

Matematika feladatok egy aktuális eseményhez, az AXIOM 4 űrrepüléshez kapcsolódva

középiskolai szekció

Tamásné Kollár Magdolna: A statisztika oktatása aktuális sporteseményeken keresztül
című előadásához kapcsolódva

Készítette: Vancsics Zita

Budapesti Egyetemi Katolikus Gimnázium

zzitoca@gmail.com

Rendszeres résztvevője vagyok a Rátz László Vándorgyűlésnek, a nyár egy színfoltja számomra az esemény, igazi töltő, ahol inspirációkat, ötleteket meríthetek a szeptemberi tanévkezdéshez, beszélgethetek kollégákkal és rendszerint meg is ismerkedem egy-egy korábban nem ismert város korábban nem ismert arcával. Az idei vándorgyűlésen több előadó is “elvarázsol”. Német Anna és Kollár Magdolna igényessége és kreativitása mellett Juhász Péterék is új inspirációt adtak ahhoz, hogy a tankönyvekből kicsit kitekintve a gyerekeknek megmutathassam az alkalmazott matematika érdekes területeit. Zombori Annának és Pintér Klárának hála megismerkedhettem az exploring dots-szal és az érettségi kapcsán is kialakult egy jó beszélgetés Koncz Levente és Csapodi Csaba előadása után.

Idei évi záró dolgozatom leginkább Tamásné Kollár Magdolna: A statisztika oktatása aktuális sporteseményeken keresztül című előadásához kapcsolódik. Az előadó segítségével tanulságos következtetéseket lehetett levonni a rendkívül sok utánajárás és felkészülés után összeállított izgalmas sport statisztikákból.

Nem csak a statisztika témakör esetén, de egyéb témákhoz kapcsolódva (pl. év eleji bemelegítés vagy valószínűségszámítás) sokszor én is egy aktuális sporteseményhez kapcsolódással szoktam készülni. Így készítettem már korábban év eleji bemelegítő feladatsort az atlétikai és a vizes világbajnoksággal kapcsolatban is. De év közben is tapasztaltam, hogy egy-egy érdekes adat információ vagy egy-egy kérdés az óra elején egészen megalapozza az óra további légkörét. Nem kell harcolni a gyerekek figyelméért, hanem egy izgalmas kezdés után nem csak testben érkeznek meg és máris könnyebb a hátralévő 40 perc... Idén nem volt sem olimpia, sem futball világbajnokság, viszont a magyar űrrepülést olyan eseménynek tekintem, amihez például egy nyitó órán lehet kapcsolódni, és egy kis adatgyűjtés után inspiráló feladatokat lehet belőlük alkotni. Az alábbi feladatokat középiskolás csoportok év eleji órájára terveztem, de szemezgethetünk belőle az alsóbb évfolyamok számára is. Az év első tanórájára ráhangolódás, bemelegítés, ilyenkor nem tenyerelünk bele rögtön a legkomplexebb problémákba. Ha igény mutatkozik rá (év elején még nem szokott) a könnyebb feladatokat nehezíthetjük azzal, hogy versenyt hirdetünk, hogy ki oldja meg őket hamarabb... A feladatok összeállításánál szempont volt, hogy a matematikai tartalom mellett érdekes információkat is mutasson vagy bekapcsoljon tartalmakat más tudományterületekről is. A csatolt képek is az érdeklődés felkeltését célozzák.

Matematika feladatok AXIOM 4 küldetéshez kapcsolódva

Az AXIOM 4 űrmisszió magyar idő szerint 2025 június 25-én 8.31 perckor indult a Nemzetközi Űrállomásra. A küldetésen egy magyar űrhajós, Kapu Tibor is részt vett. Az alábbiakban összeállított feladatok ezzel az űrrepüléssel kapcsolatosak.

1. A SpaceX által gyártott Crew Dragon 2 űrhajó a Grace melléknevet kapva 2025 június 25-én 6:31(UTC) indult és 2025. június 26 10.31(UTC)-kor dokkolt a Nemzetközi Űrállomáson (ISS-en). Hány óráig tartott az út kilövéstől a dokkolásig? A földre történő visszaszállítás ideje 2025. július 15. 9.31(UTC). Hány órás volt a teljes küldetés?

2. A HUNOR magyar űrhajós program során 247 résztvevő közül ötven jól mérhető szempont alapján kellett kiválasztani azt a két személyt, aki az űrrepülésen részt vesz. Első számú jelöltnek Kapu Tibort választották ki, aki a program kutató űrhajósa lett. Mellé Cserényi Gyulát választották tartalékosnak. Ha teljesen véletlenszerű lett volna a kiválasztás, mekkora lett volna annak a valószínűsége, hogy éppen ők ketten lesznek a jelöltek?



3. A küldetésre összesen hatan készültek, de végül 4 fő (Peggy Whitson, Shubhanshu Shukla, Sławosz Uznański-Wiśniewski, Kapu Tibor) indult el, a két tartalékos (Cserényi Gyula Prasanth Nair) bevetésére nem volt szükség. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a hat felkészülő közül véletlenszerűen



kiválasztva négy embert, épp ők négyen indulnak? És ha Peggy Whitson veterán kapitány mindenképp a biztosan induló csapat tagja?

4. Kapu Tibor 33 éves gépészmérnök Vásárosnamény szülöttje, szabadidejében ejtőernyőzik, kosárlabdázik, snowboardozik, maratoni futó, gitáros, és kiváló Tantrix játékos. Egy héten azonban csak két szenvedélyének tud hódolni egyszerre. Szeretné változatosan eltölteni a heteit, úgy, hogy egy héten sosem foglalkozik pontosan ugyanazzal a két dologgal, amivel valamelyik korábbi héten már igen. Hány hétig tud ennek megfelelően tevékenykedni?

5. Az űrhajó kilövése több szakaszból állt, az első fokozaton a rakétahajtóművek maximális tolóerőt kifejtve kb. 2,5 percig (169 s) dolgoztak és ekkor elérve a 70 kilométeres magasságot leváltak az űrhajóról és visszahullottak az Atlanti óceánba. A második fokozat égési ideje kb. 5,25 perc, ekkor az űrhajó már a Kármán-vonal magassága felett van, mintegy kb. 2000km-es távolságra a kilövőállástól. (Kármán-vonal a világűr határa, és kb. 100 km-es magasságban húzódik. A nagyságát Kármán Tódor számolta ki, ezért az ő nevét viseli. Ez az a magasság, ahol már el kell érnie az első kozmikus sebességet ahhoz, hogy az űrhajó Föld körüli pályára állhasson.) Határozd meg az átlagsebességet az első, majd a második szakaszon. Mennyi a teljes úton vett átlagsebessége?

6. Miután levált az első fokozat, a rakéta visszaérkezett a földre, (ahol majd később újra hasznosítják) és egy állandó légénység nélküli drónhajón landolt az óceánon. A képen is egy ilyen úszó hajó látható, amely kb. 8 m hosszú 52 méter széles. Florida partjaitól kb. 450 km-s távolságban úszik a Cape Canaveral űrközpont kilövéseihez igazodva. Mekkora



annak a valószínűsége, hogy Florida partjaitól 450km távolságra egy 40 km hosszúságú és 1 km széles sávba érkezve épp a drónhajóra érkezik a rakéta?

7. A légnyomás a Kármán vonal magasságában már nagyon kicsi. Hogy megközelítőleg mekkora, az az alábbi formula segítségével kaphatjuk meg:

$$p = p_0 \cdot \left(1 - \frac{L \cdot h}{T_0}\right)^{\frac{g \cdot M}{R \cdot L}} \approx 10^{\left(5 - \frac{h}{15500}\right)}$$

Az első képletben szereplő tényezők jelentése a következő:

- $p_0=101\,325$: Pa a tengerszinten lévő légköri nyomás
- $L=0,0065\text{K/m}$: átlagos légköri hőmérséklet csökkenés
- $T_0=288,15\text{K}$: tengerszinti átlagos hőmérséklet
- $M=0,029\text{kg/mol}$: száraz levegő moláris hőmérséklete
- $R=8,31447\text{ J/(mol} \times \text{K)}$: egyetemes gázállandó

Határozd meg a légnyomás értékét a tengerszint és a Kármán vonal magasságában egyaránt! Add meg közelítő képlet és a pontos összefüggés közötti eltérést az egyes esetekben! Hány % a különbség?

8. Az űrhajó 2025 június 26-án 12.31-kor dokkolt a Nemzetközi Űrállomásra (ISS). Az ISS a Föld felett 400 km magasságban kering, és egy perc alatt kb. 460 km-t tesz meg. Hányszor kerülte meg a Földet a küldetés 21 napja alatt? Ezidő alatt hány kilométert tett meg? Add meg az eredményt normálalakban!

9. A Nemzetközi Űrállomás áramellátását biztosító napelemek összesen 8 napelemtölcser szárnyból állnak, és minden szárnyhoz tartozik egy árbo és két napelem rendszer takaró. Ha minden takaró 84 panelből áll, és mindegyik panel 200 napelemet tartalmaz, hány napelemet tartalmaz összesen az ISS?



10. A Nemzetközi Űrállomás több lakhatásra alkalmas modulból áll. Egy-egy modul jó közelítéssel hengernek tekinthető, amely hossza 12 méter, átmérője 4,5 méter. Mekkora egy modul térfogata?

11. A pilóták az ISS-en hetente tömegük 1%-t veszítik el a súlytalanságból adódó izomtömeg veszteség miatt. Ha Kapu Tibor 78 kg testtömeggel indult neki a küldetésnek hozzávetőlegesen mekkora tömeggel érkezett vissza a kb. három hetes küldetés után? Ez összességben hány %-os veszteségnek felel meg? Mennyi ideig maradt az a pilóta, aki testsúlyának 10%-át veszítette el?



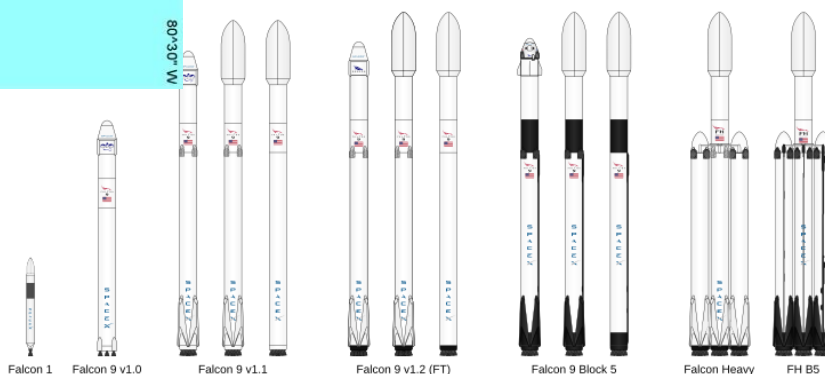
12. A mellékelt ábrán a misszió emblémája látható: ötszögletű, gyémánt forma, ami a négy nemzet egységét jelképezi, akik a Föld különböző tájairól indulnak egy közös cél, az űr felfedezése és megismerése felé. A logó közepén a Föld látható, hét csillaggal, melyek a kontinenseket jelölik, a csúcán a stilizált ISS, az alján a küldetés száma, négy oldalán a legénység nevei és zászlói sorakoznak. Az ötszög egy egyenlő szárú háromszögből és annak száraitra illesztett két derékszögű háromszögből áll. A gyémánt forma

három egyenlő hosszúságú oldala 3cm, míg két-két oldala 4 cm hosszúságú. Határozd meg az ötszög területét!



13. A mellékelt térképen a Kennedy űrközpont Cape Canaveral Floridai kilövőállomásait láthatjuk. Kapu Tiborék indulása a LC 39A-es állomásról történt. A félsziget déli része jó közelítéssel háromszög alakú földdarabnak tekinthető, amelynek legészakibb (LC40), legdélibb (LC29) és legkeletibb (LC46) pontjainak távolsága meghatározható GPS koordináták segítségével. Határozd meg ezen kilövőállomások által meghatározott háromszög alakú földdarab területének nagyságát km²-ben. Van-e a szigetnek olyan pontja, amely a sziget egy másik pontjáról nem látható? A kilövő állomások közötti távolság LC-40 LC-46= 12,488km, LC46-LC29= 5,742, LC29-LC40= 14,72m.

14. Az űrhajó hordozórakétája egy Falcon Heavy típusú rakéta volt, ami a korábbi Falcon rakéták fejlesztésének eredményeképp

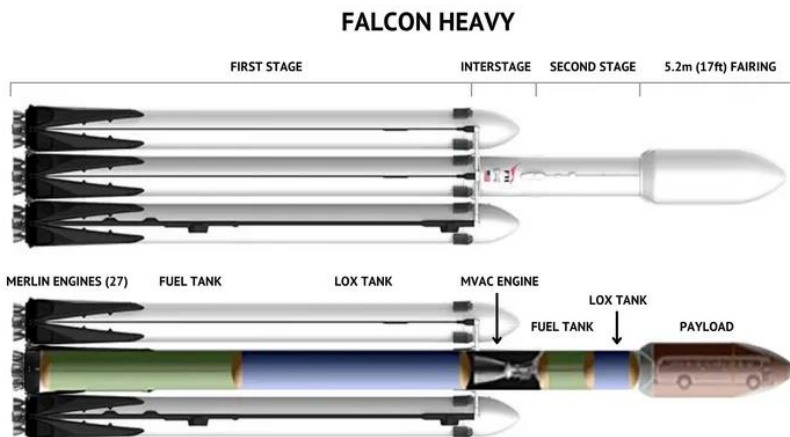


három darab Falcon rakétából áll. Az alábbi képeken a fejlesztési sorozatot, majd magát a Falcon Heavt láthatjuk.

Az interneten elérhető adatbázisok szerint a rakéta egyes fokozatainak méretei az alábbiak: első fokozat magassága 42,6 m, második fokozat magassága 12,6 m, a hasznos teher magassága 13,2 m. Az első és második fokozat átmérője 3,7 m

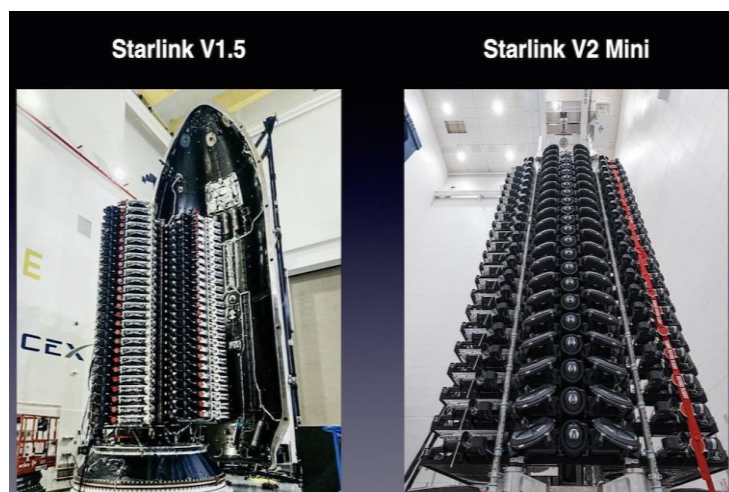
Hasznos teher átmérője 5,2 m. Amennyiben a rakétákat jó közelítéssel hengernek tekinthetjük, határozd meg a rakéták térfogatát!

15. A küldetést végző SpaceX cég nem csak űrhajókat, hanem műholdakat is juttat a világűrbe. Elon Musk cégének egyik célja, hogy az általa feljuttatott Starlink műholdhálózattal világszintű lefedettséget biztosítson. A Starlink műholdak kb. 550 km magasságban keringenek (a Föld sugara ≈ 6371 km). Számold ki a műhold által leírt körpálya hosszát!

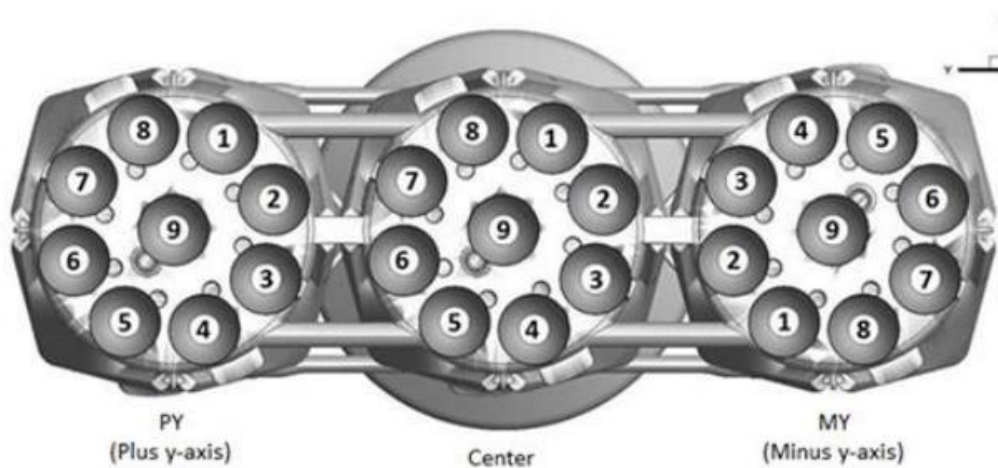


16. Egy Falcon 9 rakéta egy indításon legfeljebb 22 800 kg tömeget szállíthat. Egy adott küldetésre a Starlink v1.5 műholdak egyenként 260 kg-osak, a v2-mini műholdak pedig 570 kg-ok.

- Hány v1.5 műhold vihető fel egyetlen Falcon 9-cel?
- Hány v2-mini vihető fel egyetlen Falcon 9-cel?
- Ha a megrendelő egyszerre akar v1.5 és v2-mini műholdakat indítani úgy, hogy összesen 50 db műhold kerüljön pályára?



17. A képen a Falcon Heavy rakéta Merlin hajtóműveit láthatjuk alulnézetből. Összesen 27 darabot építettek be a képen látható elrendezés szerint. Egy-egy rakéta átmérője 3,7 méter, míg egy-egy Merlin hajtómű 0,92 méter átmérőjű. Határozd meg hogy a rakéta talpazatának hány %-át nem borítja hajtómű!



18. A Merlin hajtóművek atyja Thomas Müller apja favágó volt, de a fiút korán elkezdték érdekelni a technológia dolgok. 10 évesen már meg tudott javítani egy elromlott órát és fűnyírót.

Később a rakétamodellek iránt kezdett érdeklődni, 12 évesen pedig megépítette az első saját modelljét is, és saját tervezésébe fogott. Az egyetem elvégzése után csatlakozott egy amatőr, kísérleti rakétákat építő csapathoz, ahol vezető tag lett. Egyszer Elon Musk meglátogatta Müllert és csoportját és elképedt azon, hogy a férfi mindent tud a hajtóművekről ezért felkérte, hogy csatlakozzon a SpaceX-hez.



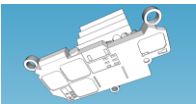
A Merlin hajtómű felülete igen magas hőmérsékletnek és nyomásnak kell, hogy ellenálljon, ezért az anyaghasználat során igen fontos, hogy megfeleljen az előírt kritériumoknak. A Merlin hajtómű fűvókája jó közelítéssel csonkakúpnak tekinthető, amely alapkörének átmérője 0,92 m, míg a fedő körének 0,35 m átmérője. A teljes hajtómű elektronikával, fűvókával 2,18 magas, a fűvóka magassága 0,35m. Határozd meg mekkora a hajtómű fűvókájának külső felülete!



19. Az Axiom 4 küldetést biztosító SpaceX cég nem csak űrhajókat, hanem műholdakat is bocsájt ki az űrbe. Az általuk mai napig kiküldött kb. 7000 műhold előkészítése egy világszintű, teljes lefedettséget ígérő hálózatnak. Egy 400km magasságban repülő műholdat egy megfigyelő mennyi ideig látható a látóhatár felett, ha a sebessége 7,2km/sec?

20. Annak a valószínűsége, hogy egy Falcon 9 indítás sikeres legyen az előzetes kilövések tapasztalata alapján 0.98 (98%). A SpaceX cég 40 darab Starlink-indítást tervez. Számold ki a valószínűséget, hogy legalább egy indítás sikertelen lesz az évben.

21. Nézzük meg a világ első műholdjának a Szputnyik1-nek, egy mai Starlink műholdnak és egy magyar műholdnak a képét az adatait. Mekkora az egyes műholdak térfogata. Mikor lötték ki őket?

név	kép	forma	méret	térfogat	kilövés ideje
Szputnyik1		gömb	$R=0,58\text{m}$		
Starlink		téglatest	kb. 3.2m hosszú 1.6m széles és kb. 20 cm vastag		
Masat-1 (pikoműhold)		kocka	$a=0,1\text{m}$		

A Masat-1 MO-72 az első teljesen magyar építésű műhold. A kb. 1 kg tömegű, 10 cm élhosszú kocka formájú technológiai pikoműholdat a BME-n fejlesztették.

22. Az első műhold, a Szputnyik 1, egyenletes beep-beep jeleket küldött a földre, és mintegy 22 napig működött. Az általa felváltva 20mHz/40mHz frekvencián sugárzott jelek 0,3 sec hosszúságúak voltak, 0,3 sec szünetekkel. Határozd meg hány darab rádiójelet küldött az élettartama során!

Források:

Wikipédia cikkek címszavai:

- Axiom Mission 4,
- Cape Canaveral
- Szputnyik
- Falcon Heavy,
- Masat-1,
- Kapu Tibor,
- Crew Dragon,
- SpaceX,
- Nemzetközi Űrállomás,
- Kármán Tódor
- Kármán-vonal

egyéb honlapok:

www.starlink.com

www.spacex.com

space.kormany.hu

www.spacejunkie.hu

www.axiomspace.com