



Dinamikus matematika mindenkinek

50. Rátz László Vándorgyűlés
Kecskemét
2010. július 7.-9.

Papp-Varga Zsuzsanna
vzsuzsa@elte.hu

ELTE IK Média- és Oktatásinformatika Tanszék



Tartalom

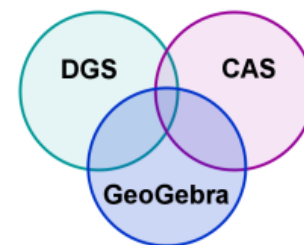
- A GeoGebra program
- A GeoGebra oktatásban való alkalmazása
- Egy GeoGebra verseny terve





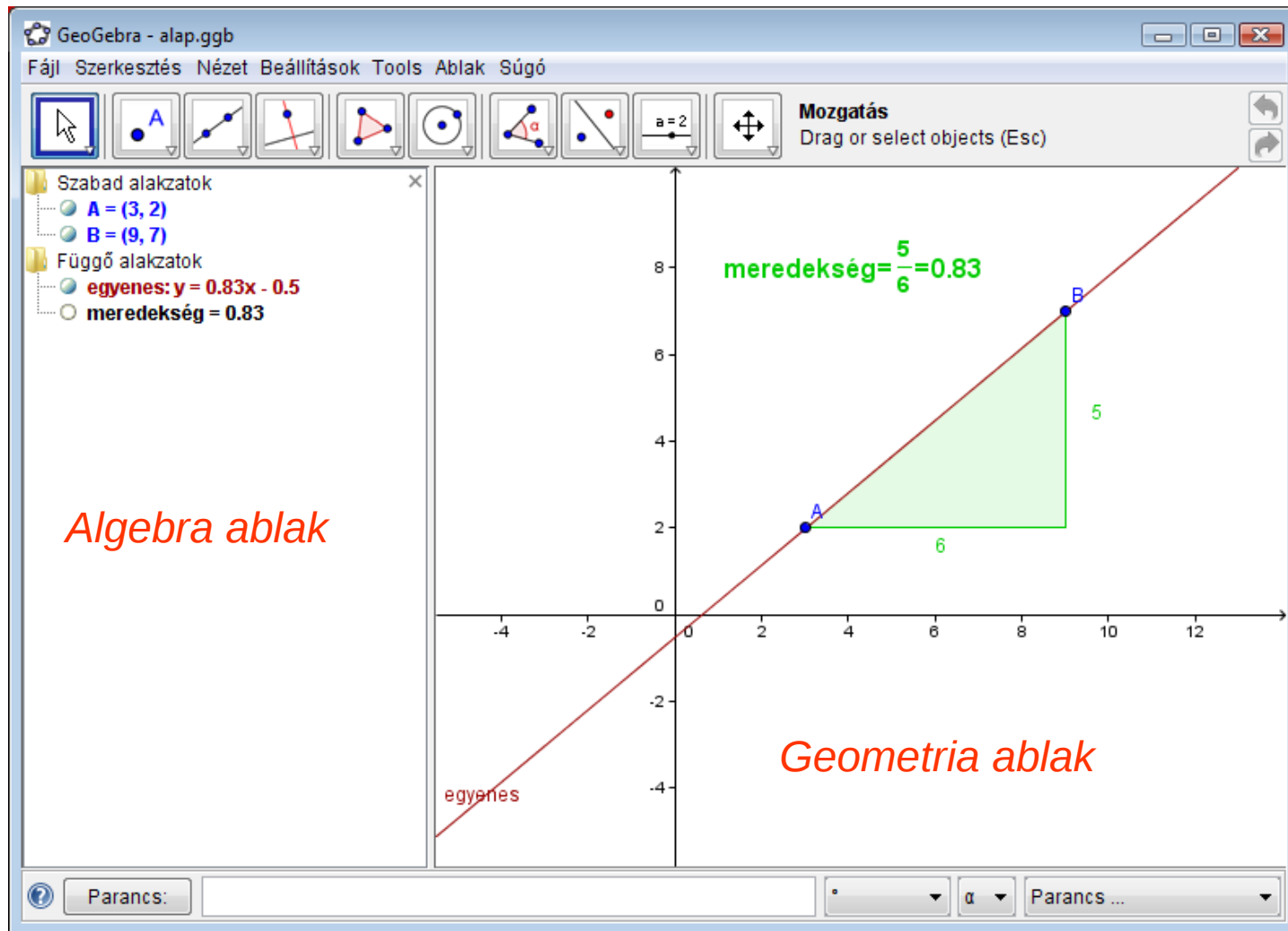
A GeoGebra program

- Dinamikus matematikai szoftver
 - dinamikus geometriai program (DGS)
 - komputer algebrai rendszer (CAS)
- Használatához csak alapvető felhasználói ismeretek szükségesek
- Open source – <http://www.geogebra.org> oldalról ingyenesen letölthető
- Platform független (Windows/ Linux/ Mac OS)
- Magyar fordításban is elérhető





GeoGebra = Geometria + Algebra





Lássunk egy egyszerű példát!

Szerkesszük meg egy háromszög
körül írható körét!



Oktatásban való alkalmazás

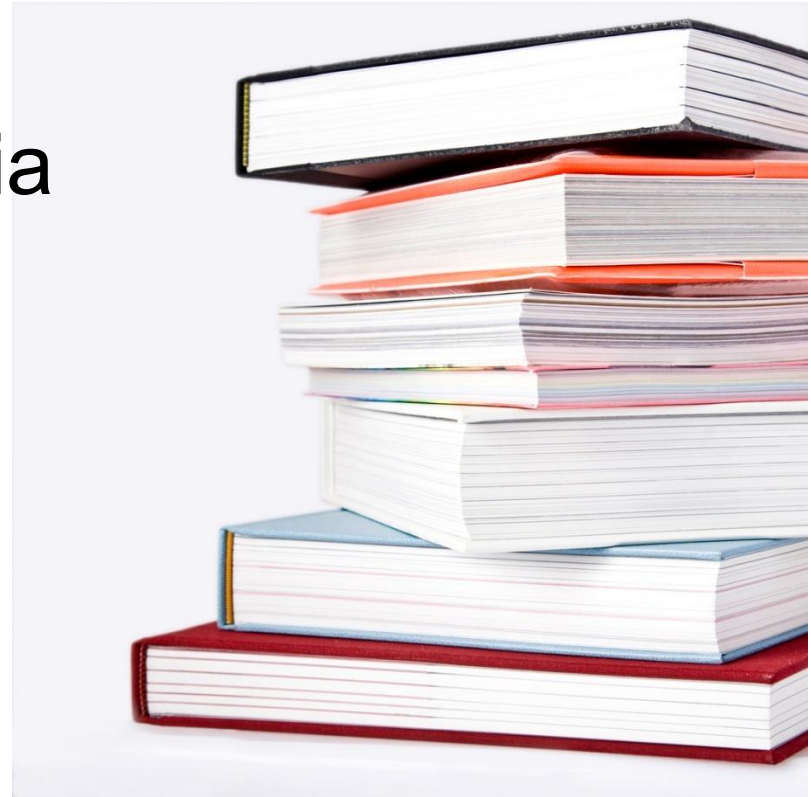
- Milyen témakörökben?
- Mire használható?
- Milyen alkalmazásokkal?
- Hogyan táálalható?
- Mikor?
- Milyen keretek között?





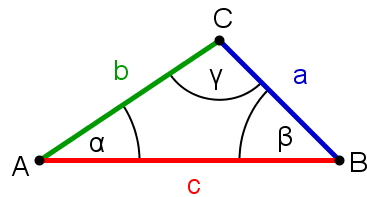
Milyen témakörökben?

- Geometria
- Koordináta geometria
- Analízis
- Algebra
- Statisztika
-
- Fizika





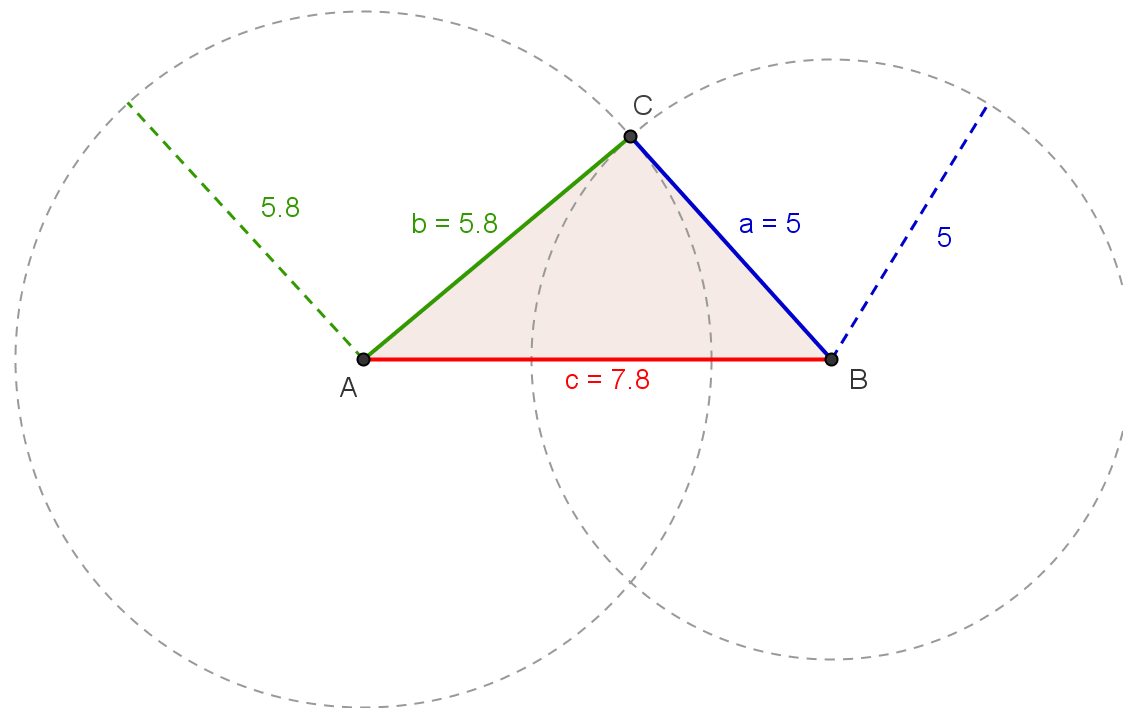
Geometria



$$a = 5$$

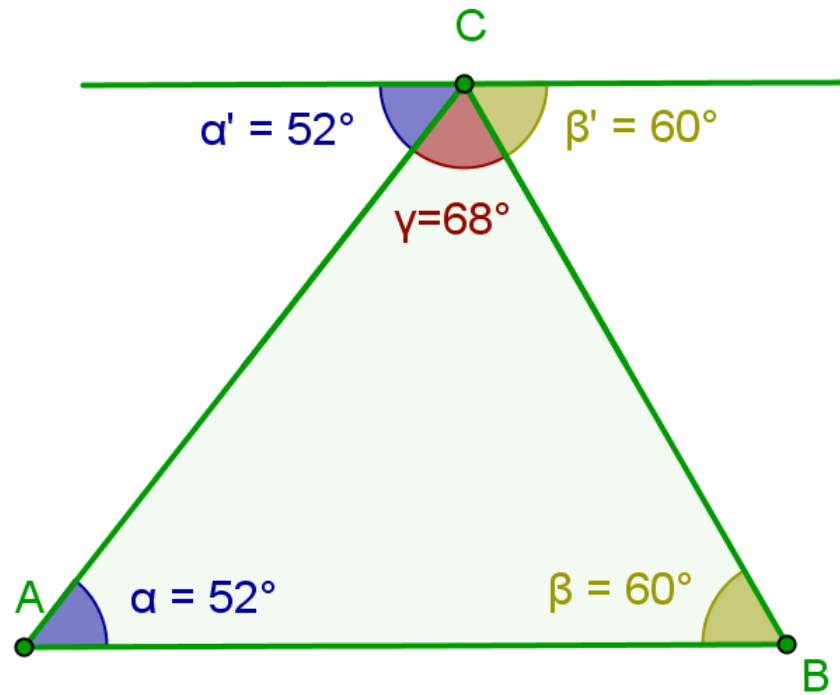
$$b = 5.8$$

$$c = 7.8$$





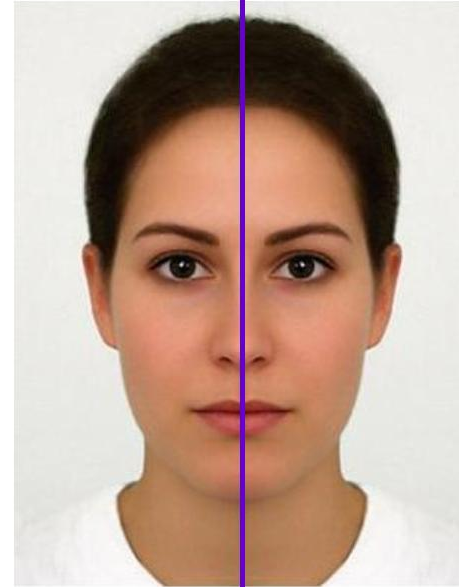
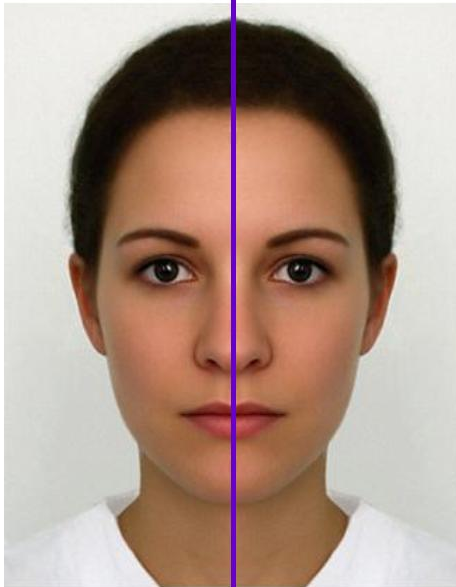
Geometria





Geometria

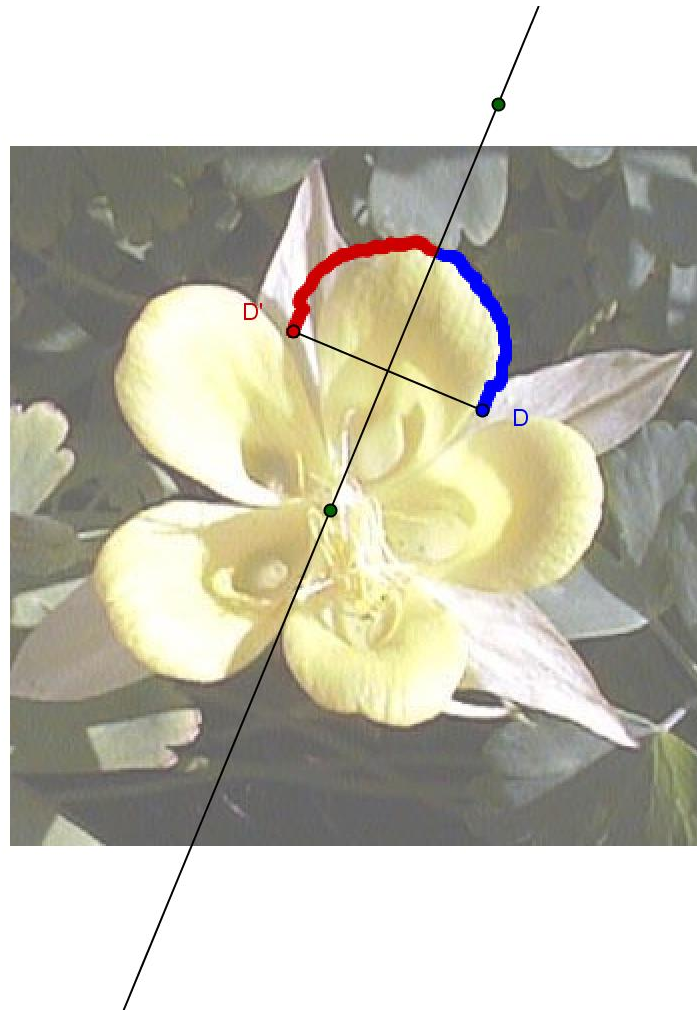
Szétválasztás



TÜKÖRKÉP

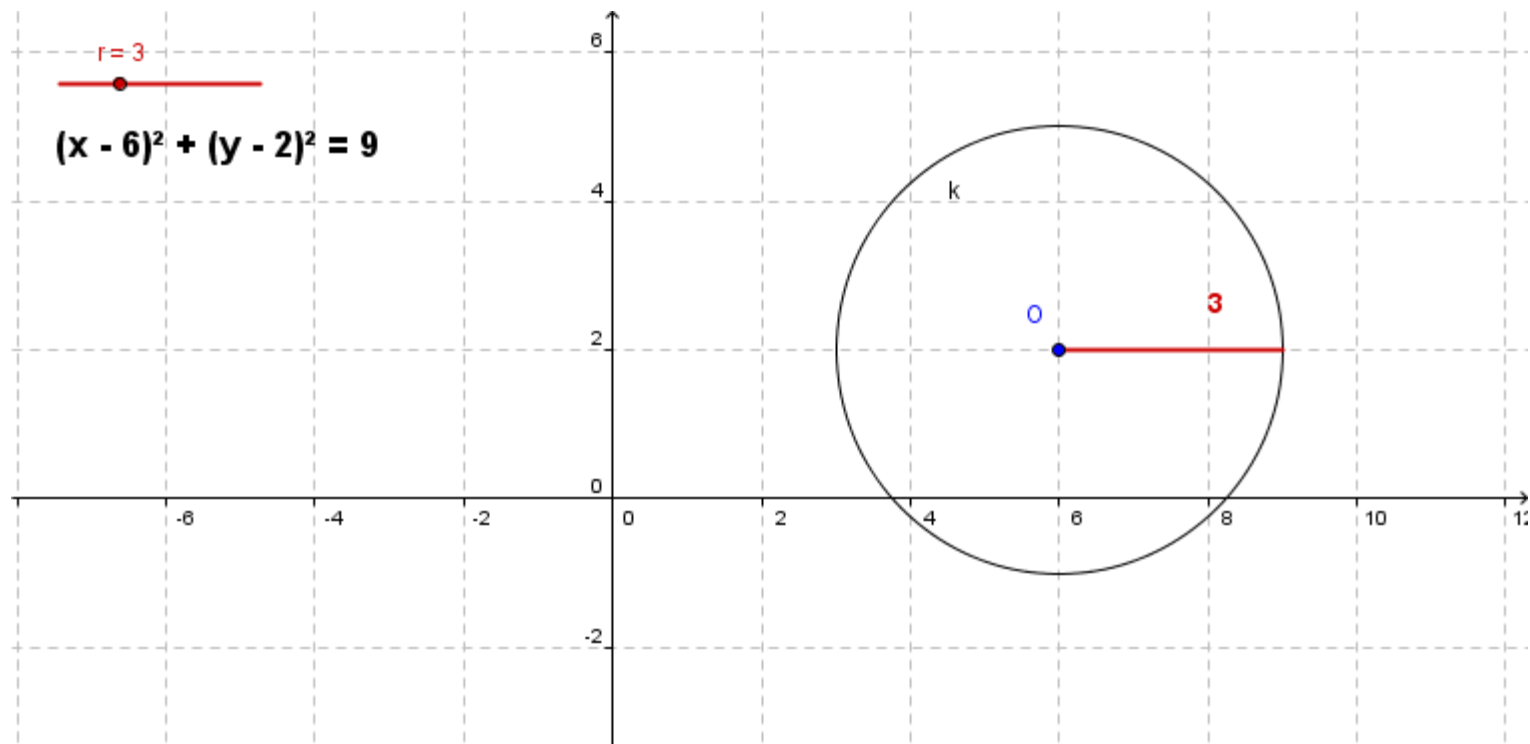


Geometria





Koordináta geometria





Koordináta geometria

Vektorok összeadása

Segítség

Segédvonalak

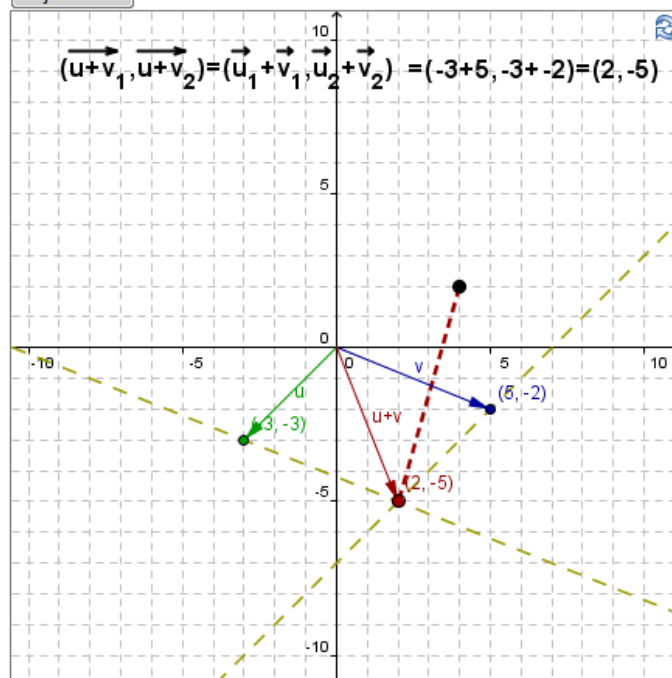
Képlet

Koordináták

Mozgasd a fekete pontot az origó kezdőpontú $u+v$ vektor végpontjába!

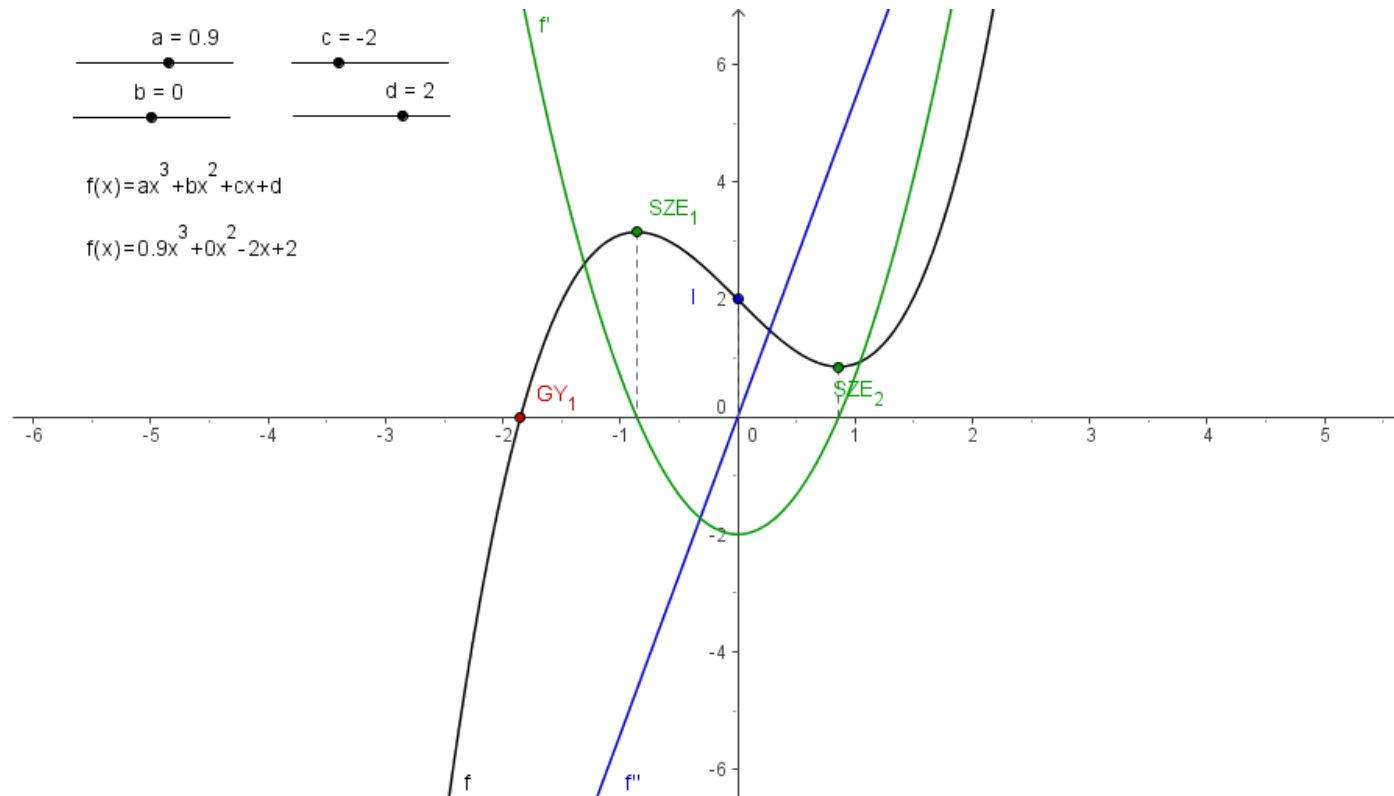
Ellenőrzés

Új feladat



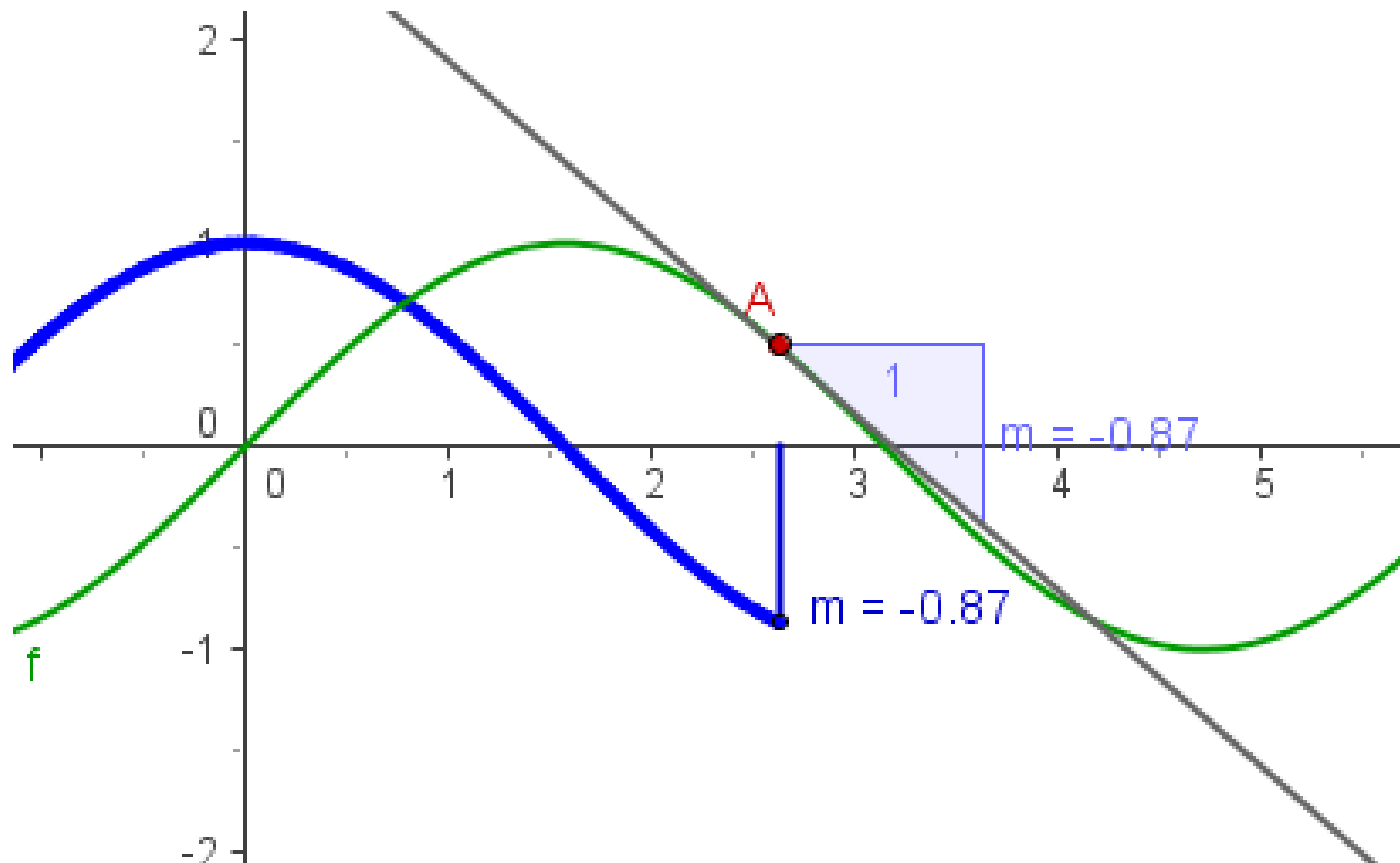


Analízis

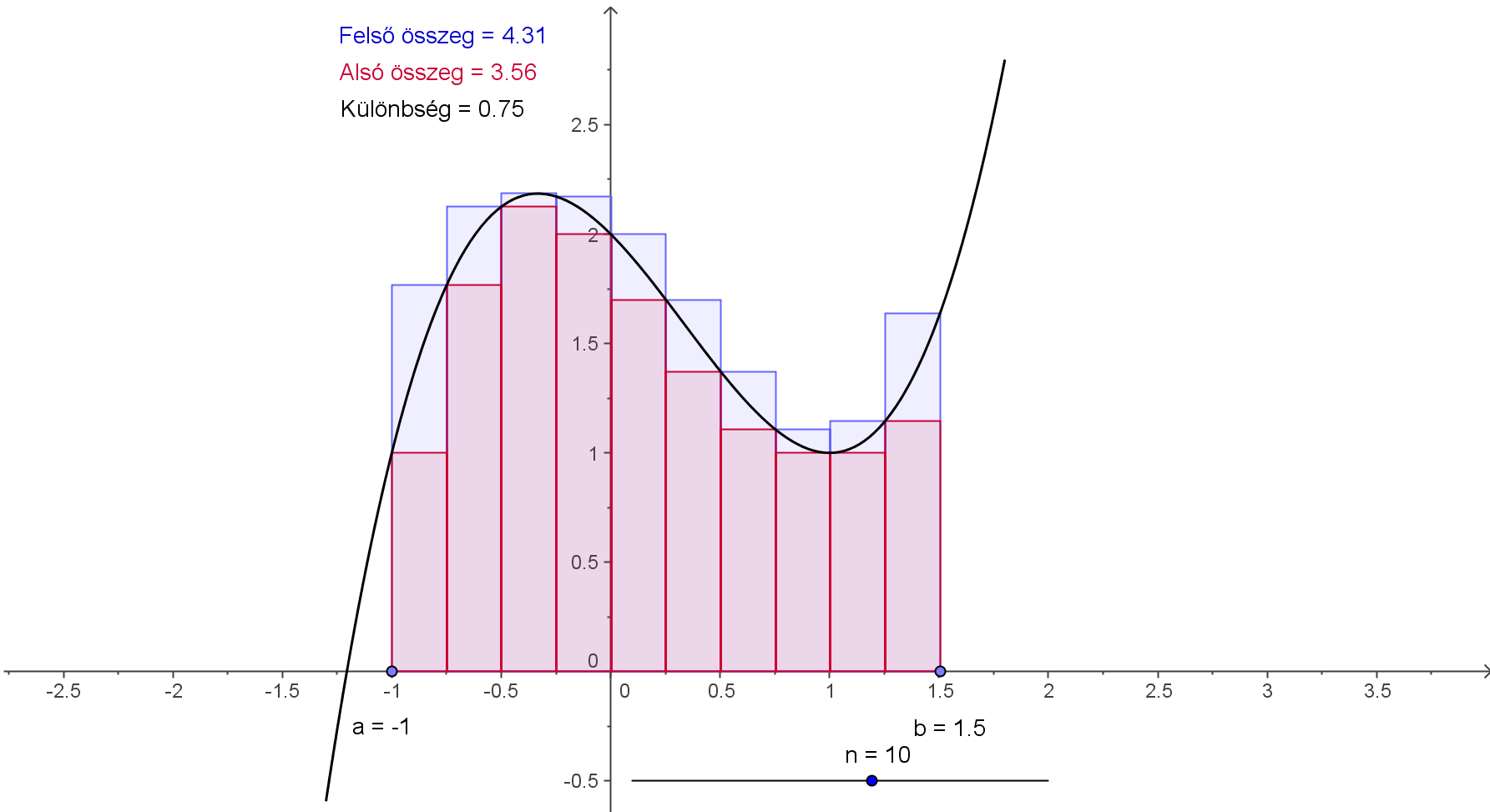




Analízis



Analízis





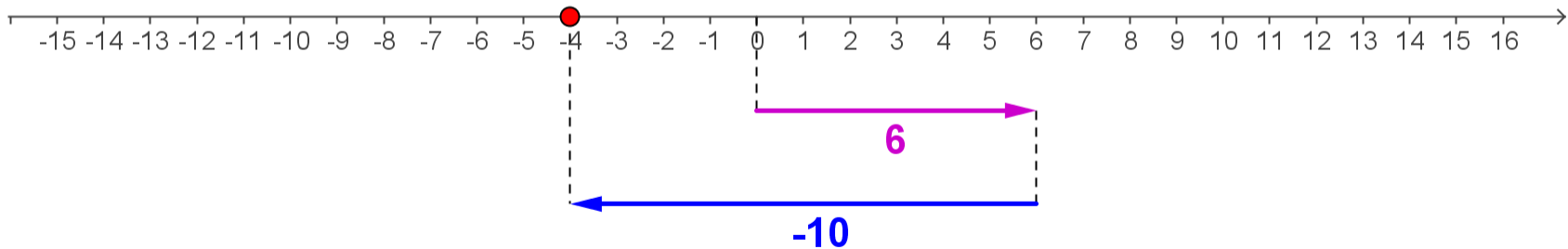
Algebra

$a = 6$

$b = -10$

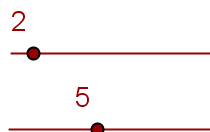
Ugorj!

$$6 + (-10) = -4$$

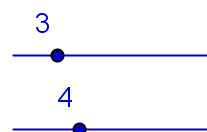
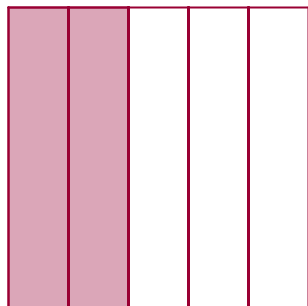




Algebra



$$\frac{2}{5}$$

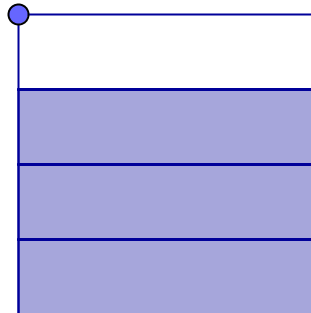


$$\frac{3}{4}$$

•

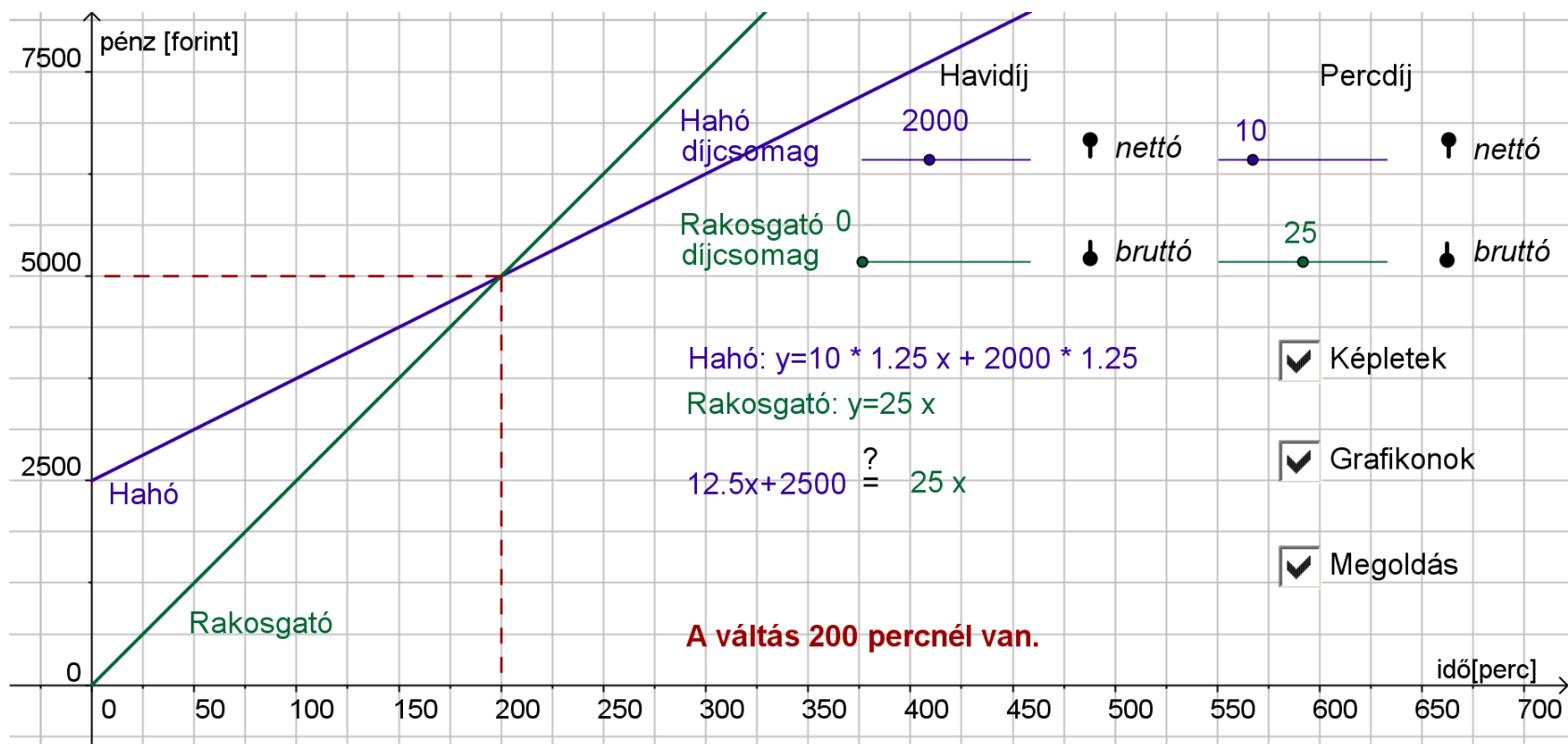
=

Mozgasd!

☐ Megoldás



Algebra





Statisztika

A normális eloszlás sűrűségfüggvénye

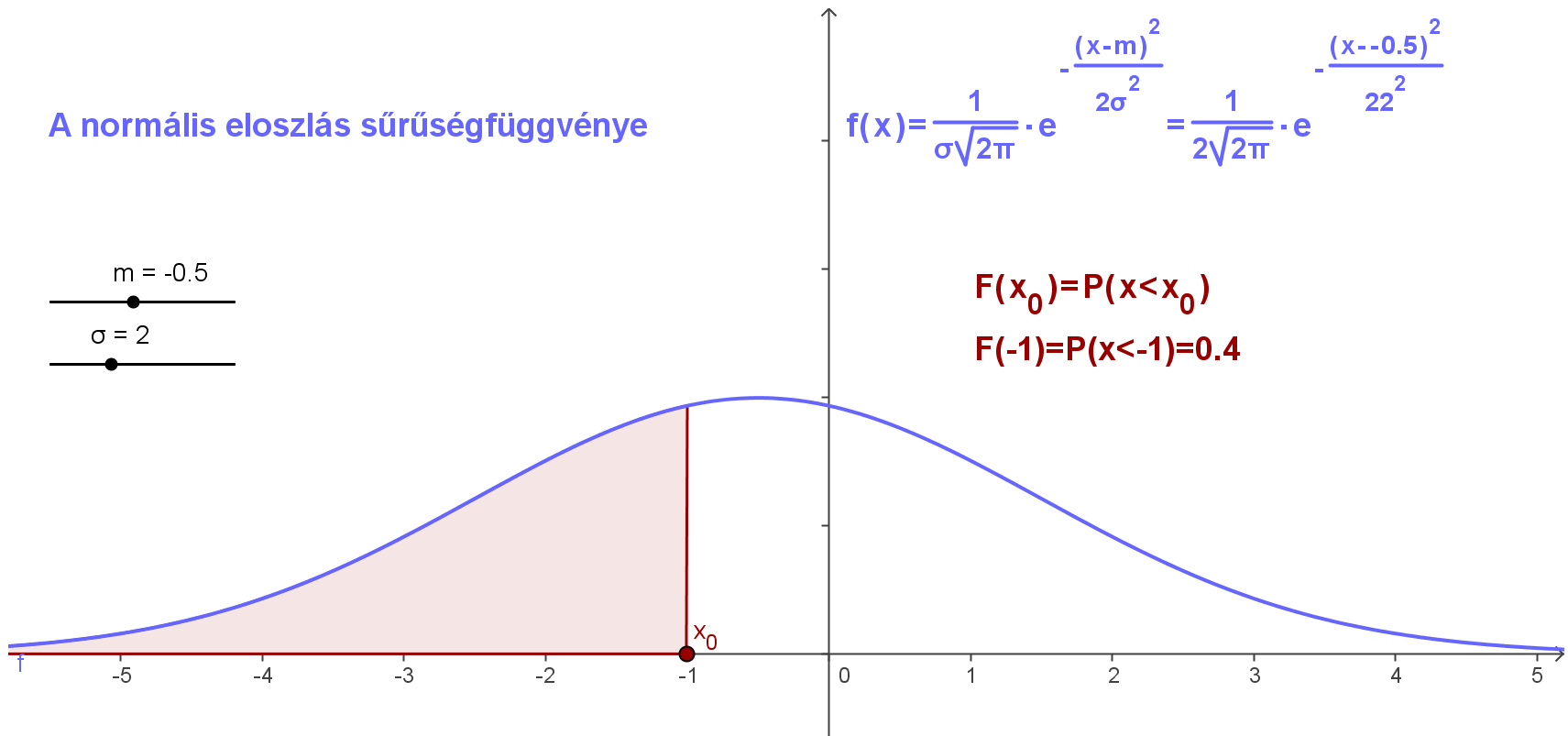
$$m = -0.5$$

$$\sigma = 2$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-0.5)^2}{2 \cdot 2^2}}$$

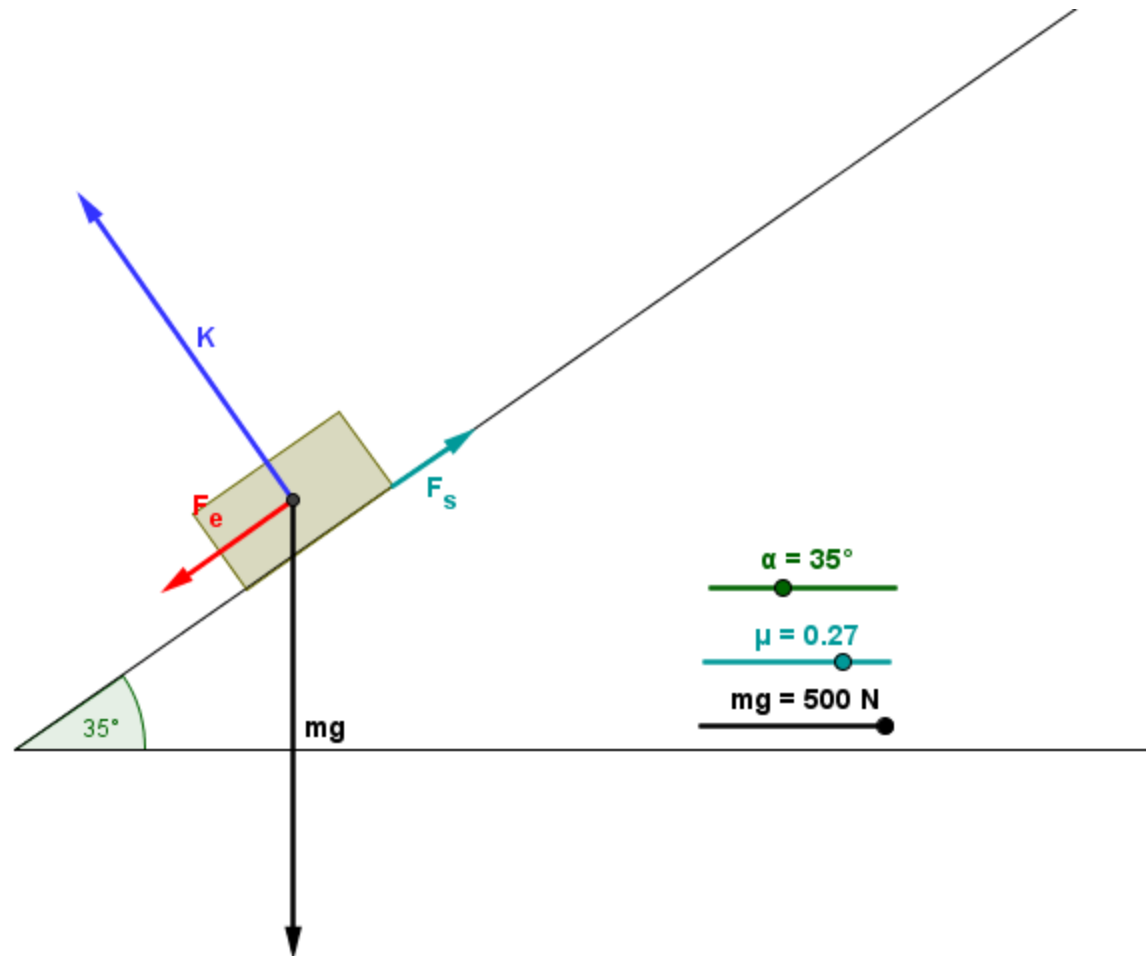
$$F(x_0) = P(x < x_0)$$

$$F(-1) = P(x < -1) = 0.4$$





Fizika





Mire használható?

- Szemléltetés
a diákok „láthatják” az absztrakt fogalmakat
- Reprezentációk összekapcsolása
a diákok megfogalmazhatják az összefüggéseket
- Kísérletezés
a diákok felfedezve tanulhatják a matematikát





Milyen alkalmazásokkal?

- definíciók, összefüggések, tételek és bizonyításaik dinamikus szemléltetése
- lépésenként lejátszható dinamikus szerkesztések
- feladatok megoldása, változtatása
- egy-egy témakör kiegészítése, színesítése
- ...





Hogyan táálalható?

- Kész összefüggések
- Összefüggések keresése
 - Segítő kérdések
 - Az alkalmazások határainak feszegetése





Mikor?

- Új anyagrészek tanításakor
- Gyakorláskor
- Összefoglaláskor
- Ismétléskor

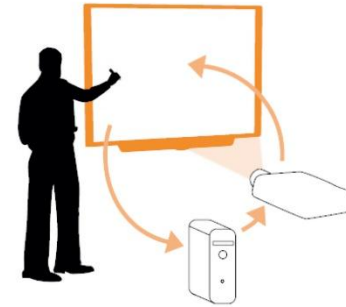
- Órára való készüléskor
 - Segédanyagok készítése
 - Feladatok generálása, ellenőrzése
 - ...





Milyen keretek között?

- Egy számítógép + projektor
- Interaktív tábla
 - ☐ Objektumok kiemelése
 - ☐ Megjegyzések
 - ☐ Ábrák, képek
- Több számítógép





GeoGebra díjak





GeoGebra közösség

- Wiki www.geogebra.org/wiki
- Fórum www.geogebra.org/forum
- International GeoGebra Institute
<http://www.geogebra.org/IGI>
 - ☐ Továbbképzések és segítség nyújtás
 - ☐ Segédanyag- és szoftverfejlesztés
 - ☐ Kutatás
- Levelezőlista geogebra_hu@googlegroups.com



Verseny - terv

- Megcélzott közönség
- Témakör
- Lebonyolítás
- Megoldással szembeni elvárások
- Pontozási elvek
- Minta feladatok, megoldások és értékelések





Megcélzott közönség

- Korosztály

- középiskolások

- Tudásszint

- jók, de nem feltétlenül csak a legjobbak

- Feltétel

- matematika és informatika iránt érdeklődés





Témakör

- GeoGebra dinamikus program segítségével megoldható feladatok
 - hagyományos eszközökkel nehezebben megoldhatóak
 - nem törzsanyaghoz tartozóak





Lebonyolítás

- A tanév minden hónapjában interneten publikált feladatsor
- Az aktuális megoldásokat a határidő lejártáig (azaz a következő feladatsor publikálásáig) elektronikusan kell beküldeni
- A részeredmények a honlapon kerülnek publikálásra, eredményhirdetés a tanév végén



Megoldással szembeni elvárások

- Matematikai helyesség
- Dinamikusság
- Könnyen használhatóság
- Küllem





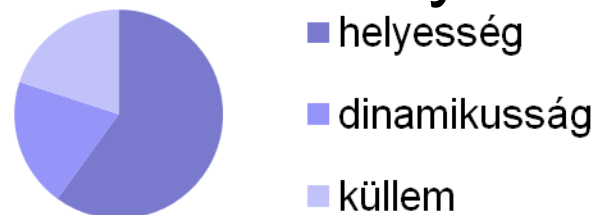
Pontozási elvek

- Minden feladatért ugyanannyi pont szerezhető
- A feladatokért járó pontok összegződnek a verseny - azaz a tanév - végén
- Minden feladat esetén csak egy megoldás értékelhető



Pontozási elvek

- Egy-egy feladat pontozásakor adhatók részpontok
- A feladatok részpontjainak aránya
 - 60% az alkalmazás matematikai helyessége
 - 20% a dinamikuság
 - 20% a küllem
- Minden matematikailag helyes megoldást el kell fogadni, az esetben is, ha az eltér a mintamegoldástól





1. Mintafeladat

- Az **aranymetszés** vagy aranyarány egy olyan arányosság, ami a természetben és művészetben is gyakran megjelenik, természetes egyensúlyt teremtve a szimmetria és az aszimmetria között. Egy szakasz két része (a és b , $a > b$) az aranymetszés szerint aránylik egymáshoz, ha az egész ($a+b$) úgy aránylik a nagyobbik részhez (a), ahogy a nagyobbik rész (a) a kisebbik részhez (b).
- Készíts olyan **GeoGebra** alkalmazást, amiben **megszerkeszted** egy tetszőleges szakasz aranymetszési pontját és ennek segítségével **szemlélteted** a művészetben előforduló aranyarányt egy tetszőlegesen választott képen.



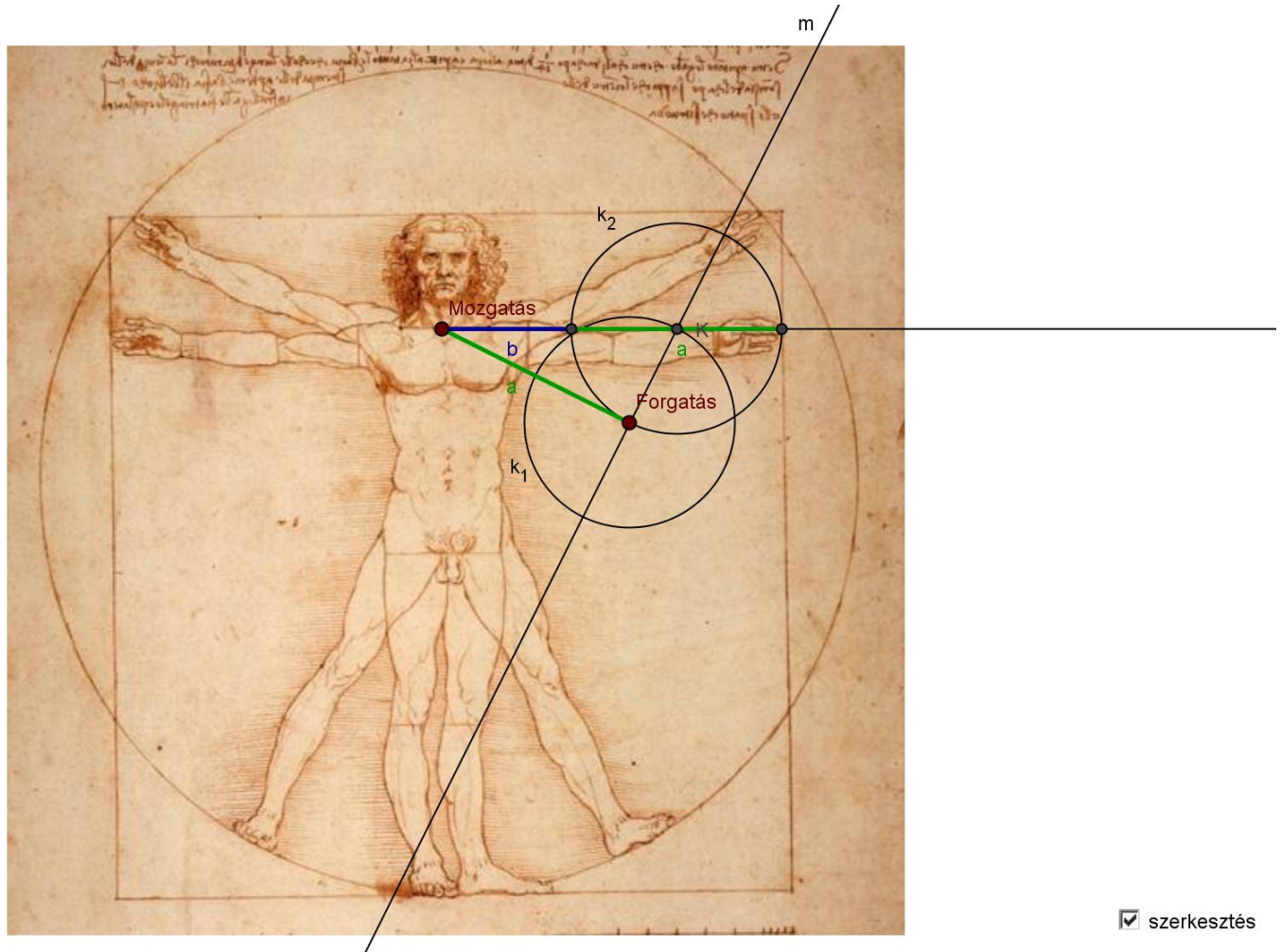
1. Mintamegoldás

$$a = 2.47$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$$

$$\frac{2.47}{1.53} = \frac{2.47+1.53}{2.47}$$

$$1.62 = 1.62$$





1. Mintaértékelés

Leírás	Részletek	Pontszám
Szerkesztés menete	kiinduló alakzatok	2pont
	merőleges egyenes	1pont
	segéd kör (középpont, sugár)	2pont
	szelő	2pont
	arany metszési pont	3pont
Tetszőleges kiinduló objektumok	lehet változtatni az egyik szakasz hosszát és lehet változtatni a szakasz pozícióját VAGY lehet változtatni a szakasz két végpontját	2*2,5pont
Elmélet alkalmazása	beszúrt kép valóban példa az arany metszésre	1pont
	a képen legalább egy arany metszési pont hármassal	4pont
Küllem	színek használata	2pont
	magyarázó szövegek	2pont
	segédalakzatok elrejtése, elrejthetősége	1pont

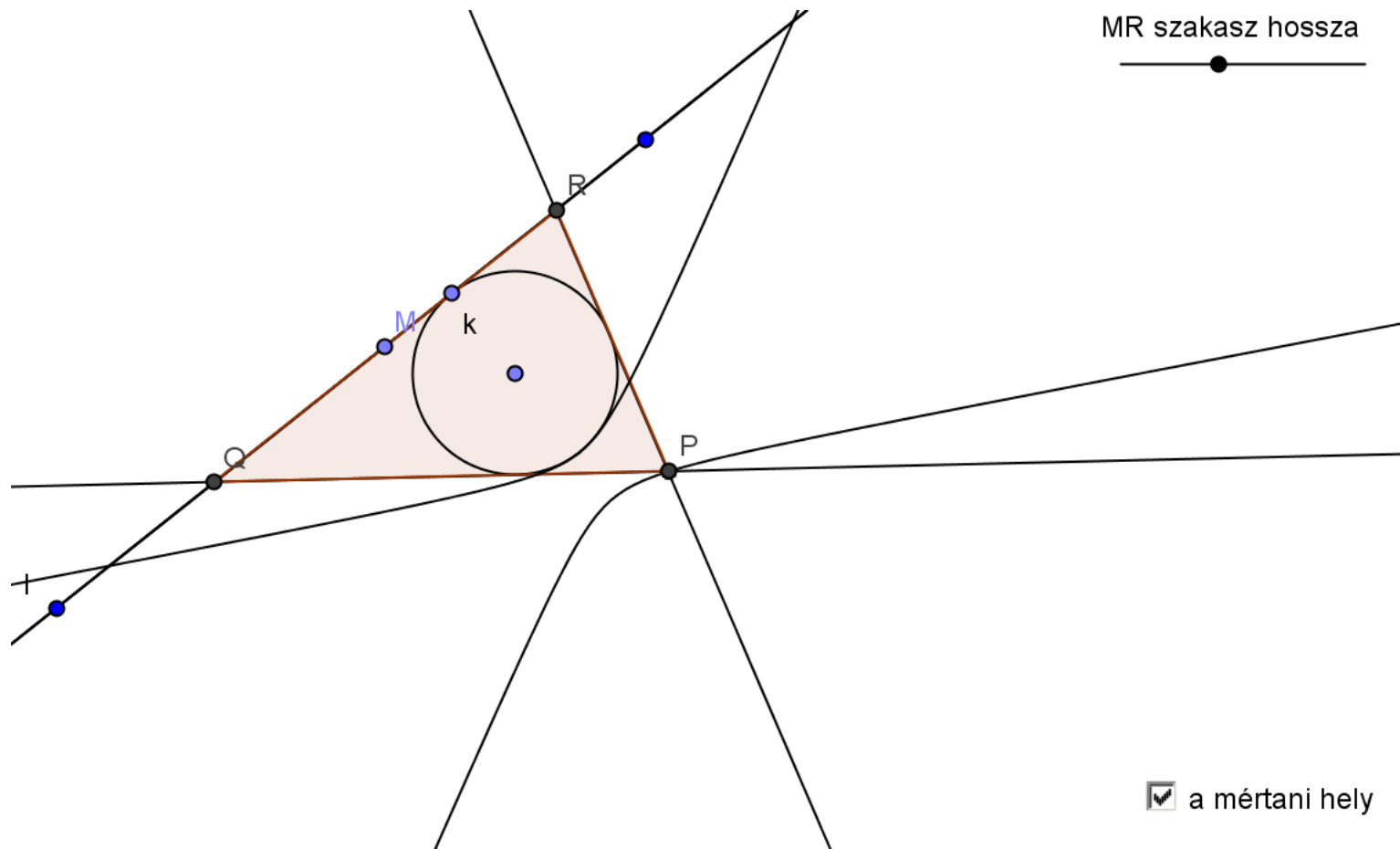


2. Mintafeladat

- Adott a síkon egy **k kör**, annak **l érintője**, és azon egy **M pont**, ami a szintén **l -en elhelyezkedő Q és R pontok felezőpontja**. Add meg azoknak a **P pontoknak a halmazát**, amelyek esetén teljesül, hogy a **k kör a PQR háromszög beírt-, vagy hozzáírt-köre**.
- A feladatot a **GeoGebra** program segítségével oldd meg úgy, hogy a **k kör** és az **l egyenes fix** legyen, az **M pont** pedig **szabadon mozgatható az l egyenesen**.



2. Mintamegoldás





2. Mintaértékelés

Leírás	Részletek	Pontszám
Szerkesztés menete	kiinduló alakzatok (l, M, k): egy egyenes, egy pont, és egy kör M l l érinti a k-t	3*0,5pont 1pont 3pont
	Q és R egy olyan szakaszt határoz meg, melynek M a középpontja	2pont
	P a Q-ból és R-ből a körhöz húzott érintők metszéspontja	3pont
	PQR háromszög	1,5pont
	mértani hely	3pont
Kiinduló objektumok változtathatósága	l	1pont
	k	2pont
	M az l-en	1pont
	QR szakasz	1pont
Küllem	színek használata	2pont
	a feladatban szereplő elnevezések használata	2pont
	segédalakzatok elrejtése, elrejthetősége	1pont



Végezetül...

- Észrevételek
 - Ötletek
 - Javaslatok
 - Vélemények
 - Kérdések
-
- Csatlakozás a szervezőkhöz





Köszönöm a figyelmet!

vzsuzsa@elte.hu