak, nagy pirosak, kis fehérek és nagy fehérek. Mind a négy fajta golyóból van a dobozban legalább egy. A dobozban lévő golyókról az alábbiakat tudjuk:
   - a piros golyók száma osztható 5-tel

- a fehér golyók száma ugyanannyi, mint a nagy piros golyók száma
- legkevesebb a kis fehér golyókból van
- mind a négy fajta golyó száma prímszám.

Hány golyó van a dobozban az egyes fajtákból?

8. A morze - ABC alapjelei a ti (.) és a tá (-) . Leírható-e a bő magyar ABC - nek mind a 44 betűje legfeljebb négy jelből álló jelsorozatokkal?

9. Az $\overline{ABCD}$ egy ötjegyű szám, amelyben különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek. Képezzük az ötjegyű szám számjegyeinek felhasználásával az $\overline{AI}+\overline{BC}+\overline{CI}+\overline{DI}$ összeget! Mely ötjegyű szám esetén lesz az így kapott összeg a lehető legnagyobb, illetve a lehető legkisebb?
10. Az 1; 2; 3;………… 29; 30 számokat két csoportba lehet-e osztani úgy, hogy az egyes csoportokban lévő számok összege egyenlő legyen? Hát úgy, hogy a szorzatuk legyen egyenlő?(És három csoportba ?)

11. Ha az alább kijelölt összeadásokat jól elvégezzük, hány 1-es számjegy szerepel a végeredményben?

$$9 + 99 + 999 + 9999 + 99999 + \ldots\ldots + 99999\cdots99$$

Az utolsó összeadandó 2017 darab kilencesből áll.

12. Hány fokos szöget zárnak be 3 óra 12 perckor az óra nagy- és kismutatói?
13. Egy csodafa az első napon $1\frac{1}{2}$-szeresére, a második napon $1\frac{1}{3}$-szorosára, a harmadik napon $1\frac{1}{4}$-szeresére, a negyedik napon $1\frac{1}{5}$-szörösére nőtt, és így tovább. Hány nap elteltével lett az eredeti magasságának százszorosa?

Megj.: Még ide illeszkedne a sakk feltalálójának története is.

Lehet, nem lehet

14. Két gyufásdobozt nevezzünk szomszédosnak, ha egy-egy oldallapjuk valamekkora területen érintkezik. (Nem szomszédos két gyufásdoboz, ha csak csúcsaik, vagy éleik érintkeznek.) Készíts 5 gyufásdobozból olyan építményt, melyben minden gyufásdoboznak:
    a) két szomszédja
    b) három szomszédja
    c) négy szomszédja van.

15. Egy 4 x 4 - es táblázat minden mezőjén áll egy katicabogár. Vezényszóra mindegyik átmászik a saját mezőjéről egy azzal élben szomszédos másik mezőre. Lehetséges-e, hogy ezt követően is pontosan egy katicabogár lesz mindegyik mezőn? Mi a válasz akkor, ha 5 x 5 - ös táblázat esetén vizsgáljuk ugyanezt a kérdést?

16. Legfeljebb hány darab
    a) bástya
    b) futó
    c) vezér

d) huszár

rakható fel egy sakktáblára,hogy közülük semelyik kettő ne álljon ütésben?

17. Le lehet-e fedni 31 darab 1 x 2-es dominóval egy olyan sakktáblát, amelynek
    a.) két szomszédos sarokmezője hiányzik?
    b.) két szemközti sarokmezője hiányzik?
    (Bármelyik 1 x 2-es dominó akkora, hogy a sakktábla két szomszédos mezőjét fedi le pontosan.)

18. Bizonyítsd be, hogy a 2017-nak van olyan többszöröse, amely mind a tíz számjegyet tartalmazza!

Stratégia

19. Két gyerek játszik. Egyikük mond egy egész számot 1-től 10-ig. A másik azt a számot mondja ki, amit úgy kap, hogy a társa által mondott számhoz hozzáad egy egészet 1-től 10-ig. És így tovább. A játékot az a játékos nyeri, aki ilyen feltételek mellett kimondja a 100-at. Mit gondolsz, valamelyik gyerek tud-e úgy taktikázni, hogy biztosan megnyerje a játékot?

20. Ketten játszanak. Kijelölnek a számegyenesen valahány szomszédos egész számot. Ezt követően felváltva lehúznak a kijelölt számok közül vagy egyet, vagy két szomszédosat. Az nyeri a játékot, aki az utolsó kijelölt számot húzza le. Van-e valamelyik játékosnak nyerő stratégiája?

21. Péter és Pál játszanak. Felváltva egy-egy 10 forintost raknak le egy kezdetben üres, téglalap alakú asztalra. Tetszőlegesen sok érméjük van, melyeket fektetve helyeznek el az asztalon. Az érmék egymásra nem kerülhetnek, még részben sem. Az a játékos nyer, amelyik még tud érmét tenni az asztalra, de a következő lépésben a társa már nem. Van-e valamelyik játékosnak nyerőstratégiája? Vajon változna-e a helyzet, ha kör alakú asztalon játszanának?

22. Egy kupacban 123 kavics van, egy másik kupacban pedig 456 kavics. Két játékos felváltva elvesz valamelyik kupacból néhány kavicsot (legalább egyet, de akár az összes kavicsot is elveheti az egyik kupacból). Az a nyertes, aki utoljára tud elvenni kavicsot. Van-e valamelyik játékosnak nyerőstratégiája?

23. Két játékos felváltva ír egy táblára 10-nél nem nagyobb pozitív egész számokat. Az veszít, aki olyan számot kénytelen felírni a táblára, amely egy korábban felírt számnak az osztója. Van-e valamelyik játékosnak nyerő stratégiája?

24. Egy 8 x 8-as táblázat bal alsó sarkában áll egy bábu. Ketten játszanak, Kezdő és Második. Először Kezdő lép: vagy jobbra, vagy felfelé, vagy átlósan jobbra-felfelé léphet egyet a bábuval. Ezután következik Második. Ő is a már említett három lépés lehetőségből választhat. Ezután felváltva lépegetnek, mindig az említett három lehetőségből választva. Az nyeri a játékot, aki a jobb felső sarokban lévő mezőre lép.
    Van-e Kezdőnek, vagy Másodiknak nyerőstratégiája?

Invariancia

25. Az ábrán látható korongokat juttassuk át az üres mezőkre, minél kevesebb lépéssel! (Egy lépés azt jelenti, hogy valamelyik koronggal átugorhatunk egyetlen, sorban, oszlopban vagy átlósan szomszédos korongot. Egy mezőn mindig csak egy korong lehet.

■	■°	■	■	■	
■	■	■	■		
■	■	■			
■	■				
■					

26. A CSODAFÁN 20 banán és 20 narancs termett. Egyszerre mindig két gyümölcsöt szakítunk le a fáról. Ha a leszakított két gyümölcs különböző, tehát egy banán és egy narancs, akkor egy banán nő a fán helyettük,ha viszont két egyforma gyümölcsöt szakítunk le, tehát vagy két banánt, vagy két narancsot, akkor egy narancs nő a fán helyettük. Milyen szisztéma szerint szednéd le a fáról a gyümölcsöt, ha azt szeretnéd elérni, hogy a CSODAFÁN maradó egyetlen gyümölcs banán legyen?

27. Sári és Juli játszanak. A táblára felírták 1-től 23-ig a pozitív egész számokat. Először Sári töröl le két számot, s felírja helyettük a két szám nem negatív különbségét. Ezután Juli teszi ugyanezt. Felváltva addig folytatják az eljárást, amíg a táblán egy szám marad. Ha ez a szám páratlan Sári nyer, ha páros, akkor Juli. Van-e valamelyik játékosnak nyerőstratégiája?

28. Egy asztalon van egy papírlap. Első lépésben négy darabra tépjük. Második lépésben a darabok közül néhányat külön-külön négy darabra tépünk. Folytatva az eljárást, lehet-e 40 papírdarab az asztalon? És ötven?

Skatulyaelv

29. Tizennyolc lap mindegyikére felírtak egy-egy 1 és 10 közötti egész számot. Igazold, hogy kiválasztható a tizennyolc lap közül 5, melyeknek vagy mindegyikén azonos szám, vagy mindegyikén különböző szám áll!

30. Igazold, hogy egy 30 fős osztályban van két olyan tanuló, akiknek ugyanannyi barátja van az osztály tagjai között! (A baráti kapcsolat kölcsönös)

31. Készítettünk egy 1-es, két 2-es, három 3-as, négy 4-es, …………. végezetül kilenc darab 9-es számkártyát, majd az összes kártyát beletettük egy dobozba. Legkevesebb hány kártyát kell bekötött szemmel kivenni a dobozból, hogy a kivettek között biztosan:
a) legyen két kártya,melyek egyikén páros, a másikon páratlan szám van
b) legyen hárommal osztható számot tartalmazó kártya
c) legyen hat azonos számot tartalmazó hat számkártya
d) több legyen a páratlan számot tartalmazó kártya,mint a páros számot tartalmazó ?

32. Ádám rajzolt egy 12 cm oldalú négyzetet. Marci, a testvére azt állítja, bárhogyan jelölnek ki ezen a négyzeten 50 pontot, egy 6 cm^2 területű téglalappal le lehet takarni a pontok közül legalább hármat.

Ádám szerint ez nem biztos, attól függ, hogyan jelölik ki az 50 pontot. Melyik gyereknek van igaza? Indokolj!

33. Egy 1 km oldalhosszúságú, négyzet alakú erdőben 4500 fa van, s mindegyik fa átmérője legfeljebb 50 cm. Igazoljuk, hogy van az erdőben 10 m-szer 20 m-es téglalap alakú rét!

Egy megkedvelt szó: faktoriális

34. A 6! – t úgy mondjuk, hogy „hat faktoriális”. Az 1! = 1, a 2! = 1·2 =2, a 3! = 1·2·3 = 6, a 4! = 1·2·3·4 = 24, …. és így tovább.
    a) Milyen számjegyre végződik az alábbi összeg?
    A = 1! + 2! + 3! + 4! +…. +28! + 29! + 30!

    b) Határozd meg a B szám tízes helyi értékén álló számjegyét!

    B = 1! + 2! + 3! + ……… + 29! + 30!

35. Hány nullára végződik a 30! szám?

36. A 145 érdekes szám, mert egyenlő számjegyei faktoriálisának összegével, azaz:145 = 1! + 4! + 5! . Vajon van-e hasonlóképpen érdekes kétjegyű szám?
37. Legyen N = 1! + 2! + 3! + 4! + …… + 98! + 99! + 100!
    Igazold, hogy az N
    a) nem írható fel két szomszédos egész szám szorzataként

    b) nem négyzetszám

    c) nem prímszám.

38. Adjunk meg 2017 darab egymást követő természetes számot, melyek mindegyike összetett szám.

Geometria

39. Egy pók egy kocka alakú szobában az egyik sarokból a szemközti sarokba szeretne eljutni:
    a) a lehető legrövidebb úton,
    b) a kocka élei mentén, a legrövidebb úton,
    c) a falon mászva a legrövidebb úton.
    Milyen útvonalat válasszon az adott feltételek mellett?

40. Egy pohár falán kívül van egy hangya, a pohár falán belül pedig egy mézcsepp. Keresd meg a hangyának a legrövidebb utat (a pohár falán mászva) a mézcsepphez.

41. Egy téglalap egyik csúcsánál kivágunk a téglalapból egy kisebb téglalapot. Keress olyan egyenest, amelyik felezi az így megmaradó L-alakú idom területét!

42. Egy szabályos háromszög belsejében melyik az a pont, melynek a háromszög három oldalától mért távolságainak összege a lehető legnagyobb?

43. Darabolj fel egy négyzetet az oldalaival párhuzamos egyenesekkel
    a) 10
    b) 20

c) 30
d) 2017
kisebb (nem feltétlenül egybevágó) négyzetre.