Rátz László Vándorgyűlés

Pécs, 2012. július 3–6.

1. Az *ABCD* egységoldalú négyzet *AB* oldalára kifelé az *AEB* szabályos háromszöget írtuk. Mekkora a *CDE* háromszög köré írható kör sugara? (*Varga Tamás verseny,* 2008., 8. osztály)

A pont.	Parancs: **KözépPont[f]**
A ponttól 1 egység távolságra *B* pont.	*FC* szakasz → hossza 1.
Négyzet *A*, *B* pontok által → *C*, *D*.	Vagy parancs: **Sugár[f]**
Szabályos háromszög *B*, *A* pontok által → *E*.	Szabad pontok: *A*; *C* a körön mozog.
Kör *C*, *D*, *E*-n keresztül.	

2. Ábrázoljuk a következő függvényt a [–2; 4] intervallumon: $f(x) = ||x - 1| - |x - 3||$. (*Kalmár László verseny*, 2008., 8. osztály)

Tengelyek, rács mutatása.	Parancs: **f(x) = abs(g(x) – h(x))**
Parancs: **g(x) = abs(x-1)**	Parancs: **Függvény[f(x),-2,4]** → **p(x)** függvény.
Parancs: **h(x) = abs(x-3)**	**p(x)** tulajdonságai: szín piros, vonalvastagság 6.

3. Oldjuk meg az $x \cdot |3 - |x + 5|| = x$ egyenletet. (*KöMaL,* **K. 197.**, 2009. január)

Parancs: **f(x) = x * abs(3 - abs(x + 5))**	Metszéspontok: *A*, *B*, *C*, *D*, *E*. (A nyilat egyesével a metszéspontok fölé húzva. Előtte annyira kell nagyítani, hogy a rácstávolság 1 legyen.)
f(x) tulajdonságai: szín piros.	
Parancs: **g(x) = x**	
g(x) tulajdonságai: szín kék.	

4a. Tükrözzünk egy egyenesre egy háromszöget.

AB egyenes.	*F* mozgatása.
CDE háromszög → poligon1.	*F’* nyomvonala kikapcs.
Parancs: **Pont[poligon1]** → *F*.	*F’* mértani helye *F* függvényében.
F tengelyes tükrözése az *AB* egyenesre → *F’*.	Szabad pontok: *A*, *B*, *C*, *D*, *E*.
F’ nyomvonala bekapcs.	(Háromszög tengelyes tükrözése az *AB* egyenesre.)

4b. Adott az *ABC* szabályos háromszög. Mi azoknak a *P* pontoknak a halmaza a síkban, amelyeknek az *AB* és *AC*, vagy *BA* és *BC*, vagy *CA* és *CB* oldalegyenesektől való távolságának összege a háromszög fél kerülete? (*Varga Tamás verseny,* 2009., 8. osztály)

Szabályos háromszög *A*, *B* pontok által → *C*.	*C* körül **fk - g** sugarú kör.
Parancs: **fk = (a + b + c) / 2**	Kör és *i* metszéspontjai *E* és *F*.
AB (*d*) és *AC* (*e*) egyenesek.	*E*-n és *F*-en át párhuzamos *AC*-vel → *j* és *l*.
A-ból merőleges *AB*-re → *f*.	*j* és *h* metszéspontja *G*; *l* és *h* metszéspontja *H*.
D pont a merőlegesen.	*G* és *H* nyomvonala bekapcs. **vagy**
AD szakasz → hossza *g*.	*G* és *H* mértani helye *D* függvényében.
D-n át párhuzamos *AB*-vel → *h* egyenes.	Szabad pontok: *A*, *B*; *D* *d*-n mozog.
C-ből merőleges *AC*-re → *i* egyenes.	

5. Oldjuk meg a következő egyenletet: $(x^2 - 4)^2 (x + 3)^2 + (x + 2)^2 (x - 9)^2 = 0$. (*KöMaL,* **K. 34.**, 2005. február)

Parancs: **f(x) = (x² - 4)² (x + 3)² + (x + 2)² (x - 9)²**
Rajzlap tulajdonságai: **xTengely : yTengely = 1 : 50**
f és *x* tengely metszéspontja *A*.

6. Az *ABCD* négyzet *AC* átlóján lévő *P* pontra igaz, hogy *AP* = *AB*. A *BC* oldalon lévő *Q* pontra igaz, hogy *PQ* merőleges *AC*-re. Igazoljuk, hogy a *PC*, *PQ*, *BQ* szakaszok egyenlők! (*Kalmár László verseny,* 2008., 7. osztály)

Négyzet *A*, *B* pontok által → *C*, *D*.	A merőleges és *BC* metszéspontja: *Q* (átnevezés).
AC szakasz.	*PC*, *PQ*, *BQ* szakaszok.
A középponttal *B*-n át kör.	Bármely két szakasz hossza megegyezik (algebra ablak).
Kör és átló metszéspontja: *P* (átnevezés).	Szabad pontok: *A*, *B*.
P-ből merőleges az átlóra.	

7. A trapéz nagyobbik alapja *AB* = 5, egyik szára *BC* = 3 egység hosszúságú. Az *AC* átló merőleges a *BC* szárra, a *BD* átló felezi az *ABC* szöget. Határozd meg a trapéz területét! (*XIX. Bátaszéki Matematikaverseny,* 2007/2008., 8. osztály)

Parancs: **A = (0,0)**; Fix alakzat	*AB* és *BC* szögfelezője.
Parancs: **B = (5,0)**; Fix alakzat	*C*-n át párhuzamos *AB*-vel → *g* egyenes.
B körül 3 sugarú kör.	Szögfelező és *g* metszéspontja *D*.
A és *B* által meghatározott félkörív (Thalész).	*ABCD* trapéz.
Kör és félkör metszéspontja *C*.	Trapéz területe.
AB, *BC* szakaszok.	Nincsenek szabad pontok.

8. Egy adott *AB* szakaszt kellene szerkesztéssel harmadolni. A szakasz mindkét végéhez 30º-os szöget szerkesztünk, a két új szár a *C* pontban metszi egymást. Ezután megszerkesztjük az *AC* és a *BC* szakaszok felezőmerőlegesét. Mutassuk meg, hogy ezek az egyenesek az *AB* szakaszt három egyenlő részre vágják! (*ABACUS*, **C. 923.**, 2009. december)

AB szakasz.	Metszéspontjaik az *AB* szakasszal: *D*, *E*.
AB szakasz elforgatása *A* körül +30º-kal.	*AD*, *DE*, *EB* távolságok.
AB szakasz elforgatása *B* körül –30º-kal.	Pl. *AD* és *DE* távolság egyenlő.
A két elforgatott szakasz metszéspontja *C*.	Szabad pontok: *A*, *B*.
AC, *BC* szakaszfelező merőlegese.	

9. A 16 cm oldalhosszúságú *ABC* szabályos háromszög *AC* oldalát meghosszabbítottuk az *A*-n túl az *AC* oldal negyedével és így a *P* pontot kaptuk. A *P* pontot kössük össze az *AB* oldal *A*-hoz közelebbi negyedelő pontjával. Az így kapott egyenes mekkora részekre vágja a *BC* oldalt? (*KöMaL,* **K. 96.**, 2006. október)

Parancs: **A = (0,0)**; Fix alakzat	*A* középpontú, 4 sugarú kör.
Parancs: **B = (16,0)**; Fix alakzat	Kör és *AB* szakasz metszéspontja: *D*.
Szabályos háromszög *A*, *B* pontok által → *C*.	*DP* egyenes.
Félegyenes *A*-ból *C*-n keresztül.	*DP* egyenes és *BC* szakasz metszéspontja: *E*.
C középpontú, 4 sugarú kör.	*CE*, *EB* távolságok.
Kör és félegyenes metszéspontja: *P* (átnevezés).	Nincsenek szabad pontok.

10. Az *ABC* derékszögű szabályos háromszög *BC* oldala 4 cm, *AC* oldala 6 cm hosszú. A háromszög körülírt körét az *AB* átfogóval párhuzamos, *C* csúcson átmenő egyenes másodjára *P*-ben metszi. A *BC* és az *AP* egyenesek metszéspontja legyen *E*! Határozzuk meg az *ABE* háromszög kerületét! (*Varga Tamás verseny,* 2009., 8. osztály)

	Parancs: **C = (0,0)**; Fix alakzat		Párhuzamos egyenes és a kör második metszéspontja: *P* (átnevezés).
	Parancs: **A = (6,0)**; Fix alakzat		*BC* (*f*) és *AP* (*g*) egyenesek.
	Parancs: **B = (0,4)**; Fix alakzat		A két egyenes metszéspontja: *E*.
	ABC háromszög.		*ABE* háromszög → poligon2.
	Körülírt kör *A*, *B*, *C*-n keresztül.		Parancs: **k = Kerület[poligon2]**
	C-n át párhuzamos *AB*-vel.		Nincsenek szabad pontok.

11. Vegyünk egy tetszőleges kört! Rajzoljunk a körbe egy, a sugárral egyenlő hosszúságú húrt, majd ennek egyik végpontjába a kör érintőjét! Hány fokos a húr és az érintő által bezárt szög? (*Zrínyi Ilona Matematikaverseny,* 8. osztály.)

	A középponttal *B*-n át kör.		*D* pontból a kör érintője.
	C pont a körön.		*E* pont az érintőn a megfelelő irányban.
	C középponttal *A*-n át kör.		*EDC*∠ (ne legyen konkáv).
	A két kör egyik metszéspontja: *D*.		Szabad pontok: *A*, *B*; *C* a körön mozog
	CD szakasz.		

Hasznos linkek:
Geogebra honlap: http://www.geogebra.org/cms/
Letöltés: http://www.geogebra.org/cms/hu/download
Segédanyagok: http://wiki.geogebra.org/hu/
Régi wiki: http://www.geogebra.org/en/wiki/index.php/Hungarian
GeoGebra Tube: http://www.geogebratube.org/?lang=hu