Tanárverseny – 2011

általános iskolában tanító tanároknak

BOLYAI TÁRSULAT

A verseny támogatói:

Typotex Kiadó **Maxim Kiadó** **MATEGYE Alapítvány**

A verseny időtartama 90 perc. A feladatok pontozása: minden helyes válasz 5 pontot ér; helytelen válaszra 0 pont jár; válasz nélkül hagyott kérdésekre 1-1 pontot adunk. A versenyen íróeszközön, papíron, körzőn és vonalzón kívül semmilyen más segédeszköz nem használható. A verseny befejeztével csak a kódlapot kell beadni.

Kérjük, hogy a versenyen csak olyan tanárok induljanak, akik általános iskolában tanítanak!

---

1. Ha $\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{1}{x}$, akkor mennyi x értéke?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 9

2. Hány olyan szám van, amely ugyanakkora, mint a négyzete?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

3. Melyik az a legnagyobb n egész szám, amelyre $10^n < 1234567$ teljesül?

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

4. A 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyek pontosan egyszeri felhasználásával két négyjegyű számot készítünk. Mennyi a két szám különbségének legkisebb pozitív értéke?

(A) 247 (B) 249 (C) 269 (D) 445 (E) 1357

5. $\frac{2011^2-1}{2010}=?$

(A) 2010 (B) 2011 (C) 2012 (D) 2013 (E) 2014

6. Melyik az a legkisebb prímszám, amely nem osztója a $20\cdot30\cdot50\cdot70\cdot90\cdot110\cdot130$ szorzatnak?

(A) 17 (B) 19 (C) 23 (D) 29 (E) 31

7. Hány olyan *x* egész szám van, amelyre $|3x+1|<5$ teljesül?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

8. Hány olyan kétjegyű szám van, amelynek az 1-en és a 3-an kívül nincs páratlan osztója, és ezek (az 1 és a 3) osztói is a számnak?

(A) 0 (B) 1 (C) 4 (D) 5 (E) 6

9. Mennyi a tizenkilencedik prím és a tizenkilencedik összetett szám szorzata?

(A) 2010 (B) 2011 (C) 2012 (D) 2014
(E) Az előző válaszok egyike sem helyes.

10. Hány olyan prímszám van 100 és 300 között, amelyben a számjegyek összege 15?

(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 6

11. Három egész szám szorzata 72, és a három szám összege 14. Hány ilyen számhármas van? (Egy számhármasban nem lényeges a számok sorrendje.)

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

12. 12 különböző pozitív egész szám átlaga 12. Legfeljebb mekkora lehet ezen számok közül a legnagyobb?

(A) 66 (B) 78 (C) 122 (D) 132 (E) 144

13. Mennyi 19291^2 és 19289^2 különbsége?

(A) 2 (B) 4 (C) 38580 (D) 77160 (E) 154320

14. Mennyi $\frac{7!+6!}{5!}$ értéke?

(A) 6 (B) 13 (C) 48 (D) 60 (E) 120

15. Ha $5x+7y=9$ és $7x+5y=63$, akkor mennyi $x+y$ értéke?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

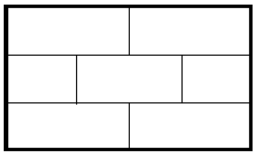
16. Anikó, Benedek, Csaba, Dani és Elemér közül mindenki választ az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 számokból kettőt, mindenki más számokat választ, így mind a tíz szám kiválasztásra kerül. Mindenki kiszámolja, mennyi a választott két szám összege. Anikó összege 4, Benedeké 18, Csabáé 12, Danié 13, Elemér összege pedig 8. A számok közül ki választotta a 2-t?

(A) Anikó (B) Benedek (C) Csaba (D) Dani (E) Elemér

17. Egy matematikaverseny döntőjén a lányok száma a versenyzők számának több mint 23%-a, és kevesebb mint 24%-a. Hányan vannak a lányok, ha a versenyzők száma 17-nél kevesebb?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

18. Hányféleképpen színezhető ki három színnel a következő ábra, ha két szomszédos tartományt nem színezhetünk ki azonos színnel, és minden tartományt kiszínezünk? (Minden tartomány egyszínű.)



(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

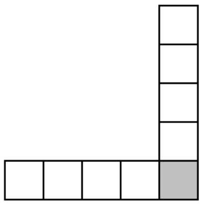
19. Egy pizzát 6 egyenes vágással legfeljebb hány részre oszthatunk? (Az asztalon levő pizza darabjait nem mozgathatjuk el, és a vágások függőlegesek.)

(A) 16 (B) 21 (C) 22 (D) 32 (E) 64

20. Három vándor találkozott. Egyiknél 5, másiknál 7 cipó volt, s ezt egyenlően megosztották hármójuk között, ugyanis a harmadiknál nem volt élelem. Ő azonban 12 tallért adott a másik kettőnek a kapott élelemért. Ha ezt a 12 talléron igazságosan osztozkodnak, akkor hány tallér jár annak a vándornak, aki 5 cipót hozott?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

21. A négyzetekbe írjuk be az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számokat úgy, hogy mindegyik számot pontosan egyszer használjuk, és a vízszintes sorban az öt szám összege 32, a függőleges oszlopban az öt szám összege 20 legyen. Melyik szám kerül a sarokba, a befestett mezőbe?



(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

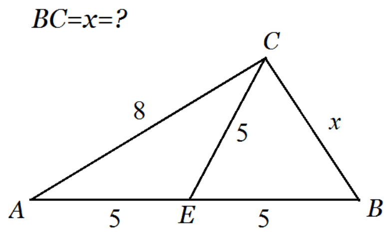
22. Határozd meg a $29a031 \cdot 342 = 100900b02$ szorzásban a hiányzó két számjegyet. Mennyi $a+b$ értéke?

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

23. A 2^{100} szám *d* jegyű szám. Hány jegyű a *d* szám?

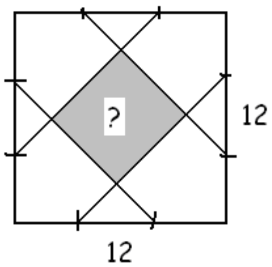
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

24. Az *ABC* háromszög *AB* oldalának egy pontja *E*, és $AE = EB = 5$, $AC = 8$, $CE = 5$. Mekkora az *x*-szel jelölt *BC* szakasz?



(A) 4 (B) 5 (C) 5,5 (D) 6 (E) 7

25. Egy 12 egység oldalhosszú négyzet oldalainak harmadoló pontjait az ábra szerint összekö-töttük.



Mekkora a befestett terület nagysága?

(A) 30 (B) 32 (C) 36 (D) 40 (E) 48

26. Hány olyan $\overline{abc}$ háromjegyű szám van, melyre $b<a, b<c$?

(A) 171 (B) 252 (C) 285 (D) 385 (E) 450

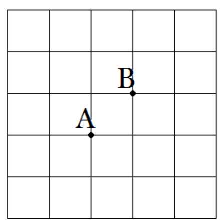
27. Egy osztályban a félév folyamán 16, 10, 7, 6 és 4 tanuló kapott rendre legalább egy, legalább kettő, legalább három, legalább négy és legalább öt jeles osztályzatot matematikából. Az is kiderült, hogy ötnél több jeles osztályzatot senki sem kapott. Hány jelest osztottak ki matematikából a félév folyamán?

(A) 43 (B) 44 (C) 45 (D) 46 (E) 47

28. Az 1, 2, 3, …, 9, 10 számokból hányféleképpen lehet három különböző számot kiválasztani úgy, hogy azok számtani sorozatot alkossanak?

(A) 10 (B) 15 (C) 18 (D) 20 (E) 22

29. Az Öreg Város térképét látjuk, az utcák hálózatát. A térképen 6 utca vízszintes irányú, és 6 utca függőleges. A szomszédos utcasarkok távolsága 100 méter. Egy kíváncsi turista az *A*-val megjelölt téren lévő szállodából indul a vasútállomásra, amely a *B*-vel jelölt téren van. Hány méteres a leghosszabb útvonal a város utcáin a hoteltől a vasútállomásig, ha egyik térre (útkereszteződésre) sem megy vissza másodszor?



(A) 3300 (B) 3400 (C) 3500 (D) 3600 (E) 3700

30. Legtöbb hány darab egymást követő szám adható meg úgy, hogy a számok mindegyike két különböző prímszám szorzata legyen?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Megoldások

általános iskolás tanárok versenye

1. Ha $\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{1}{x}$, akkor mennyi *x* értéke?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 9

Válasz: (D) 6

Megoldás: $\frac{1}{9}+\frac{1}{18}=\frac{2}{18}+\frac{1}{18}=\frac{3}{18}=\frac{1}{6}$.

2. Hány olyan szám van, amely ugyanakkora, mint a négyzete?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

Válasz: (C) 2

Megoldás. $x^2=x$, azaz $x^2-x=0$, $x(x-1)=0$, így $x=0$ vagy $x=1$.

3. Melyik az a legnagyobb *n* egész szám, amelyre $10^n<123456789$ teljesül?

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

Válasz: (C) 8

Megoldás. $10^8=100000000<123456789<1000000000=10^9$.

4. A 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számjegyek pontosan egyszeri felhasználásával két négyjegyű számot készítünk. Mennyi a két szám különbségének legkisebb pozitív értéke?

(A) 247 (B) 249 (C) 269 (D) 445 (E) 1357

Válasz: (A) 247

Megoldás. $6234-5987=247$, ez a legkisebb különbség.
Más különbségek: 6789 – 5432 = 1357, 6432 – 5987 = 445, 8234 – 7965 = 269, 7234 – 6985 = 249.

5. $\frac{2011^2-1}{2010}=?$

(A) 2010 (B) 2011 (C) 2012 (D) 2013 (E) 2014

Válasz: (C) 2012

Megoldás. Az $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ azonosságot használjuk:

$$\frac{2011^2-1}{2010}=\frac{(2011+1)(2011-1)}{2010}=\frac{2010\cdot 2012}{2010}=2012$$

6. Melyik az a legkisebb prímszám, amely nem osztója a $20 \cdot 30 \cdot 50 \cdot 70 \cdot 90 \cdot 110 \cdot 130$ szorzatnak?

(A) 17 (B) 19 (C) 23 (D) 29 (E) 31

Válasz: (A) 17
Megoldás. A 2, 3, 5, 7, 11, 13 prímek osztói a szorzatnak, míg a soron következő prím, a 17 a szorzat egyik tényezőjének sem osztója.

7. Hány olyan *x* egész szám van, amelyre $|3x+1|<5$ teljesül?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Válasz: (C) 3
Megoldás. Ha *x* egész szám, akkor $3x+1$ is egész szám, és ez az érték 5 és –5 között van. $3x+1$ lehetséges értékei: 4, 1, –2 (ekkor *x* értéke: 1, 0, –1). Tehát 3 olyan *x* egész szám van, amelyre $|3x+1|<5$ teljesül.

8. Hány olyan kétjegyű szám van, amelynek az 1-en és a 3-an kívül nincs páratlan osztója, és ezek (az 1 és a 3) osztói is a számnak?

(A) 0 (B) 1 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Válasz: (C) 4
Megoldás: A keresett számnak a 3 prímosztója, és más prímosztója csak a 2 lehet. Ezek a számok 2-hatványok 3-szorosai: 3, 6, 12, 24, 48, 96, közöttük négy kétjegyű szám van.

9. Mennyi a tizenkilencedik prím és a tizenkilencedik összetett szám szorzata?

(A) 2010 (B) 2011 (C) 2012 (D) 2014
(E) Az előző válaszok egyike sem helyes.

Válasz: (A) 2010
Megoldás: A 67 és 30 szorzata 2010.

10. Hány olyan prímszám van 100 és 300 között, amelyben a számjegyek összege 15?

(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Válasz: (A) 0
Megoldás. Ha egy szám jegyeinek összege 15, akkor a szám osztható 3-mal (hiszen a számjegyek összege osztható 3-mal), ezért ez a szám egy 3-mal osztható összetett szám (ugyanis nagyobb 3-nál).

11. Három egész szám szorzata 72, és a három szám összege 14. Hány ilyen számhármas van? (Egy számhármasban nem lényeges a számok sorrendje.)

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Válasz: (C) 3
Megoldás: Írjuk fel a 72-nek három egész szám szorzataként való előállításait: (1, 1, 72), (1, 2, 36), (1, 3, 24), (1, 4, 18), (1, 6, 12), (1, 8, 9), (2, 2, 18), (2, 3, 12), (2, 4, 9), (2, 6, 6), (3, 3, 8), (3, 4, 6). Összesen 12 számhármast találtunk. A három szám között lehet két negatív szám is. Erre figyelve három számhármas jelent megoldást: (2, 6, 6), (3, 3, 8), (-2, -2, 18).

12. 12 különböző pozitív egész szám átlaga 12. Legfeljebb mekkora lehet ezen számok közül a legnagyobb?

(A) 66 (B) 78 (C) 122 (D) 132 (E) 144

Válasz: (B) 78
Megoldás. A 12 szám átlaga 12, ezért a 12 szám összege $12\cdot 12=144$. A 12 különböző pozitív egész szám összege 144, így közülük az egyik szám akkor a legnagyobb, ha a többi a lehető legkisebb, azaz 1, 2, 3, …, 10, 11.
$1+2+3+\ldots+11=66$, és $144-66=78$, így a legnagyobb szám legfeljebb 78.

13. Mennyi 19291^2 és 19289^2 különbsége?

(A) 2 (B) 4 (C) 38580 (D) 77160 (E) 154320

Válasz: (D) 77160
Megoldás. Az $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ azonosságot használjuk:
$$19291^2-19289^2=(19291+19289)(19291-19289)=2\cdot 38580=77160$$

14. Mennyi $\frac{7!+6!}{5!}$ értéke?

(A) 6 (B) 13 (C) 48 (D) 60 (E) 120

Válasz: (C) 48

Megoldás. $\frac{7!+6!}{5!}=\frac{7\cdot 6\cdot 5!+6\cdot 5!}{5!}=\frac{(7\cdot 6+6)\cdot 5!}{5!}=7\cdot 6+6=48$

15. Ha $5x+7y=9$ és $7x+5y=63$, akkor mennyi $x+y$ értéke?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Válasz: (E) 6
Megoldás. $(5x+7y)+(7x+5y)=12(x+y)$, azaz $9+63=12(x+y)$, $72=12(x+y)$, ezért $x+y=6$.

16. Anikó, Benedek, Csaba, Dani és Elemér közül mindenki választ az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 számokból kettőt, mindenki más számokat választ, így mind a tíz szám kiválasztásra kerül. Mindenki kiszámolja, mennyi a választott két szám összege. Anikó összege 4, Benedeké 18, Csabáé 12, Danié 13, Elemér összege pedig 8. A számok közül ki választotta a 2-t?

(A) Anikó (B) Benedek (C) Csaba (D) Dani (E) Elemér

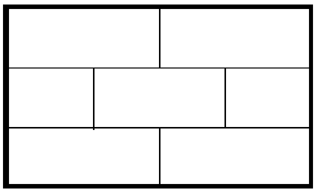
Válasz: (E) Elemér
Megoldás: Anikó számai 1 és 3, Benedeké 10 és 8, Csabáé csak 5 és 7 lehet, Dani számai 9 és 4, Elemér a 2 és 6 számokat választotta.

17. Egy matematikaverseny döntőjén a lányok száma a versenyzők számának több mint 23%-a, és kevesebb mint 24%-a. Hányan vannak a lányok, ha a versenyzők száma 17-nél kevesebb?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

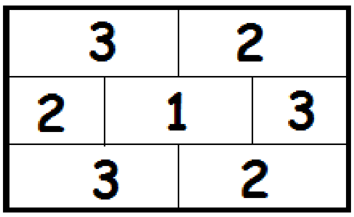
Válasz: (C) 3
Megoldás: Legyen a versenyzők száma *a*, a lányok száma *x*. Ekkor $23a < 100x < 24a$. Keressük a 24 valahányszorosát, mely nagyobb egy 100-zal osztható számnál, és ennél kisebb a 23-nak az ugyanennyiszerese.
Azokat az eseteket kell nézni, amikor a $24a$ átlépi a 100-at, 200-at, 300-at, …
$5 \cdot 24 > 100$, azonban $5 \cdot 23 > 100$. Ugyanígy nem megoldás $9 \cdot 24 > 200$, mert $9 \cdot 23 > 200$. Azonban $13 \cdot 24 > 300$, $13 \cdot 23 < 300$, tehát megtaláltuk az alkalmas értékeket: $a = 13$, $x = 3$.

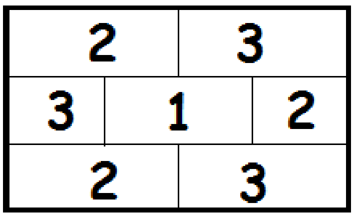
18. Hányféleképpen színezhető ki három színnel a következő ábra, ha két szomszédos tartományt nem színezhetünk ki azonos színnel, és minden tartományt kiszínezünk? (Minden tartomány egyszínű.)



(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

Válasz: (C) 6
Megoldás: Ha a színeket 1, 2, 3-mal jelöljük, akkor két, a feltétel szerinti színezés a következő:





Van két olyan színezés is, melyben a középső mező 2-es, végül két olyan színezés, amelyben a középső mező 3-as, tehát összesen 6.

19. Egy pizzát 6 egyenes vágással legfeljebb hány részre oszthatunk? (Az asztalon levő pizza darabjait nem mozgathatjuk el, és a vágások függőlegesek.)

(A) 16 (B) 21 (C) 22 (D) 32 (E) 64

Válasz: (C) 22
Megoldás. Egy vágás 2 részre osztja a pizzát, ha minden újabb vágás kettévágná a korábbi darabok mindegyikét, akkor az egymást követő hat vágás után rendre 2, 4, 8, 16, 32, 64 darab pizza-szeletünk lenne.

A szeletek konvexek, ezért már a harmadik vágással sem tudjuk az eddigi darabok mindegyikét kettévágni.

Azonban minden új egyenes (azaz vágás) ha átmetsz egy korábbi egyenest, akkor annak a túlsó partján levő tartományt két részre vágja. Tehát minden új vágásnak olyannak kell lennie, hogy átvágja az összes korábbi egyenest. Ekkor az új vágás 1-gyel több új szeletet eredményez, mint amennyi vágás volt addig.

Vágások száma	1	2	3	4	5	6
A keletkező szeletek maximális száma	2	4	7	11	16	22

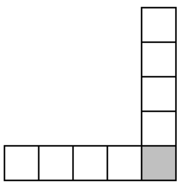
6 vágással legfeljebb 22 részre darabolhatjuk a pizzát.

20. Három vándor találkozott. Egyiknél 5, másiknál 7 cipó volt, s ezt egyenlően megosztották hármójuk között, ugyanis a harmadiknál nem volt élelem. Ő azonban 12 tallért adott a másik kettőnek a kapott élelemért. Ha ezt a 12 talléron igazságosan osztozkodnak, akkor hány tallér jár annak a vándornak, aki 5 cipót hozott?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

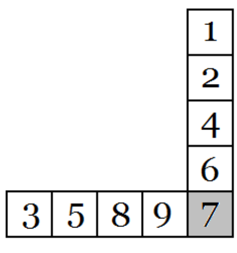
Válasz: (C) 3
Megoldás: Mindegyikük a 12 cipó harmadrészét, 4 cipót evett. Aki 5 cipót adott a közösbe, abból 4-et megevett, így 1 cipót adott a harmadiknak. Aki 7 cipót hozott, ő 3 cipót adott a harmadiknak. Egyikük 1, másikuk 3 cipót adott, így a 12 talléron 1:3 arányban igazságos osztozkodni. Az 5 cipós vándornak 3 tallér, a 7 cipós vándornak 9 tallér jár.

21. A négyzetekbe írjuk be az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számokat úgy, hogy mindegyik számot pontosan egyszer használjuk, és a vízszintes sorban az öt szám összege 32, a függőleges oszlopban az öt szám összege 20 legyen. Melyik szám kerül a sarokba, a befestett mezőbe?



(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Válasz: (E) 7
Megoldás: Az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számok összege 45. A vízszintesen beírt öt szám összege 32, a függőleges oszlopban az öt szám összege 20, és a $32+20=52$ összegben a kilenc szám mindegyike egyszer szerepel, kivéve a befestett mezőben álló számot, amelyet kétszer számítunk, így ez a szám $52-45=7$. Van is ilyen kitöltés:



22. Határozd meg a $29a031\cdot 342=100900b02$ szorzásban a hiányzó két számjegyet. Mennyi $a+b$ értéke?

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

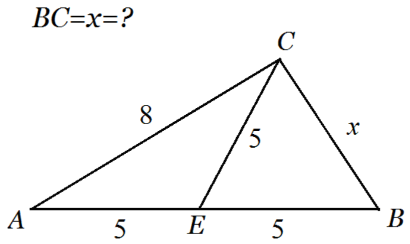
Válasz: (E) 11
Megoldás: A 342 osztható 9-cel. Ezért $b=6$. A 100900602 osztható 11-gyel, ám a 342 nem osztható 11-gyel, emiatt a másik tényező többszöröse a 11-nek, $a=5$.

23. A 2^{100} szám *d* jegyű szám. Hány jegyű a *d* szám?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

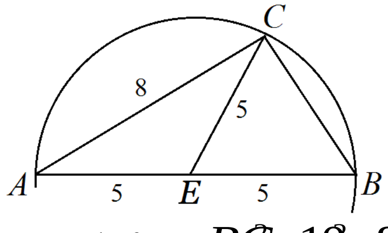
Válasz: (B) 2
Megoldás: *Vázlatosan*: $2^{10}=1024\approx 10^3$, $2^{100}=\left(2^{10}\right)^{10}\approx\left(10^3\right)^{10}=10^{30}$, tehát a 2^{100} szám legalább 31-jegyű, és a 31 szám 2-jegyű szám.
Megoldás: $10^3<2^{10}=1024<2000=2\cdot 10^3$, azaz $10^3<2^{10}<2\cdot 10^3$. Mindegyik számot tizedik hatványra emelve: $10^{30}=\left(10^3\right)^{10}<\left(2^{10}\right)^{10}<\left(2\cdot 10^3\right)^{10}=2^{10}\cdot 10^{30}<2\cdot 10^3\cdot 10^{30}=2\cdot 10^{33}$, tehát $10^{30}<2^{100}<2\cdot 10^{33}$, ami azt jelenti, hogy a 2^{100} szám legalább 31-jegyű, és legfeljebb 34-jegyű szám. Ám a 31 is, és a 34 is 2-jegyű szám.

24. Az *ABC* háromszög *AB* oldalának egy pontja *E*, és $AE=EB=5$, $AC=8$, $CE=5$. Mekkora az *x*-szel jelölt *BC* szakasz?



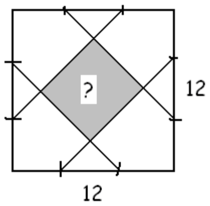
(A) 4 (B) 5 (C) 5,5 (D) 6 (E) 7

Válasz: (D) 6
Megoldás. Az *AB* oldal fölé rajzolt 5 egység sugarú (az *E* középpontú) körön van a *C* csúcs, ezért a *Thalész-tétel* miatt az *ABC* háromszög derékszögű háromszög.



A *Pitagorasz-tétellel* számolható a *BC* befogó, $BC^2=10^2-8^2=36$, $BC=6$.

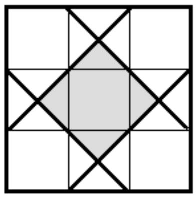
25. Egy 12 egység oldalhosszú négyzet oldalainak harmadoló pontjait az ábra szerint összekötöttük.



Mekkora a befestett terület nagysága?

(A) 30 (B) 32 (C) 36 (D) 40 (E) 48

Válasz: (B) 32
Megoldás: Kössük össze a szemközti harmadoló pontokat. Így a négyzetet 9 egybevágó kis négyzetre daraboltuk. A festett terület egy egész kis négyzet, és még négy olyan háromszög, melyekből összerakható egy második kis négyzet.



Tehát a festett terület a négyzet területének 2/9-ed része, azaz $144 \cdot \frac{2}{9} = 32$.

26. Hány olyan $\overline{abc}$ háromjegyű szám van, melyre $b < a$, $b < c$?

(A) 171 (B) 252 (C) 285 (D) 385 (E) 450

Válasz: (C) 285
Megoldás: Ha $b = 0$, akkor *a* értéke és *c* értéke is az $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ számok bármelyike lehet. Ez $9 \cdot 9 = 81$ lehetőség, azaz 81 db háromjegyű szám.
Ha $b = 1$, akkor *a* értéke és *c* értéke is a $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ számok bármelyike lehet. Ez $8 \cdot 8 = 64$ lehetőség, azaz 64 db háromjegyű szám.
Az esetek vizsgálatát így folytatva rendre 49, 36, 25, 16, 9, 4, 1 db háromjegyű számot találunk. Ez összesen 285 szám.

27. Egy osztályban a félév folyamán 16, 10, 7, 6 és 4 tanuló kapott rendre legalább egy, legalább kettő, legalább három, legalább négy és legalább öt jeles osztályzatot matematikából. Az is kiderült, hogy ötnél több jeles osztályzatot senki sem kapott. Hány jelest osztottak ki matematikából a félév folyamán?

(A) 43 (B) 44 (C) 45 (D) 46 (E) 47

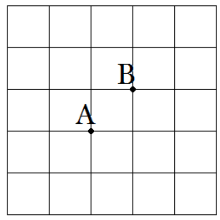
Válasz: (A) 43
Megoldás: Pontosan 1 db 5-öse 16–10=6 diáknak van, pontosan 2 db 5-öse 10–7=3 tanulónak van, pontosan 3 db 5-öse 7–6=1 tanulónak van, pontosan 4 db 5-öse 6–4=2 diáknak van, pontosan 5 db 5-öse 4 tanulónak van.
Az 5-ösök száma: $1 \cdot 6 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 4 = 43$

28. Az 1, 2, 3, …, 9, 10 számokból hányféleképpen lehet három különböző számot kiválasztani úgy, hogy azok számtani sorozatot alkossanak?

(A) 10 (B) 15 (C) 18 (D) 20 (E) 22

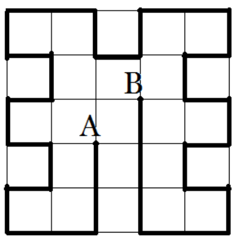
Válasz: (D) 20
Megoldás: Ha az első tag 1, a második lehet 2, 3, 4, 5 (ez 4 lehetőség); ha az első tag 2, a második lehet 3, 4, 5, 6 (ez 4 lehetőség), … A lehetőségek száma összesen 4+4+3+3+2+2+1+1=20.

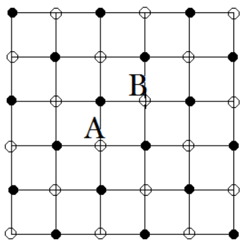
29. Az Öreg Város térképét látjuk, az utcák hálózatát. A térképen 6 utca vízszintes irányú, és 6 utca függőleges. A szomszédos utcasarkok távolsága 100 méter. Egy kíváncsi turista az *A*-val megjelölt téren lévő szállodából indul a vasútállomásra, amely a *B*-vel jelölt téren van. Hány méteres a leghosszabb útvonal a város utcáin a hoteltől a vasútállomásig, ha egyik térre (útkereszteződésre) sem megy vissza másodszor?



(A) 3300 (B) 3400 (C) 3500 (D) 3600 (E) 3700

Válasz: (B) 3400
Megoldás: Az útvonalon a „fehér” és a „fekete” terek váltakozva követik egymást. Fehér térről indul az útvonal és fehér téren ér véget, és a fehér terek száma 18. Ezért az útvonal legfeljebb 3400 méter lehet.





Az első ábra mutat egy olyan útvonalat, melynek hossza 3400 méter.

30. Legtöbb hány darab egymást követő szám adható meg úgy, hogy a számok mindegyike két különböző prímszám szorzata legyen?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Válasz: (C) 3
Megoldás: Négy egymást követő szám egyike osztható 4-gyel, és az a szám már nem két különböző prímszám szorzata. Legfeljebb három egymás utáni számot lehet megadni a feltételek szerint. Ha ilyeneket keresünk, azok között nem lehet 4-gyel osztható szám, így a következő számhármasokat kell megvizsgálnunk: (1, 2, 3), (5, 6, 7), (9, 10, 11), (13, 14, 15), (17, 18, 19), (21, 22, 23), (25, 26, 27), (29, 30, 31), (33, 34, 35), …A 33, 34 és 35 mindegyike két különböző prím szorzata, tehát a keresett válasz: 3.