„Óriások vállán…” Mesterek és Hagyományok

Lajos Józsefné és Pálfalvi Józsefné

Rázz László Vándorgyűlés Békéscsaba 2013. július 2.

A „STANDING ON THE SHOULDERS OF GIANTS” – mondás Newton 1676. február 5-én Robert Hookhoz írott levelében található. Newton ezzel szerényen arra utalt, hogy eredményeit mások kutatásai tették lehetővé, és a teljes mondat így szólt: „If I have seen further it is by standing on the shoulders of giants.” Jelentése szabad fordításban: „ Ha valaha is messzebb láthattam az azért lehetett, mert óriások vállán álltam.”

GYÖKEREK, ÉRTÉKEK, ZÁSZLÓVÍVŐK

- Világhírű matematikusok, nagyszerű tanárok, szaktudományos igényesség

Mindig voltak (vannak!) olyan kiemelkedő magyar matematikusok, akiknek szívügye volt a matematika tanítása. Közreműködtek tankönyvek és egyéb oktatást segítő írásokkal, tanároknak szóló előadásokkal, folyóiratok szerkesztésével, biztos hátteret nyújtottak tanítási kísérletekhez, versenyekhez, és fontos szerepet vállaltak a szakmai közéletben. A matematikusok mellett mindig voltak (vannak!) olyan kiemelkedő tanárok, akik hozzáértéssel és lelkiismeretes munkával tudtak élni az ilyen szakmai iránymutatással.

- Nemzetközi irányzatok, magyar specialitások

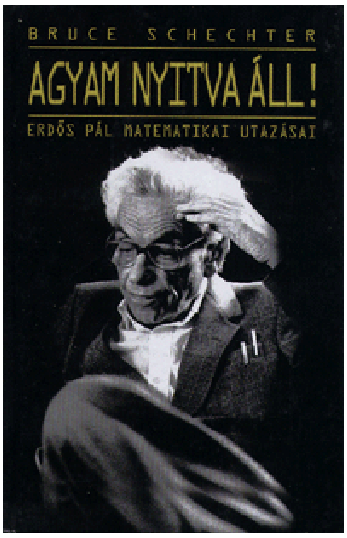
Mindig igyekeztünk megfigyelni a nemzetközi trendeket, de a speciális magyar viszonyokhoz igazítva alkalmazni. Az 1960-as évek elején Amerikában és Nyugat-Európában a szputnyik-sokk hatására végigsöpört egy a matematikatanítás megújítását célzó erőteljes mozgalom. Ez is hozzájárult ahhoz, hogy Varga Tamás kiváló munkatársak segítségével megindította a komplex matematikatanítási kísérletet. Olyan új általános iskolai tantervet dolgoztak ki, amelyben az iskolába lépéstól kezdve igazi matematikát tanultak a gyerekek, túllépve a korábbi számtan-mértan tanításán. A matematikai igényesség és az életkori sajátosságok együttes kezelése alapvető cél volt. Fontossá vált a tanulók önálló gondolkodása, tevékenysége, vitakészsége, képességeik differenciált fejlesztése, a matematika megszerettetése. Ennek a kísérletnek a tapsztalataira épült az 1978-as általános iskolai tanterv bevezetése. Varga Tamás és munkatársainak eszmeisége, munkásságának hatása külföldön és itthon napjainkban is tovább működik.

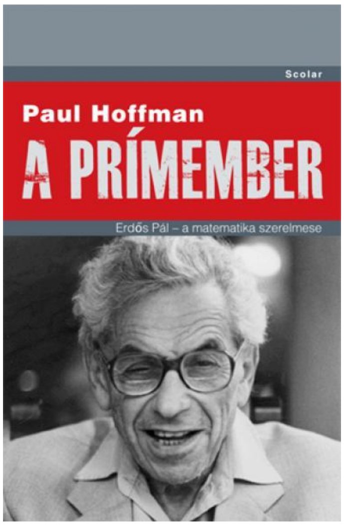
- Tehetségképzés

Ez Magyarországon több mint egy évszázada sikeresen működik és a nemzetközi elismerés legfontosabb tényezője. Az eredményes tehetségképzés az egész oktatásra nagy hatással van. A versenyek anyaga bekerül az iskolai oktatásba, az érdekes, újszerű feladatokkal megismerkedik a szakma, a versenyfeladatok gazdagítják a tankönyvek anyagát is. Segítenek megtalálni a tehetséges gyerekeket az órákon is, ez pedig a versenyfeladatok kitűzőit újabb alkotó munkára serkenti. Ez a folyamat fontos szerepet játszik az oktatás színvonalának emelésében is. A magyar matematikatanítás legfontosabb területe a feladatmegoldás. A szakmai közvélemény általában azokat a feladatokat tartja igazán jónak, amelyek a tananyag ismeretén túl valamilyen speciális gondolkodási műveletet, találékonyságot is igényelnek vagy több témakört is érintő problémát kell megoldani. Az órákra a tanár úgy választja ki a feladatokat, hogy azok alapján jusson el a tanítandó ismeretanyaghoz. A jó tankönyvek illetve a módszertani segédletek, szakcikkek általában ehhez nyújtanak segítséget.

Erdős Pál
(1913-1996)

Erdős Pál 100 éve született, a XX. század egyik legkiemelkedőbb matematikusa. **A** matematika minden ágával foglalkozott, különös tekintettel a számelméletre, a kombinatorikára, a halmazelméletre, az analízisre és a valószínűség-számításra.
1983-ban megkapta a matematikusok Nobel-díjaként emlegetett Wolf-díjat és a Magyar Népköztársaság Állami Díját.
„Az égben Isten vezet egy Nagy Könyvet, amelyben minden matematikai probléma elegáns megoldása megtalálható."





Pálmay Lóránt
(1929-2012)

Pálmay Lóránt kimagasló matematika tudása, csodálatos memóriája mellett széleskörű humán műveltséggel bíró, minden iránt érdeklődő segítőkész ember volt. Nagy kiránduló volt, szerette a tréfát. Remek pedagógusként határozott véleményét mindig úgy mondta meg, hogy senkit meg nem bántott. Mosolygó kedves arcáról sugárzott a jóindulat. Egyik legnagyobb érdeme - a matematika műveltségterület NAT Bizottságának elnökeként - Varga Tamás szellemiségének beépítése az 1995-ös NAT-ba. Elmondhatjuk, hogy ez olyan jól sikerült, hogy azóta is megtaláljuk a NAT nemzedékek mindegyikében Varga Tamás örökségét, a matematika megszerettetését és megértését támogató elveket. Pálmay Lóránt nemzedékek matematikatanára, példaképe.

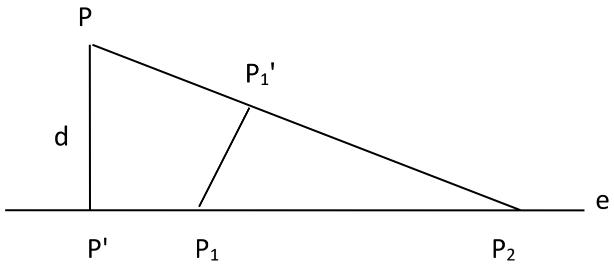
Pálmay Lóránt feljegyzéseket készített Erdős Pál előadásairól.

A Gallai-Sylvester tétel

1938-ban James Joseph Sylvester angol matematikus a következő sejtést fogalmazta meg:

Adott a síkon véges sok pont úgy, hogy bármely két pontját összekötő egyenes tartalmaz még legalább egyet e pontrendszer pontjai közül, akkor a pontrendszer pontjai mind egy egyenesen vannak.

E sejtést először Gallai Tibor bizonyította be 1933-ban. Ezután e tételre több bizonyítás is született. Közülük L.M. Kelly amerikai matematikus szellemes megoldása a következő:
Tegyük fel, hogy az állítás nem igaz, azaz e pontrendszer pontjai nincsenek mind egy egyenesen.
Minthogy véges sok pont van, ezek véges sok egyenest határoznak meg. Tekintsük a pontoknak az egyenesektől mért pozitív távolságát. Ezen távolságok is véges sokan vannak. Véges sok pozitív szám között van legkisebb. Legyen ez a legkisebb távolság a P pontnak az e egyenestől vett távolsága: d. P pontnak az e-re eső merőleges vetületét jelölje P'. P' az egyenest két félegyenesre bontja. Minthogy e-n a pontrendszerből legalább 3 pont van, az egyik félegyenesen legalább két pont szerepel, az ábra szerinti P_1 és P_2. A $PP_2P'\Delta$ P_2P' befogójának belső pontja P_1. Ennek a PP_2 egyenesre eső merőleges vetülete P_1'. Az ábra segítségével belátható $P_1P_1' < d$
(a bizonyításhoz felhasználható, hogy a $PP_2P'\,\Delta \sim P_1P_2P_1'\Delta$) .
Ez ellentmond annak, hogy d a minimális távolság. Tehát a pontrendszer minden pontja egy egyenesre illeszkedik

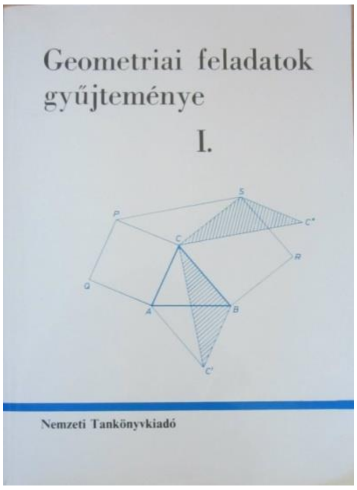


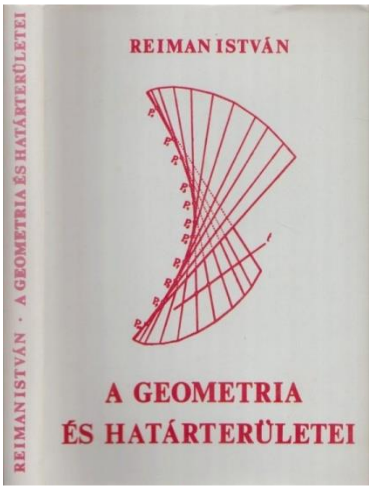
<u>Megjegyzés:</u>
<u>1)</u> Erdős Pál nem tudott Sylvester sejtéséről, amikor azt ő is megfogalmazta. Erre adott Gallai Tibor megoldást.
2) Erdős Pál Kelly megoldását, mint az egyik legszebb bizonyítást, többször előadta Magyarországon is (pl. 1993-ban a Szolnokon a Rátz László Vándorgyűlésen). Erdős úgy fogalmazott:"Az igazán elegáns bizonyítások egy nagy könyvben vannak. Szerintem Kelly a nagy könyvbeli megoldást találta meg."

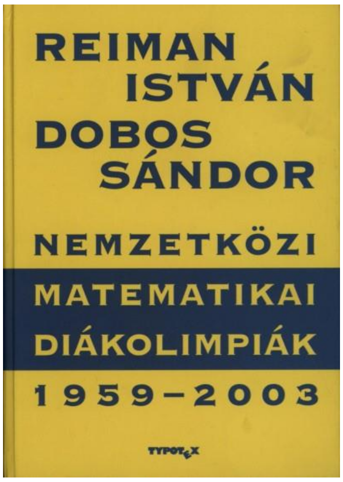
Reiman István

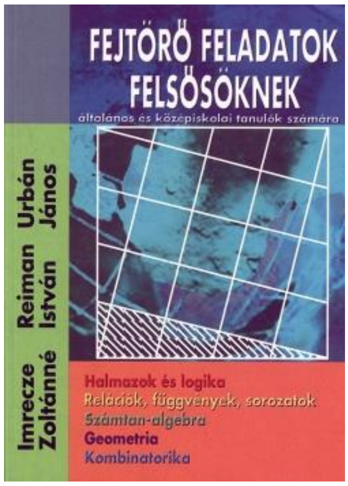
(1927-2012)

Reiman István a magyar matematikai tehetségképzés kiemelkedő alakja. 1949–1953 között végezte el az ELTE TTK matematika–fizika szakát. 1953-tól 1970-ig az ELTE, majd 1970–1996 között a Budapesti Műszaki Egyetem Geometria tanszékének oktatója, 1986–1992 között tanszékvezető.
1970-től a matematikai tudományok kandidátusa.
1961–2002 között a Nemzetközi Matematikai Diákolimpiák magyar csapatának felkészítője volt.
A mai, aktív korban lévő és kiemelkedő magyar matematikusok többségét tanította, az úgynevezett *Reiman-szakkörön*, amely a 70-es években minden második szombat délután volt megtartva, a júniusi intenzív olimpiai felkészítő előkészítőjeként.









A gondolkodás iskolája

2001/02

1. Születésnap

Daninak 2001. november 27-én volt a születésnapja. Az ünnepi tortára annyi gyertya került, mint ahány éves lett, és életkora most megegyezik a születési évében szereplő számjegyek összegével. Mennyi?
[2001/45., 48.]

2. Tehetségkutatás

András, Béla, Csaba és Dani úszversenyt rendeznek egymás között. Edzőjük kérdésére a következő válaszokat adták:

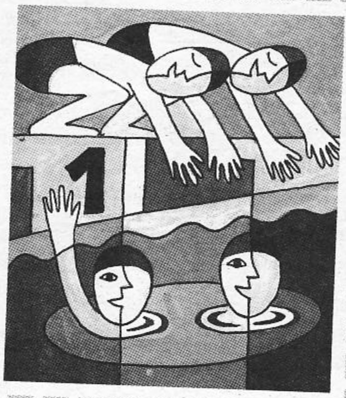
(1) **A**ndrás: *Én lettem az első.*

(2) **B**éla: *Sajnos, én lettem az utolsó.*

(3) **C**saba: *Se első nem lettem, se utolsó.*

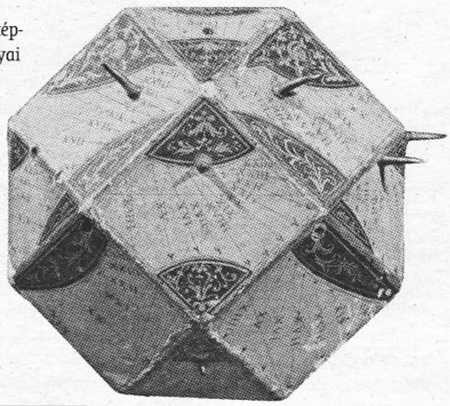
(4) **D**ani: *Nem én lettem az utolsó.*

Nagyapjuk – aki látta a versenyt – elmondta az edzőnek, hogy holtverseny nem volt, három fiú igazat is mondott, egy azonban hazudott. Ki lett az első, és ki az utolsó?
[2001/46., 49.]



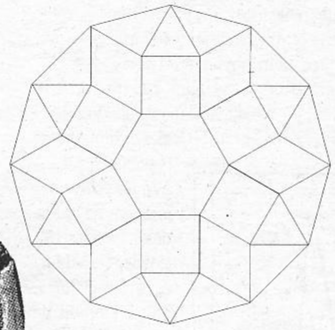
4. Ergó?

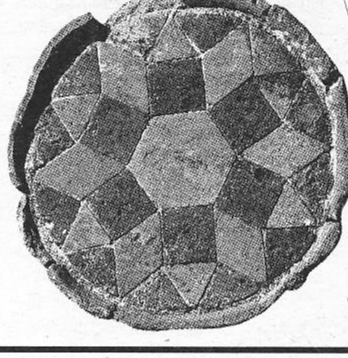
A bergengóc parlamentben 67 képviselő van. Az ország tartományai lélekszámuk arányában kapják a mandátumokat. A legtöbb lakója Beregföldnek van, aztán az Ergóvölgy következik. A lakosság eloszlására jellemző, hogy mind a 11 tartomány képviselteti magát, és valamennyi különböző számú honatyával. Hány tagú lesz az ergóvölgyi képviselőcsoport?
[2001/49., 2002/2.]



3. Pompeji mozaik

Egy Pompejiben látható faldíszítés mintájára édességtál készült. Középen egy szabályos hatszög alapú torta van, oldalai mellé négyzet alapú rigójancsik kerültek. Hézag sehol sincs, a felülnézeti hálózat belső szakaszai mind egyenlő hosszúságúak. Amikor a négyzetek külső csúcsait összekötő vonalon kívüli süteménygyűrűt megették, hányadrészére csökkent a tortaösszeállítás területe?
[2001/47., 51–52.]





5. Édes órák

Egy karácsonyfadísz mintája az a XVII. században készült napóra, amely képünkön látható. 2 centiméteres élhosszúságú, vékony csokoládéfalú másának belsejét tokaji aszúval töltik meg.

1. Fél deci tokajinál több vagy kevesebb fér a „szögletes hordócskába", ha a falvastagságot elhanyagolhatónak tekintjük, vagy – ha úgy tetszik – a belső méretet vesszük 2 cm-nek?

2. Ennek a félszabályos testnek: *minden éle egyenlő hosszúságú, és minden csúcsában három négyzet és egy szabályos háromszög találkozik.* Létezik-e más ilyen tulajdonságú konvex test is?
[2001/51–52., 2002/3., 4., 5. D, 6.]

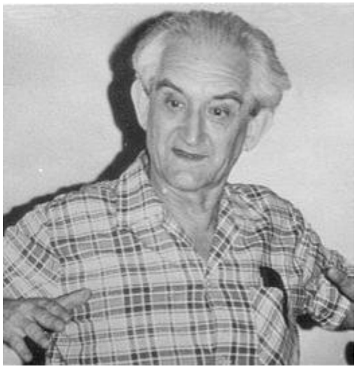
6. Bergó

Bergengóciában utcai automaták is árusítják a gócimogyorót, amelynek darabja

D XCIV

4. Ergó?

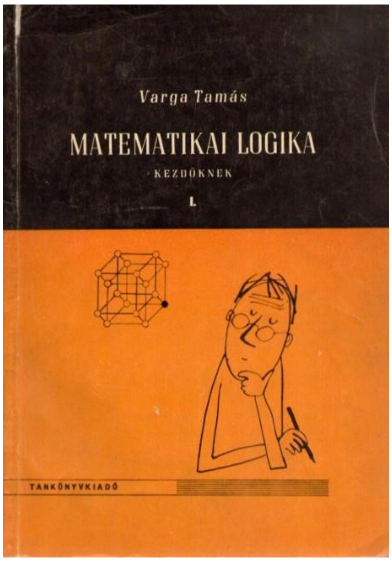
A bergengóc parlamentben 67 képviselő van. Az ország tartományai lélekszámuk arányában kapják a mandátumokat. A legtöbb lakója Beregföldnek van, aztán az Ergóvölgy következik. A lakosság eloszlására jellemző, hogy mind a 11 tartomány képviselteti magát, és valamennyi különböző számú honatyával. Hány tagú lesz az ergóvölgyi képviselőcsoport?



Varga Tamás

(1919-1987)

Varga Tamás matematikatanár, a matematikatanítás nemzetközileg elismert kiemelkedő egyénisége. Rendkívüli nyelvtudása és érdeklődése következtében jól ismerte a matematika, a matematikadidaktika, a pszichológia, a társadalomtudományok, számos területét, a nemzetközi kutatásokat és azok eredményeit. Ezek elgondolásait, eredményeit nagy bölcsességgel megszűrve alkalmazta a magyarországi iskolai viszonyokra. Az általa vezetett komplex matematikatanítási kísérlet hatására Magyarországon a számtan-mértan széttagolt tanítása az iskolába lépés kezdetétől fogva matematika-tanítássá alakult át kiegészülve a matematika számos más fejezetével. Jobban kívánt építeni a tanuló egyéni gondolkodására, és a tanítótól, tanártól azt várta, hogy a tanuló munkatársának tekintse magát.



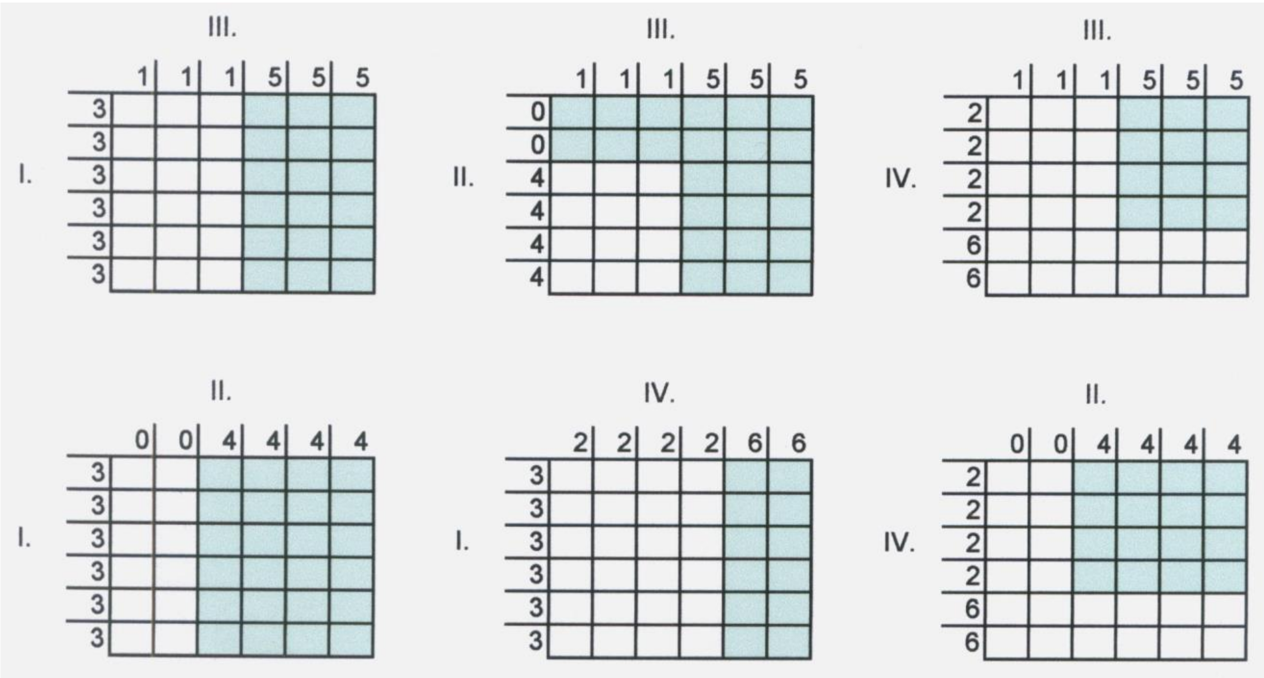
Egy szép példa Varga Tamástól

„Varga Tamás számos szakmai összejövetelen, tanár-továbbképzési programokon tartott nagyszerű, emlékezetes előadásokat. Egy ilyen előadás alkalmával jegyeztem föl egy példát. Ekkor a valószínűség-számítás tanításáról beszélt. Többek között két kockadobásos kísérletnél mutatta meg, hogy milyen hasznos a kísérlet lehetséges kimeneteit két bemenetű táblázatban feljegyezni. Ennek segítségével könnyen látható, hogy például, ha a dobott összegeket vizsgáljuk, szabályos dobókocka esetén a 2-től 12-ig előforduló összegek nem egyenlő valószínűséggel következnek be. A táblázatból világosan leolvashatjuk az összes lehetőséget, illetve bármelyik dobott összeg lehetőségeinek számát.
Ezután felmutatott néhány preparált dobókockát, amelyek a következőképpen voltak a számokkal feliratozva:

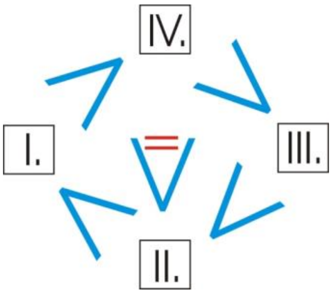
I.: 3, 3, 3, 3, 3, 3;   II.: 0, 0, 4, 4, 4, 4;   III.: 1, 1, 1, 5, 5, 5;   IV: 2, 2, 2, 2, 6, 6

Ketten játszanak, a játékosok választhatnak a kockák közül, feldobják a választott kockát, az nyer, aki nagyobbat dobott. A kérdés az, hogy melyiket érdemes választani, melyik kocka az „erősebb" a másiknál? Az az „erősebb", amelyikkel nagyobb valószínűséggel dobunk többet a másiknál.

Kétbemenetű táblázattal ábrázoljuk a két-két kocka „erősségének" összehasonlítását.



A színezett mezők mutatják azokat a dobásokat, amelyeknél a vízszintes fejlécen jelzett „kocka" erősebb a függőlegesen jelölt kockánál. Tehát pl. a második táblázatból látszik, hogy a III. erősebb a II.-nál, a harmadik táblázat mutatja, hogy a IV. kocka erősebb a III.-nál, és így tovább. Ha mindegyik eseten végigmegyünk, feljegyezhetjük bármelyik pár közötti relációt. Ha az erősséget a <, >, = jelekkel írjuk le, a következő ábrához juthatunk:



Látjuk, hogy a kockadobálós játékoktól eljutottunk egy olyan struktúrához, amelyben a „kisebb-nagyobb-egyenlő" reláció nem tranzitív. „

A komplex matematikatanítási kísérlet (1963-1978) alapelve: *igazi matematikát mindenkinek, de úgy, hogy érdekes legyen, játékos és a saját szintjéhez igazodjon*

Új matematika tanterv az általános iskolák számára 1978

Témakörök

Halmazok, logika
Számtan, algebra
Függvények, sorozatok
Geometria, mérések
Kombinatorika, valószínűség, statisztika.

Módszertani alapelvek

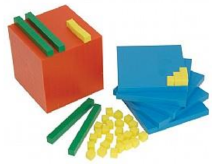
Tanulói tevékenység, tapasztalatszerzés
Eszközök használata, a játékok szerepe
Fogalmak folyamatos épülése
A témakörök komplex kezelése
Az életkori sajátosságoknak és az egyéni adottságoknak megfelelő fejlesztés
Differenciálás
Motiválás fontossága – érdekesség, használhatóság
Változatos munkaformák
A tanár megváltozott szerepe
A számítástechnika megjelenése, alkalmazása

Maradandó hatása:

A NAT, Kerettanterv tartalmi témáinak, fejlesztési alapelveinek forrása.

Taneszközök



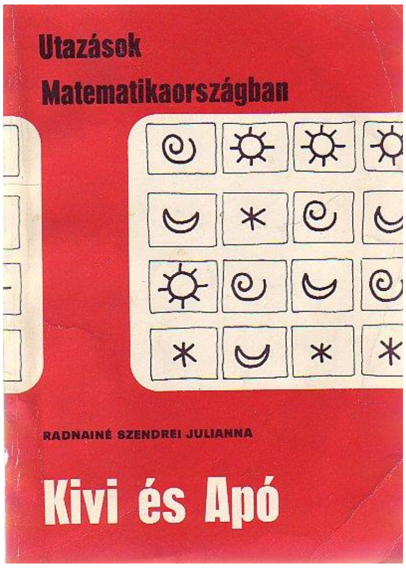




Szendrei Julianna

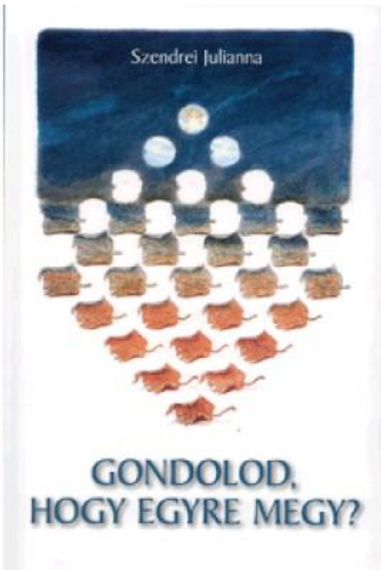
(1948-2013)

Szendrei Julianna matematikatanár, a matematikatanítás nemzetközileg elismert kiemelkedő egyénisége. 1970-1990-ig az OPI-ban dolgozott, Varga Tamás munkatársaként részt vett az 1978-as tanterv kidolgozásában, azóta is a módszer terjesztésének, iskolai adaptációjának elismert szakértője. Fő kutatási területei: tanulási nehézségek a matematika tanulásában; a 6–12 éves korosztály matematikatanulásának problematikája; a matematika tanulásának és az anyanyelv ismeretének kapcsolata; a munkaeszközök és a számítógép használata a matematikai fogalomalkotás folyamatában és a tanítóképzés. Nemzetközi bizottságok vezető tagjaként irányított hazai és nemzetközi kutatásokat. Részt vett a 1995-ös és 2003-as NAT kidolgozásában. 1991-től haláláig az ELTE Tanító- és Óvóképző Kar Matematika Tanszékének vezetője.

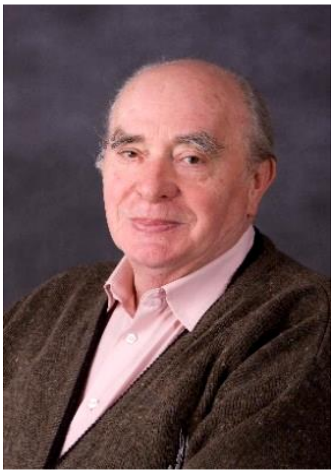
„Tanított. Támogatott. Utakat egyengetett. Irányt mutatott. Gondoskodott. Játszott. Szervezett. Ötletet adott. Példát mutatott emberségből, tapintatból, megértésből, szeretetből.”



Tankönyvkiadó Vállalat



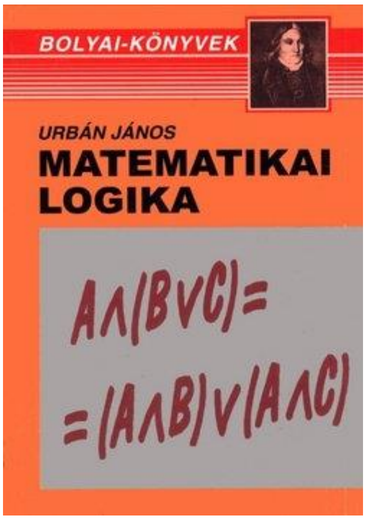
Typotex Kiadó

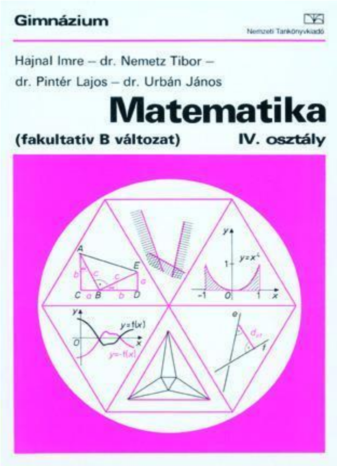


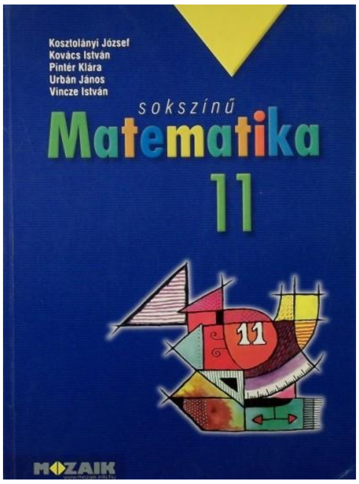
Urbán János

(1940-2012)

Urbán János matematikus, kiemelkedő matematika tanár. Az ELTE Természettudományi Karán tanult 1958–1963-ig matematikát és filozófiát. 1963–1976-ig az ELTE TTK Analízis I tanszékén tanított. 1967-1990-ig az Országos Pedagógiai Intézet (OPI) munkatársa, majd osztályvezetője volt. 1974-től a Tudományos Ismeretterjesztő Társulat (TIT) Matematikai Választmányának titkára, a Kis Matematikus Baráti Körök és a Kalmár László Matematikaverseny egyik fő szakmai szervezője, a feladatkitűző bizottság vezetője volt. Éveken át az MTV Körmönfontoló című matematikai vetélkedőjének zsűri-elnöke, a Nemzetközi Magyar Matematikai Verseny egyik szervezője. 1981-től haláláig a Budapesti Berzsenyi Dániel Gimnázium matematikatanára. Főbb kutatási területei a matematikai logika, az algoritmuselmélet és a tanárképzés voltak. Fontos szerepet vállalt a gimnáziumi fakultációs oktatás bevezetésében. Közreműködött tantervek, tankönyvek írásában, népszerű feladatgyűjtemények szerzője, tanártovábbképzések előadója, szervezője.







Kalmár László Matematikaverseny 1995. döntő, 2. nap 7. évfolyam

3. feladat

Figyeljük meg a következő egyenlőségeket:
1 + 2 = 3,
4 + 5 + 6 = 7 + 8,
9 + 10 + 11 + 12 = 13 + 14 + 15.
Általánosítsunk és bizonyítsunk! (Azaz: az egymást követő pozitív egészek összegének két szomszédos négyzetszám közé eső szeletét osszuk két csoportra úgy, hogy a csoportban lévő számok összege egyenlő legyen!)

1. megoldás
Még esetleg egy-két példán kipróbálva azt az ötletet kapjuk, hogy a két szomszédos négyzetszám, n^2 és $(n + 1)^2$ közé eső számokat úgy osszuk két csoportra, hogy az első csoportba az első $n + 1$, a másodikba a következő n darab szám tartozzon.
Az első $n + 1$ szám összege

$$n^2 + n^2 + 1 + n^2 + 2 + \cdots n^2 + n = (n + 1)n^2 + \frac{n(n + 1)}{2}$$

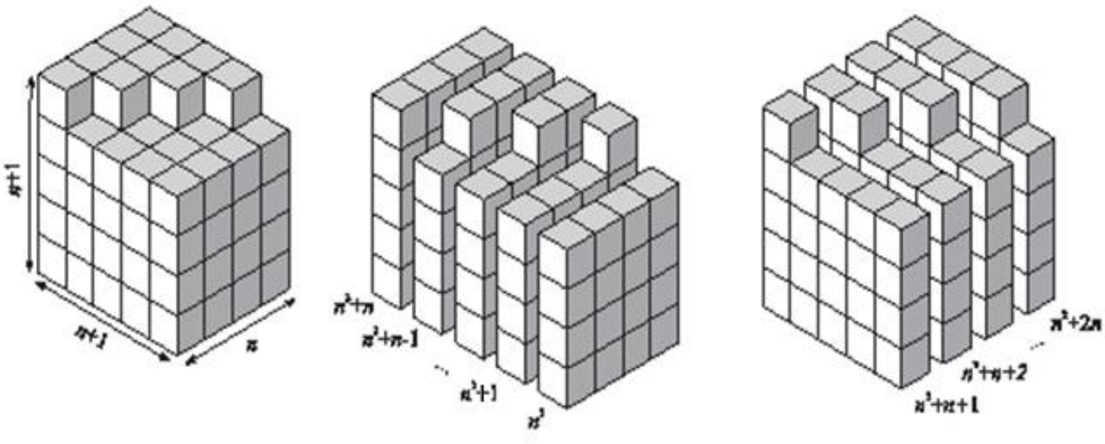
A következő n szám összege:

$$n^2 + n + 1 + n^2 + n + 2 + \cdots + n^2 + 2n = n \cdot n^2 + n \cdot n + \frac{n(n + 1)}{2} = (n + 1)n^2 + \frac{n(n + 1)}{2}$$

A két összeg tehát valóban egyenlő.

2. megoldás

Az ábrán látható test kétféle darabolásával az egyenlőség látható.



Versenyek

Sor-szám	Név	Évfolyam	Kezdés	Jelenlegi szervező
1.	Kürschák Verseny (Előtte Eötvös verseny)	gimnazisták, egyetemisták	1894	BJMT
2.	KÖMAL	7-12.	1894	BJMT
3.	ABACUS	2-8.	1994	BJMT és MATEGYE
4.	Nemzetközi Matematikai Olimpia	9-12.	1959	BJMT
5.	Matematika OKTV	11-12.	1923	Oktatási Hivatal
6.	Arany Dániel Matematika Verseny	9-10.	1952	BJMT
7.	Varga Tamás Matematika Verseny	7-8.	1990	MATEGYE
8.	Kalmár László Matematika Verseny	3-8.	1977	TIT
9.	Zrínyi Ilona Matematika Verseny	3-12.	1990	MATEGYE
10.	Matematika határok nélkül	9.	1993	Berzsenyi Dániel Gimnázium Bp
11.	Bolyai csapatverseny	3-8	2004	Nagy-Baló András és Tassy Gergely
12.	Bátaszéki Matematika Verseny	3-8.	1989	Károlyi Károly

13.	Nemzetközi Magyar Matematikai Verseny	9-12.	1992	Délvidéken: Szabó Magda, Erdélyben: Bencze Mihály Felvidéken: Oláh György (†) Kárpátalján: Elek Ernő, Neubauer Ferenc Magyarországon: Urbán János (†), Pintér Ferenc
14.	Nemzetközi Kenguru Verseny	2-12.	1996	Zalai Matematikai Tehetségekért Alapítvány

Még további versenyekről, tehetséggondozó műhelyekről olvashatunk a következő könyvben:
Ács Katalin, Dr. Kosztolányi József, Lajos Józsefné: Cserepek
Bolyai János Matematikai Társulat 2010.

Az előadás anyagának összeállításában támaszkodtunk a következő könyvre:
Gordon Győry János, Halmos Mária, Munkácsy Katalin, Pálfalvi Józsefné: A matematikatanítás mestersége. Mestertanárok a matematikatanításról.
Gondolat Kiadó Budapest, 2007.