



# Szöveges feladatok – matematikán innen és túl

Csíkos Csaba  
ELTE TÓK

Rátz László Vándorgyűlés, Székesfehérvár, 2017. július 4.



## Egy PISA-feladat



A Gotemba turistaút, ami felvezet a Fuji hegyre, 9 km hosszú. A turistáknak legkésőbb este nyolcra kell teljesíteniük a 18 km utat, és visszatérni a kiinduló pontra.

Toshi úgy becsüli, hogy a felfelé vezető úton 1,5 km-t tud megtenni átlagosan egy óra alatt, lefelé kétszer olyan gyorsan tud haladni. Ez az időkalkuláció magába foglalja a pihenő, és az étkezésre fordított időt is.

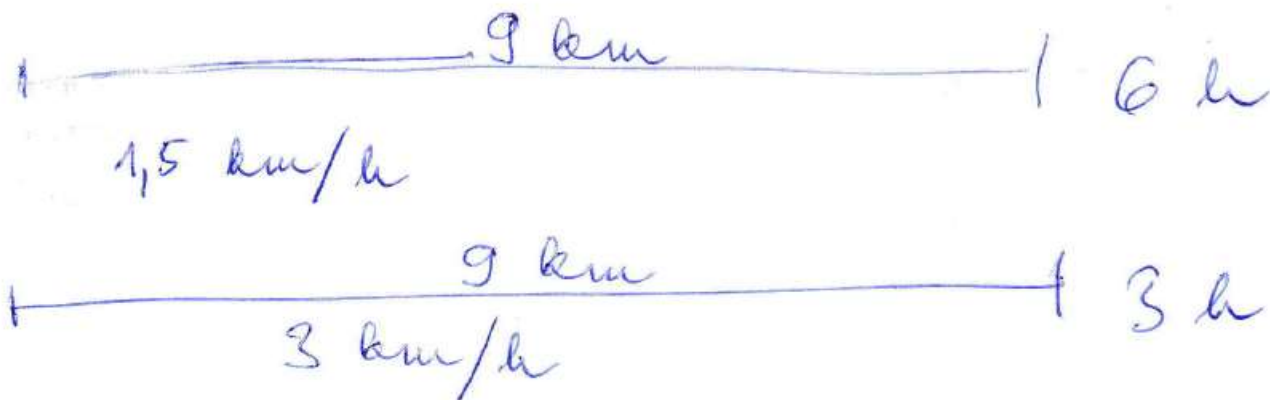
Figyelembe véve Toshi számításait, mi az a legkésőbbi idő, amikor el kell indulnia a túrára, hogy visszaérjen este nyolcra?



A Gotemba turistaút, ami felvezet a Fuji hegyre 9 km hosszú. A turistáknak legkésőbb este nyolcra kell teljesíteniük a 18 km utat, és visszatérni a kiinduló pontra.

Toshi úgy becsüli, hogy a felfelé vezető úton 1,5 km-t tud megtenni átlagosan egy óra alatt, lefelé kétszer olyan gyorsan tud haladni. Ez az időkalkuláció magába foglalja a pihenő, és az étkezésre fordított időt is.

Figyelembe véve Toshi számításait, mi az a legkésőbbi idő, amikor el kell indulnia a túrára, hogy visszaérjen este nyolcra?



11<sup>00</sup>





A Gotemba turistaút, ami felvezet a Fuji hegyre 9 km hosszú. A turistáknak legkésőbb este nyolcra kell teljesíteniük a 18 km utat, és visszatérni a kiinduló pontra.

Toshi úgy becsüli, hogy a felfelé vezető úton 1,5 km-t tud megtenni átlagosan egy óra alatt, lefelé kétszer olyan gyorsan tud haladni. Ez az időkalkuláció magába foglalja a pihenő, és az étkezésre fordított időt is.

Figyelembe véve Toshi számításait, mi az a legkésőbbi idő, amikor el kell indulnia a túrára, hogy visszaérjen este nyolcra?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Felfelé: } \frac{9 \text{ km}}{1,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 6 \text{ h} \\ \text{Lefelé: } \frac{9 \text{ km}}{2 \cdot 1,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}} = 3 \text{ h} \end{array} \right\} \text{Összesen } 9 \text{ h}$$

$$\text{Indulási idő: } (20:00) - (9:00) = 11:00$$





A Gotemba turistaút, ami felvezet a Fuji hegyre 9 km hosszú. A turistáknak legkésőbb este nyolcra kell teljesíteniük a 18 km utat, és visszatérni a kiinduló pontra.

Toshi úgy becsüli, hogy a felfelé vezető úton 1,5 km-t tud megtenni átlagosan egy óra alatt, lefelé kétszer olyan gyorsan tud haladni. Ez az időkalkuláció magába foglalja a pihenő, és az étkezésre fordított időt is.

Figyelembe véve Toshi számításait, mi az a legkésőbbi idő, amikor el kell indulnia a túrára, hogy visszaérjen este nyolcra?

11 óra



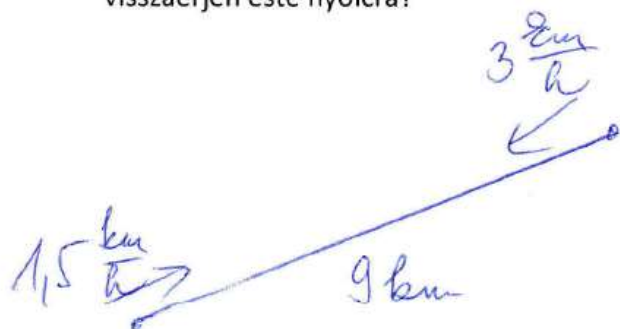




A Gotemba turistaút, ami felvezet a Fuji hegyre 9 km hosszú. A turistáknak legkésőbb este nyolcra kell teljesíteniük a 18 km utat, és visszatérni a kiinduló pontra.

Toshi úgy becsüli, hogy a felfelé vezető úton 1,5 km-t tud megtenni átlagosan egy óra alatt, lefelé kétszer olyan gyorsan tud haladni. Ez az időkalkuláció magába foglalja a pihenő, és az étkezésre fordított időt is.

Figyelembe véve Toshi számításait, mi az a legkésőbbi idő, amikor el kell indulnia a túrára, hogy visszaérjen este nyolcra?



$$\begin{array}{r} \rightarrow \quad 9 : 1,5 = 6 \quad 6 \text{ h} \\ \times \quad 9 : 3 = 3 \quad 3 \text{ h} \\ \hline \quad \quad \quad 9 \text{ h} \end{array}$$

$$20 \text{ h} - 9 \text{ h} = 11 \text{ h}$$





# Matematikai gondolkodási folyamatok típusai a PISA-felmérésben



- Megfogalmazás – problémahelyzetek matematikai leírása
- Alkalmazás – matematikai fogalmak, tények, eljárások és következtetési gondolkodás alkalmazása
- Értelmezés – matematikai eredmények értelmezése, alkalmazása és értékelése

A háromféle folyamat részaránya az értékelésben 25% ; 50% ; 25%



# A magyarországi eredmények tartalmi területek szerint (2012)



- Változások és összefüggések: 481  
(OECD-átlag: 493)
- Tér és alakzat: 474  
(OECD: 490)
- Mennyiség: 476  
(OECD: 495)
- Adat és bizonytalanság: 476  
(OECD: 493)





# A magyarországi eredmények gondolkodási folyamatok szerint (2012)



- Megfogalmazás: 469  
(OECD: 492)
- Alkalmazás: 481  
(OECD: 493)
- Értelmezés: 477  
(OECD: 497)



- A *Megfogalmazás* (azaz a problémahelyzetek matematikai modellezése) tudásdimenzió olyan szöveges feladatokkal mérhető, amelyben a szövegben szereplő fogalmakat, számadatokat el kell képzelni, azokhoz valamilyen matematikai modellt társítunk.
  - Ennek tudományos vizsgálata a holland realiztikus matematikai mozgalomból indult
    - „A hentes 10 kg húst rendelt a meglévő 26 kg mellé. Hány kiló hús van nála most?”  
MIRE ODAÉR A MEGRENDELTE 10 KG, CSAK ELFOGY VALAMENNYI A 26 KG-BÓL...”  
(Freudenthal)



# Horizontális matematizálás



- Treffers a Freudenthal Intézetből:
  - Matematizálás = a matematika művelésének folyamata
  - Horizontális matematizálás: a tanuló matematikai eszközöket használ a valóságban fölmerült problémák megoldására, a valóságot szimbólumokká alakítva
  - Vertikális matematizálás: a matematikai tudás rendszerének belső újraszervezése, a matematikai szimbólumok világán belül maradva
- “How does the student become involved in applications of mathematics? Throughout most of his education, mainly through ... ‘word’ problems”. (Pollak, 1969, 393. o.)



- Matematikai szöveges feladatok funkciói a történelem és az iskolai tanulmányok során
  - Szövegbe öltöztetett műveletvégzés (tanpélda)
  - A valóság matematikai modellezésének feladatai (Treffers)
  - Rekreációs, rejtvény jellegű feladatok
  - Politikai-világnézeti nevelés feladatai
- A funkciók gyakran egy feladaton belül is keverednek



- 4000 évvel ezelőtt egy írnok a Rhind-papiruszra a következő feladatot vetette:

Van hét ház; mindegyik házban van hét macska; mindegyik macska megöl hét egeret; mindegyik egér megevett hét kalász gabonát [más forrás szerint: hét szem árpát]; mindegyik kalászból hét *hekatnyi* gabona termett volna. Mennyi az itt felsorolt dolgok összege? [azaz mennyi lett volna a termés?]





- „Egy bognár kocsit készített. A hozzávaló anyag 35 koronába került. Dolgozott rajta 4 napig 3 legény. Minden legény naponta 4 korona bért kapott. Mennyibe került a kocsi? Mennyi volt a bognár haszna, ha 100 koronáért adta el?”

(Beke Manó (1920): Számtan a népiskolák III. osztályának)



# Történelmi korszakok feladatai



- „Egy Trabant és egy Skoda egymástól 40 km távolságra vannak. Egyszerre...”
- „A fekete mambakígyó a világ leggyorsabb szárazföldi kígyója. 1 óra alatt 18 km-t képes megtenni...”
- „Ancsa őrsé annyi papírt gyűjtött, mint Jutkáé, de 50 kg-mal kevesebbet, mint Zsuzsié. A három őrs összesen 550 kg-ot gyűjtött.....”
- „A Szovjet Hadsereg egyik partizánja a Honvédő Háború alatt 960 km utat tett meg...”
- „Ödömér terasza 588 cm hosszú és 348 cm széles. Padlózatát egyenlő méretű, négyzet alakú lapokkal szeretné beborítani.”



# Milyenek a mai szöveges feladatok?



- Fiú-lány nevek megjelenése; feminista matematikadidaktika (Boaler)
- Tárgyak, állatok, mesehősök
- Pénz, pénznemek

A PRIMAS projekt ([www.primas-project.eu](http://www.primas-project.eu)) tanár-továbbképzési moduljaiban (vezető alkotó: Malcolm Swan) számos olyan példát találunk, amelyek a mai gyerekek érdeklődéséből indulnak ki, arra építenek szöveges feladatokat.



# Didaktikai egyezmény és szocio-matematikai normák



- Brousseau: didactical contract – didaktikai egyezmény
  - A didaktikai szituációk szereplőinek elvárásainak, meggyőződéseinek, eszközeinek, eredményeinek és a büntetéseknek együttese, amelyeket a tanulók, a pedagógusok, a szülők és a társadalom észlel
- Yackel és Cobb (1996) – socio-mathematical norms
  - Osztálytermi szintű szabályok a matematikai tevékenységekre
    - „Nálam ezt így kell tudni”
- Mai kutatások a témában inkább a belief-vonulat hagyományaira építenek



# Szociomatematikai normák alakítása a tankönyvekben



## Szöveges feladatok

1. A cinke az egyik madáretetőben 4 szem búzát, a másikban 6 szem napraforgót talált. Összesen hány magot talált a cinke?

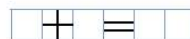
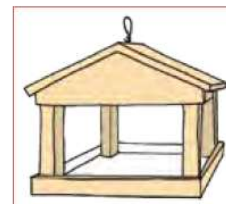
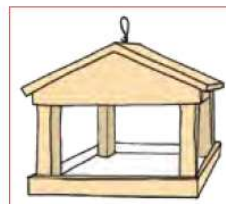


Készíts rajzot!

Jegyzd le számokkal is!

Írd le művelettel!

Válaszolj a kérdésre!



A cinke  magot talált.





**2.** Viki a madáretetőnél 7 cinkét és 3 verebet látott. Hány kismadár volt összesen a madáretetőnél?



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Összesen  kismadár volt a madáretetőnél.





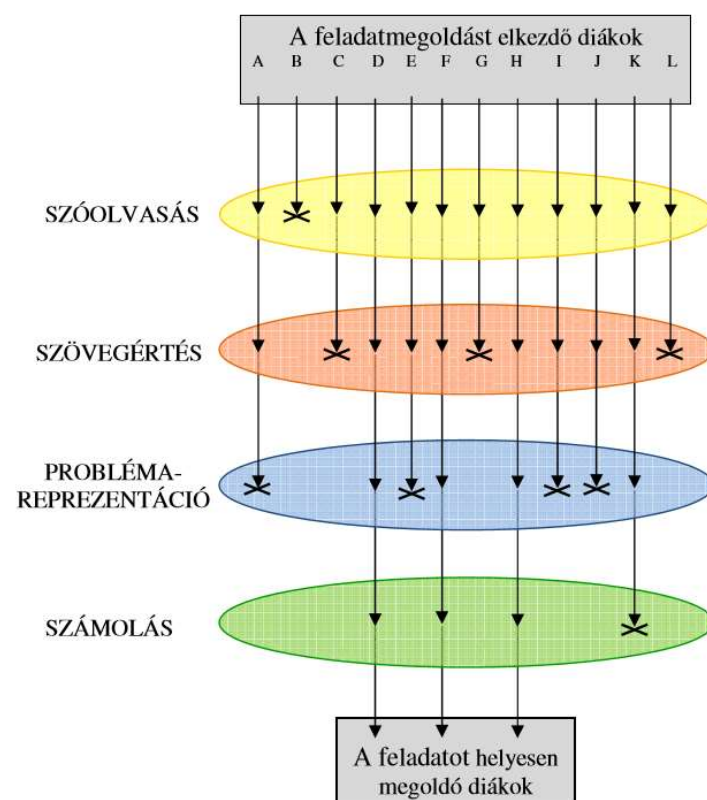
# Szövegértés és matematikai szöveges feladatok



- Nehezen kutatható a két terület összefüggése
  - A nemzetközi mezőnyben Nortvedt publikáció érdekesek
  - Az ősforrás: Kintsch és Greeno (1985): Understanding and solving word arithmetic problems



# Kelemen Rita modellje



30. ábra

A Kritériumrendszer-modell



# Szöveges feladatok a téttel bíró értékelésben



Egy irodaházban ez a felirat található a liftben:

**A lift 14 embert szállíthat.**

A reggeli csúcsforgalomban 269 ember akar felmenni a  
lifttel. Hány csoportban férnek be a liftbe ezek az emberek?





# Egy versenyfeladat



- András, Bence és Csaba együtt járnak uszodába. Ezen a télen 18 alkalommal voltak, mindannyiszor diák belépőt vettek. Csabánál sosem volt pénz, így 11 alkalommal András, 7 alkalommal Bence fizette mindhármuk belépőjét. A tavasz első napján Csaba kiszámolta, hogy összesen 7200 Ft-tal tartozik a barátainak a belépőkért. Kinek mennyit fizessen? Írd le, a megoldás gondolatmenetét, indoklását is!



# Hogyan oldjunk meg szöveges feladatokat? (És hogyan tanítsuk a megoldás folyamatát?)



- Ugye mindenki látott már olyan taneszközt, amely a tanterem falán függve 4 vagy 6 lépésben magyarázta el, hogyan „kell” megoldani „a” szöveges feladatokat?
- Számos feladatnál jól működik ez a 4 vagy 6 lépés.
  - Két baj mégis van:
    - Számos esetben mégsem működik.
    - Egyre többször nem működik majd, ahogyan kezdjük megtalálni a „tanpéldák” célszerű arányát.



# C. Neményi és Káldi tankönyvből

(C. Neményi Eszter és Káldi Éva (1991): Matematika – általános iskola 4. osztály. Tankönyvkiadó, Budapest, 35-36. o.)



- Én a szöveges feladatokat szeretem a legjobban – mondta Levente.
- Mit szeretsz rajtuk? – kérdezte Zsuzsi, akinek főképpen az szerzett örömet, amikor sikerült úgy begyakorolnia egy-egy műveletet, hogy nem volt egy hibája sem a felmérőben.
- A szöveges feladatok érdekesek. Gondolkodni lehet rajtuk, és jó, amikor kitalálom, hogy mi a megfejtés. Olyan, mint egy találós kérdés.
- Akkor mondd el, hogyan oldasz meg egy szöveges feladatot – kérte Marika néni. – Jó lenne, ha tanulhatnánk egymástól!
- **A legfontosabb, hogy jól meg kell érteni, amit a feladat elmond és amit kérdez** – kezdte Levente. – Ehhez némelyik szöveges feladatot kétszer, háromszor is elolvasom. Segít az is, hogy elképzelem, amiről szól, mintha én is ott lennék. Néha le is rajzolom szakaszokkal vagy nyilakkal. Legtöbbször már ilyenkor kitalálom a választ a kérdésre, de legalábbis van valamilyen elképzelésem.
- **Ezután írok a feladatról – például a rajz segítségével - megoldási tervet: számfeladatokat, nyitott mondatokat.** Gyakran sikerül egyetlen nyitott mondatot írni az egészről, de néha csak kettő vagy három elég hozzá.
- **Megoldom a számfeladatokat, nyitott mondatokat sorban, ahogy a megoldási tervben elterveztem.** Mindjárt ellenőrizni is szoktam a számításokat.
- **Aztán megnézem, hogy az eredmény elképzelhető-e.** Ilyenkor a kiszámított eredménnyel újra végiggondolom a feladatot. (Az az igazság, hogy néha elfelejtkezem erről, de tudom, hogy hozzátartozik a megoldáshoz.)
- **Végül szavakkal is leírom a választ.**
- Levente, ha erről egyikről sem fogsz elfelejtkezni, akkor biztosan hibátlan lesz minden munkád! – mondta örömmel Marika néni.
- Az is előfordul – szólt közbe Laci-, hogy nincs minden adat megadva. Máskor pedig fölösleges vagy hibás adat van a feladatban.
- Ilyenkor mit lehet tenni? – kérdezte Marika néni.
- Hát? – nézett kicsit tanácstalanul Laci a tanító nénire.
- Néha méréssel, számolással pótolhatjátok a hiányzó adatot. Máskor nem pótoljuk, hanem táblázatot készítünk különböző lehetséges adatokkal – és ezt a táblázatot fogadjuk el megoldásnak. A hibás vagy felesleges adatokról pedig alkalmanként eldöntjük, hogy mi lehet a hibás adat, vagy mire nincs szükségünk a megoldáshoz.



- Én a szöveges feladatokat szeretem a legjobban – mondta Levente.
- Mit szeretsz rajtuk? – kérdezte Zsuzsi, akinek főképpen az szerzett örömet, amikor sikerült úgy begyakorolnia egy-egy műveletet, hogy nem volt egy hibája sem a felmérében.
- A szöveges feladatok érdekesek. Gondolkodni lehet rajtuk, és jó, amikor kitalálom, hogy mi a megfejtés. Olyan, mint egy találos kérdés.
- Akkor mondd el, hogyan oldasz meg egy szöveges feladatot – kérte Marika néni. – Jó lenne, ha tanulhatnánk egymástól!
- A legfontosabb, hogy jól meg kell érteni, amit a feladat elmond és amit kérdez – kezdte Levente. – Ehhez némelyik szöveges feladatot kétszer, háromszor is elolvasom. Segít az is, hogy elképzelem, amiről szól, mintha én is ott lennék. Néha **le is rajzolom** szakaszokkal vagy nyilakkal. **Legtöbbször már ilyenkor kitalálom a választ a kérdésre**, de legalábbis van valamilyen elképzelésem.
- Ezután írok a feladatról – például a rajz segítségével - megoldási tervet: számfeladatokat, nyitott mondatokat. Gyakran sikerül egyetlen nyitott mondatot írni az egészről, de néha csak kettő vagy három elég hozzá.
- Megoldom a számfeladatokat, nyitott mondatokat sorban, ahogy a megoldási tervben elterveztem. Mindjárt ellenőrizni is szoktam a számításokat.
- Aztán megnézem, hogy az eredmény elképzelhető-e. Ilyenkor **a kiszámított eredménnyel újra végiggondolom a feladatot**. (Az az igazság, hogy néha elfelejtkezem erről, de tudom, hogy hozzátartozik a megoldáshoz.)
- Végül szavakkal is leírom a választ.
- Levente, ha erről egyikről sem fogsz elfelejtkezni, akkor biztosan hibátlan lesz minden munkád! – mondta örömmel Marika néni.
- Az is előfordul – szólt közbe Laci-, hogy nincs minden adat megadva. Máskor pedig fölösleges vagy hibás adat van a feladatban.
- Ilyenkor mit lehet tenni? – kérdezte Marika néni.
- Hát? – nézett kicsit tanácstalanul Laci a tanító nénire.
- Néha méréssel, számolással pótolhatjátok a hiányzó adatot. Máskor nem pótoljuk, hanem táblázatot készítünk különböző lehetséges adatokkal – és ezt **a táblázatot fogadjuk el megoldásnak**. A hibás vagy felesleges adatokról pedig alkalmanként eldöntjük, hogy mi lehet a hibás adat, vagy mire nincs szükségünk a megoldáshoz.





7. A parkolóban 4 motor és 6-szor annyi autó áll.  
Hány autó van a parkolóban?

$6 \cdot 4 = 24$	$4 \cdot 6 = 24$																			
<u>24</u>																				
24 autó van a parkolóban																				



# A megoldás folyamatának kutatása



- A megoldásból visszakövetkeztetés a gondolkodási folyamatokra

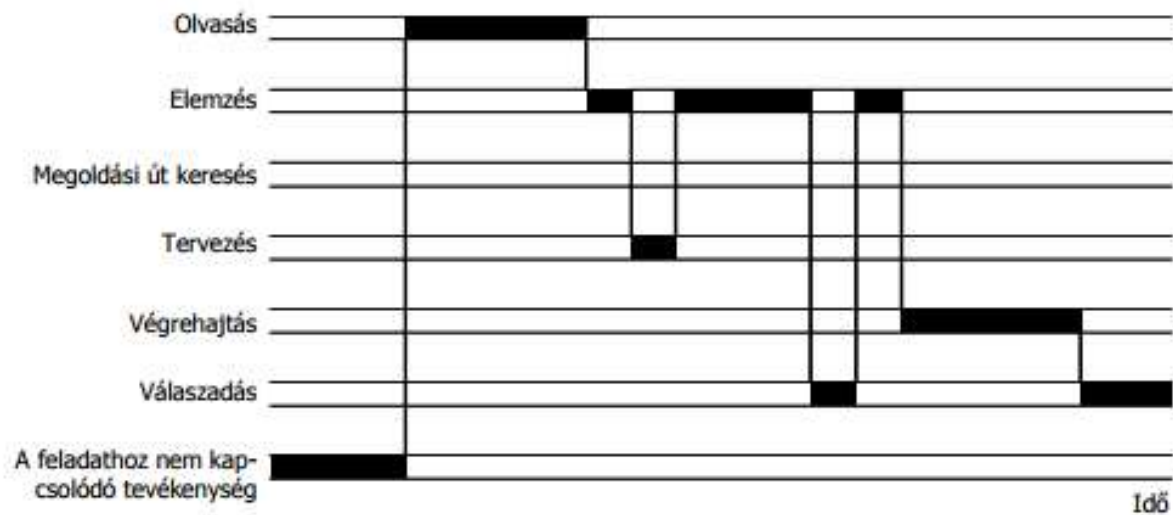
A 10 literes kerti locsolóban 6 liter víz van. Mennyi víz lesz benne, ha még 6 litert öntünk bele?  $10 + 6 + 6 = 22$  liter víz van benne.





## • Videomegfigyelés

Kelemen Rita, Csikos Csaba és Steklács János





- Hangosan gondolkodtatás

- 125 birkát terel 5 pásztorkutya. Hány éves a juhász?

- „ $125+5=130$  ... ez túl nagy, és  
 $125-5=120$  is még mindig túl nagy... azonban ...  $125:5=25$  ... ez már működik. Szerintem a juhász 25 éves.”



- Szemmozgás-vizsgálat





# A fejlesztés lehetséges útjai



- A nevezetes flamand fejlesztő kísérlet (Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H., & Ratinckx, E. (1999). Learning to solve mathematical application problems: A design experiment with fifth graders. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(3), 195-229.)
  - Dizájn kísérletek elvi alapjai (Brown, 1992, ld. Csíkos (2012): Pedagógiai kísérletek kutatás-módszertana)



# Békés megyei fejlesztő kísérlet (Csíkos, 2005, 2007)



Óra	Stratégia	Rövid tartalmi leírás
1	az eredmény értelmezése	100:8 értelmezése
2		érdeemes-e kerekíteni?
3		irreális végeredmények
4	hétköznapi tudás felhasználása	mérések (hossz, idő)
5		pénzzel bánunk
6		csiga és ló
7	a megoldás megtervezése	favágó vagy valódi?
8		zavaró és hiányzó adatok
9		becslés lesz vagy egzakt?
10	megoldások értékelése, hibakutatás	esztétikai megfontolások
11		flamand átvett
12		hol volt a hiba?
13	integrálás	tanári "think-aloud"
14		Pólya lépései
15		profik és amatőrök



# Fejlesztő kísérletünk 3. osztályban (Csíkos, Szitányi és Kelemen, 2012)



## • Rajzok szerepe a feladatmegoldásban

- Mayer és Hegarty kutatásai
  - Egyenes és fordított szövegezés
  - Kognitív stílusok és matematikai teljesítmény
- Kognitív stílusok: „kattintott képkorszak” (Kárpáti Andrea)

Tanítási egység	Szövegesfeladat-típus			
	Számtani művelettel megoldható	Egy darab megoldás	Egy lépésben megoldható	Egyenes szövegezésű
1	n	i	-	-
2	n	n	-	-
3	n	i	-	-
4	n	n	-	-
5	i	-	i	i
6	i	-	i	i
7	i	-	i	n
8	i	-	i	n
9	i	-	i	i/n
10	i	-	i	i/n
11	A feladatokhoz készíthető rajzok típusainak elemzése			
12	n	n	-	-
13	i	-	i	i
14	n	n	-	-
15	i	-	i	n
16	i	-	i	i
17	i	-	i	i/n
18	i	-	i	i/n
19	i	-	n	i
20	i	-	n	n





# A fejlesztés mottója egy mondatban

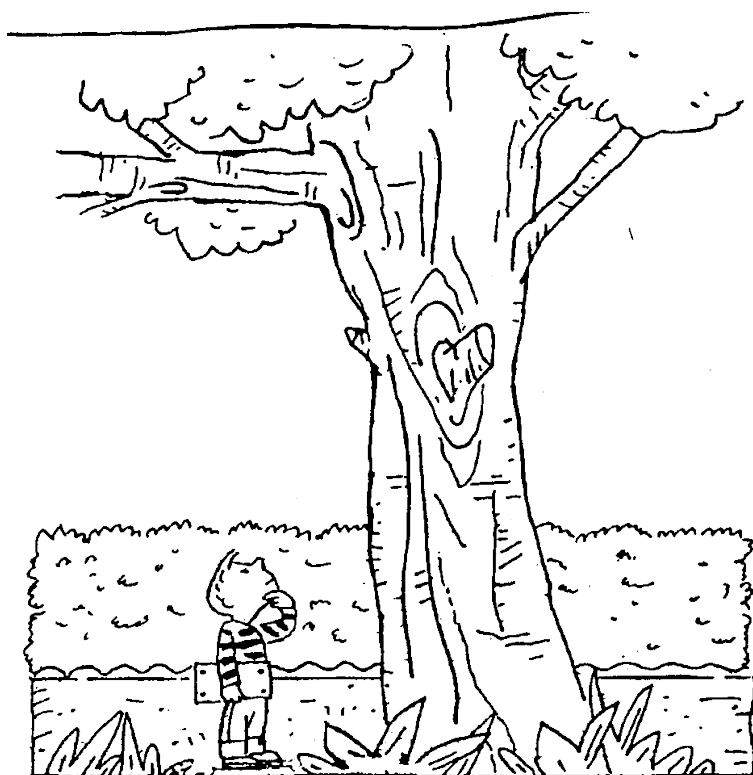


„A legrosszabb, amit egy problémával tehetsz, ha teljesen megoldod.”

/Daniel Kleitman/



# Több lehetséges jó megoldásra vezető feladatok





# „Kevéssé hagyományos” feladat



## 1 Strukturált problémák (folyt.)

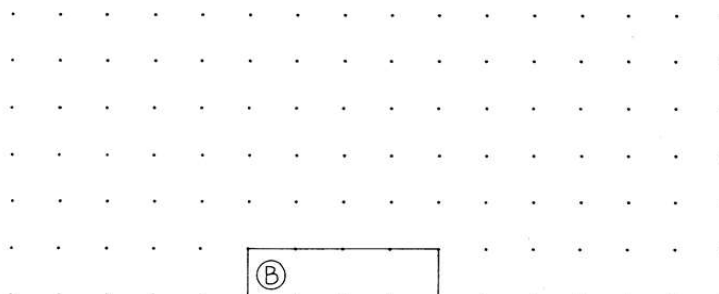
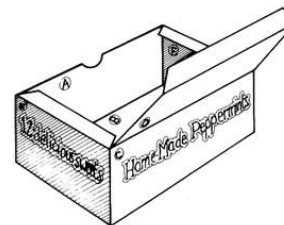
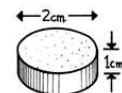
### Doboz tervezése 18 bonbonhoz

Képzeld, hogy egy tervező cégnél dolgozol, és az a feladatod, hogy 18 bonbon számára alkalmas dobozt tervezsz. Egy bonbon átmérője 2 cm, magassága pedig 1 cm.

A dobozhoz egy darab A4-es lapot használhatsz föl, és a lehető legkevesebb vágásra legyen szükség.

A lenti rácsos papíron rajzold le, és jelöld egyértelműen, hol kell hajtani vagy ragasztani a papírt, hogy elkészüljön belőle a doboz!

Ellenőrzésképpen készítsd is el a dobozt!





## Sharing petrol costs

Each day Dan's mum drives him to school.

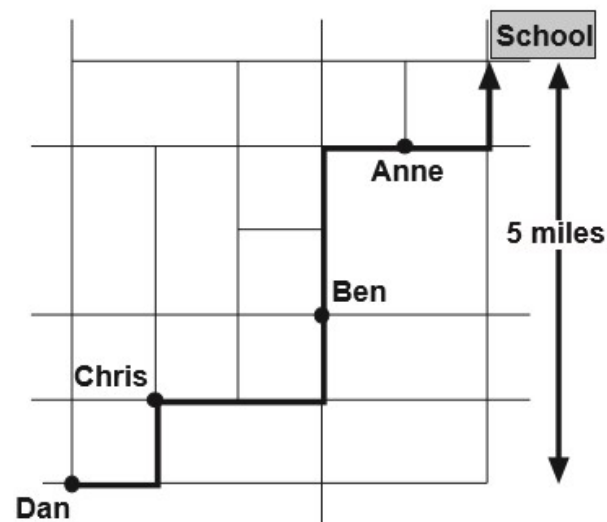
On the way, she picks up 3 of Dan's friends, Chris, Ben and Anne.

Each afternoon, she returns by the same route and drops them off at their homes.

At the end of a term, the four students decide to pay a sum of 100 euros towards the cost of petrol.

How should they share out the cost?

Find some reasonable solutions and say which you think is best and why.



This map shows where each person lives and the route taken.

Two reasoned methods are shown below. Which do you consider better?

### Method 1:

This is to share the cost in the proportion to the road distance people live from school:

2: 5: 8: 10. So:



## A 90-es évek holland-magyar érettségi projektjének egy feladata (Tompa, 1999)



- Péter 20 perces nyelvleckéket, Ágnes 48 perces kisfilmeket gyűjt. Egyforma műsoridejű videokazettát kaptak ajándékba, és mind a ketten annak örültek, hogy maximálisan ki tudják használni a kazettát. Hány perces kazettát kaphattak? (8 pont)



# A fejlesztő beavatkozás időzítése



- A Föld számos országában elvégzett kutatások eredményei arra mutatnak, hogy 10 éves korra merev feladatmegoldó sémák alakulnak ki, amelyek a szöveges feladatok bizonyos típusainál jól működnek (Verschaffel, De Corte és Lasure, 1994; Csíkos, 2003; Verschaffel, Van Dooren, Greer és Mukhopadhyay, 2010)
- A szövegesfeladat-megoldási stratégiák explicit tanítása önmagában sem nem jó, sem nem rossz
  - A tanulók mindenképpen kifejlesztnek magukban feladatmegoldó stratégiákat (kezdve az elemi számolási készség stratégiáival óvodáskorban)
  - Célszerű a feladatmegoldó stratégiák rugalmasságát, adaptivitását fejleszteni, fenntartani





# Pólya hozzájárulása



## *A FELADAT MEGÉRTÉSE*

- Mit keresünk? Mi van adva? Mit kötünk ki?
- Kielégíthető-e a kikötés? Elegendő a kikötés az ismeretlen meghatározásához? Vagy nem elegendő? Vagy kevesebb is elég volna? Vagy ellentmondás van benne?
- Rajzolj ábrát. Vezess be alkalmas jelölést.
- Válaszd szét a kikötés egyes részeit. Fel tudod írni őket?

## *TERVKÉSZÍTÉS*

- Nem találkoztál már a feladattal? Esetleg a mostanitól kissé eltérő formában?
- Nem ismersz valami rokon feladatot? Vagy olyan tételt, aminek hasznát vehetnéd?
- Nézzük csak az ismerlent! Próbáld visszaemlékezni valami ismert feladatra, amelyben ugyanez vagy – ehhez hasonló – az ismeretlen.
- Itt van egy már megoldott rokon feladat. Nem tudnád hasznosítani? Nem tudnád felhasználni az eredményét? Nem tudnád felhasználni a módszerét? Nem tudnád esetleg valami segédelem bevezetésével felhasználhatóvá tenni?
- Nem tudnád átfogalmazni a feladatot? Nem tudnád másképpen is átfogalmazni? Idézd fel a definíciót!
- Ha nem boldogulsz a kitűzött feladattal, próbálkozzál először egy rokon feladattal. Nem tudnál kigondolni egy könnyebben megközelíthető rokon feladatot? Egy általánosabb feladatot? Vagy egy speciálisabbat? Vagy egy analóg feladatot? Nem tudnád megoldani legalább a feladat egy részét? Tartsd meg a kikötés egyik részét, a többit ejtsd el. Mennyire van így meghatározva az ismeretlen, mennyiben változhat még? Nem tudnál az adatokból valami hasznosat levezetni? Nem tudnál mondani más adatokat, amelyek alkalmasak az ismeretlen meghatározására? Meg tudnád úgy változtatni az ismerlent vagy az adatokat, vagy ha szükséges, mind a kettőt, hogy az új ismeretlen és az új adatok közelebb essenek egymáshoz?
- Felhasználtál minden adatot? Számításba vitted az egész kikötést? Számbavetted a feladatban előforduló összes lényeges fogalmat?

## *TERVÜNK VÉGREHAJTÁSA*

- Ellenőrizz minden lépést, amikor végrehajtod tervedet. Bizonyos vagy benne, hogy a lépés helyes? Be is tudnád bizonyítani, hogy helyes?

## *A MEGOLDÁS VIZSGÁLATA*

- Nem tudnád ellenőrizni az eredményt? Nem tudnád ellenőrizni a bizonyítást?
- Nem tudnád másképpen is levezetni az eredményt? Nem tudnád az eredményt egyetlen pillantásra belátni?
- Nem tudnád alkalmazni az eredményt vagy a módszert valami más feladat megoldására?



# A tanárképzés, a tanítóképzés és -továbbképzés feladatai



- A matematikai szöveges feladatok változatos típusainak elemzése – nem csupán matematikai, hanem pszichológiai és társadalmi szempontból is
  - Egy véletlenszerűen polcra leemelt alsós matematika tankönyv egy oldalán 11 szöveges feladat közül 10 szövegbe öltöztetett műveletvégzés funkciót töltött be, és talán egy volt, amelyik a valóság matematikai modellezését segítette elő.
  - Vidákovich és Csapó (1998) vizsgálatában a 70-es évek Nagy József-i feladatbankjának feladatait oldották meg alsós tanulók, ám a feladatok összeválogatása során nehézségekbe ütköztünk a szereplő tartalmak elavultsága, politikai színezete miatt.
  - A gondolkodásfejlesztést jól szolgáló szöveges feladatok a valóság matematikai modellezését szolgálják elsősorban, és az adott tanulócsoport élményvilágához, tapasztalataihoz erősen kötődnek (ld. problémaalapú vagy kutatásalapú matematikai nevelés)



## Szöveges feladatok – matematikán túl



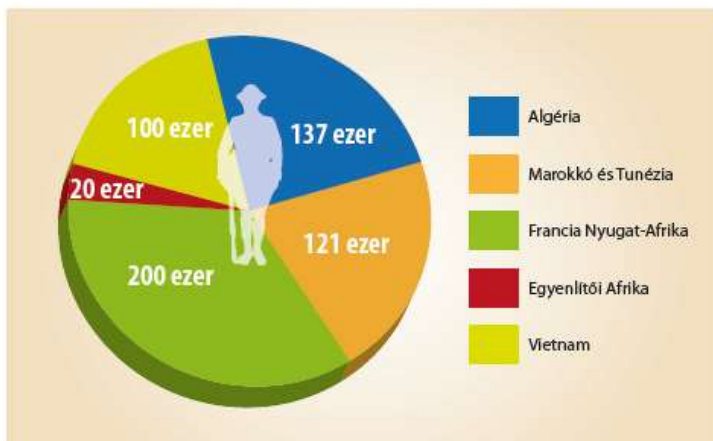
- A 10 kg tömegű táskánkat lassan, egyenletesen visszük fel a 8 m hosszú emelkedőn 2 m magasra. Vizsgáljuk meg, mekkora munkát végeznek a folyamat során a táskákra ható erők! (OFI-tankönyv, 9. osztály, fizika, a Munka című fejezet, 95. o.)
- Egy kisebb szekrény tömege 12 kg. Azt tapasztaljuk, hogy 60 N nagyságú vízszintes irányú erő hatására a test éppen megmozdul, az egyenletes mozgathatósához 36 N erő szükséges. Mekkora a tapadási és a csúszási súrlódási együttható értéke? (OFI-tankönyv, 9. osztály, fizika, 54. o., Az erők játéka fejezet)



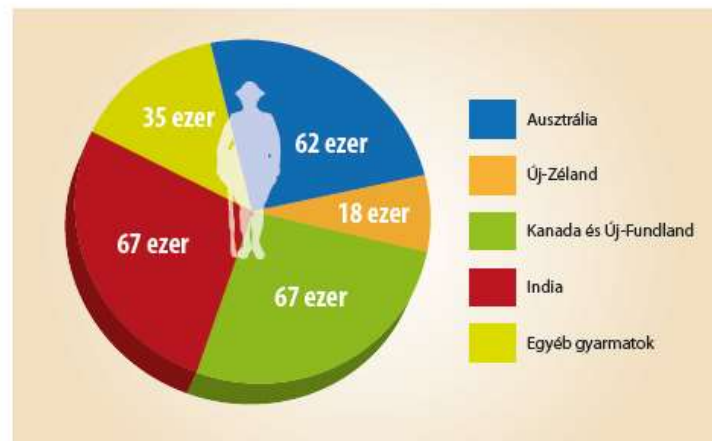
- A papucsállatkák átlagosan 27 óra alatt osztódnak ketté. Korlátlan növekedés esetén mennyi időre lenne szükség ahhoz, hogy egyetlen papucsállatka utódainak térfogata egyenlő legyen a Föld térfogatával? A számításhoz a következő adatokat használd: a Föld sugara 6378 km, egy papucsállatka térfogata nagyjából egy kb. 0,1 milliméter élhosszúságú kocka térfogatával egyezik meg, továbbá  $2^{10} \approx 10^3$ . (OFI-tankönyv, 10. osztály, Biológia-egészségtan munkafüzet, 87. o.)



3 Az alábbiakban két antantország hadseregének Európán kívüli katonáiról szóló kördiagramokat láthat. A források tanulmányozása után ismeretei segítségével döntse el, hogy igazak vagy hamisak-e a táblázat állításai!



Az I. világháborúban a francia seregben szolgáló gyarmati katonák aránya (ezer fő)



Az I. világháborúban a brit hadseregben elesett katonák aránya (ezer fő)

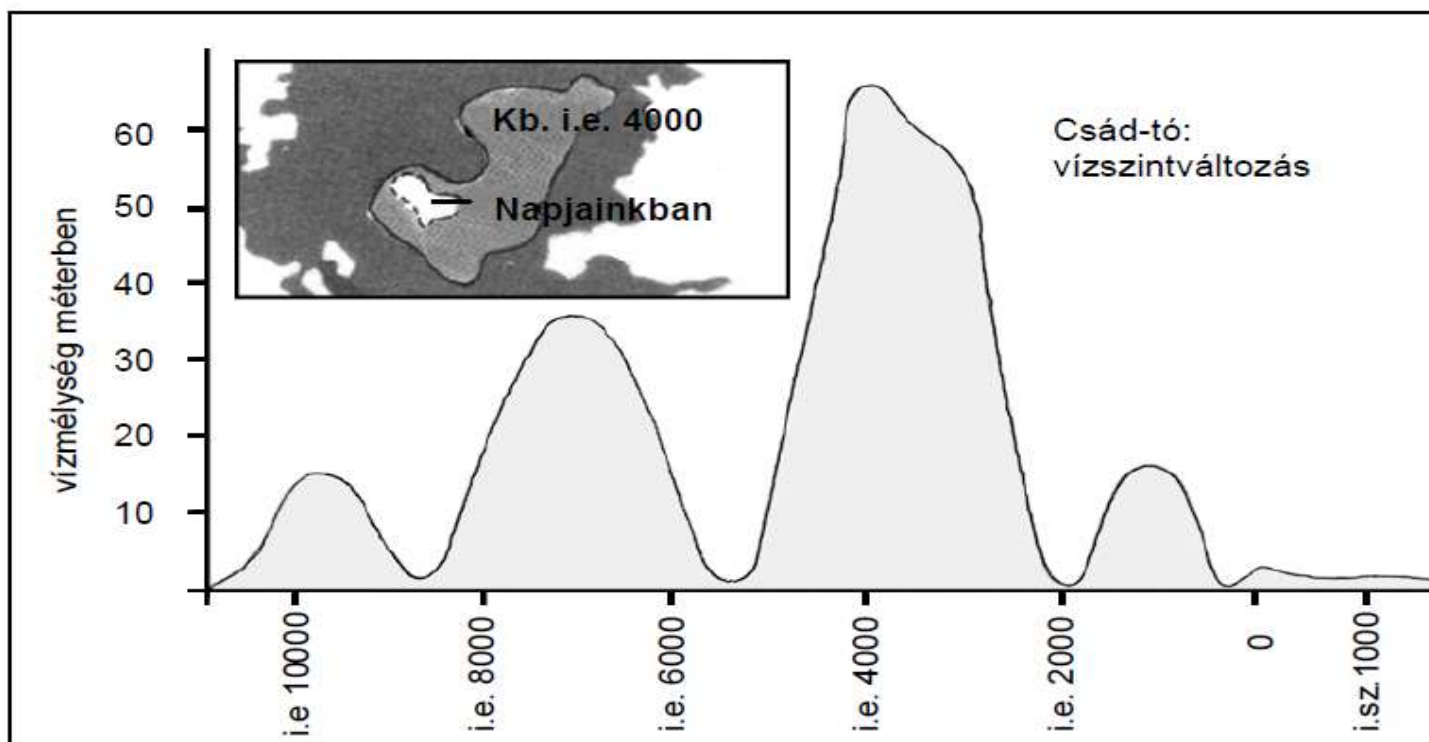
Állítás	Igaz	Hamis
1. A két hadsereg hasonló arányban vette igénybe a gyarmati lakosság katonai szolgálatait.		
2. A brit hadsereg Európán kívüli katonáinak többsége a domíniumokból érkezett.		
3. Az európai hadszíntereken a színes bőrű katonák veszteségei arányaiban nagyobbak voltak.		
4. A brit hadvezetés a franciával szemben tartott az afrikai katonák tömeges harcra küldésétől.		
5. A brit haderő Európán kívüli katonáinak többsége a franciával szemben nem európai frontokon esett el.		





# A CSÁD-TÓ

Az 1. ábra az Észak-Afrika szaharai részén található Csád-tó vízszintjének változásait mutatja. A Csád-tó kb. i.e. 20 000-ben, az utolsó jégkorszak alatt teljesen eltűnt, majd i.e. 11 000 körül újra megjelent. A tó szintje ma kb. ugyanolyan magas, mint i.sz. 1000-ben volt.



Megközelítőleg milyen dátummal kezdődhet az 1. ábrán található grafikon?  
Miért ezt a dátumot választották a grafikon kiindulópontjaként?





“If I had an hour to solve a problem I'd spend 55 minutes thinking about the problem and 5 minutes thinking about solutions.”  
(Albert Einstein)

Köszönöm a figyelmet!  
[csikos.csaba@tok.elte.hu](mailto:csikos.csaba@tok.elte.hu)