

Hálózati szerkezet, endogén preferenciák és egyensúly egy egyszerű cseremodellben

Sebestyén Tamás^{*,**}, Longauer Dóra^{*}

^{*} Pécsi Tudományegyetem, Közgazdaságtudományi Kar

^{**} MTA-PTE Innováció és Gazdasági Növekedés Kutatócsoport



EMBERI ERŐFORRÁSOK
MINISZTERIUMA

AZ EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA ÚNKP-16-4 KÓDSZÁMÚ ÚJ
NEMZETI KIVÁLÓSÁG PROGRAMJÁNAK TÁMOGATÁSÁVAL KÉSZÜLT

Tartalom

- 1 Bevezetés
- 2 A modell
- 3 Szimulációk és eredmények
- 4 Összefoglalás

Bevezetés és motiváció

- Gazdaság, mint komplex rendszer → kapcsolódási struktúrák fontossága
- Hálózati szerkezet és stabilitás kérdése
 - Erős és gyenge kapcsolatok, skálafüggetlenség (Granovetter, 1973, 1985; Barabási, 2003; Csermely, 2005)
 - A szerkezet szerepe a sokkok propagációjában, rendszerszintű kockázatokban (Acemoglu et al., 2012, 2015; Allen és Gale, 2000, 2004; Allen és Babus, 2010; Bougheas és Kirman, 2014)
- Hálózati szerkezet és információk
 - Nem tökéletes informáltság (Mankiw és Reis, 2010; De Grauwe, 2010; Barro, 1976; Stigler, 1961)
 - Lokális piacok (Hau et al., 2013; Váry, 2015)
- Hálózati szerkezet és egyensúly
 - Technológiai spilloverek (Sebestyén, 2011; Cowan, 2005, 2007)

Stratégia

- A hálózati szerkezet szerepe kimutatható-e piaci cserefolyamatok dinamikájában?
- A hálózatokkal kapcsolatos kutatások a skálafüggetlen szerkezetek szerepére hívják fel a figyelmet, különösen ezt a szerkezeti formát vizsgáljuk
- Explicit hálózati szerkezetek – ágens alapú modellezés
- A stratégia
 - A csere egy egyszerű mikroökonómiai modellje
 - Korlátozott cserelehetőségek és endogén preferenciák
 - Mindkettő mögött adott hálózati szerkezetet feltételezünk
 - Szimulációkkal vizsgáljuk a szerkezeti jellemzők hatását a hatékonyságra és egyenlőtlenségekre

Ágensek és induló készletek

A gazdaságban N számú ágens van jelen, akik kétféle, X és Y termékek egy adott induló készletével rendelkeznek.

A készleteket a t időszakban jelölje $X_{i,t}$ és $Y_{i,t}$, $i \in \{1, 2, \dots, N\}$, $t \in \{0, 1, \dots, \infty\}$

Az i ágens induló készletaránya, $X_{i,0}$ és $Y_{i,0}$ induló készletekkel:

$$z_{i,0} = \frac{X_{i,0}}{X_{i,0} + Y_{i,0}}$$

Preferenciák és cserearányok

Az ágenseket az alábbi hasznossági függvény jellemzi:

$$U_{i,t} = X_{i,t}^{\alpha_{i,t}} Y_{i,t}^{1-\alpha_{i,t}}$$

ahol tehát a készletek és a preferenciákat leíró $\alpha_{i,t}$ paraméterek mind ágensenként, mind időszakonként különbözhetnek.

Az i ágens helyettesítési határrátája a t időszakban:

$$MRS_{i,t} = \frac{MU_{i,t}^X}{MU_{i,t}^Y} = \frac{\alpha_{i,t} Y_{i,t}}{(1 - \alpha_{i,t}) X_{i,t}}$$

Két, i és j ágens cseréje esetén a cserearány:

$$R_{i,j,t} = \sqrt{MRS_{i,t} MRS_{j,t}}$$

A modell dinamikája

- 1 Ágensek kezdőkészleteinek meghatározása
- 2 Minden ágensre
 - Preferenciák újraszámítása
 - Hasznosság-növelő cserék megállapítása egyenként
 - Pareto-javulást eredményező cserék meghatározása
 - Cserék lebonyolítása, készletek frissítése
- 3 A 2. lépés ismétlése, amíg ki nem merítettük az összes Pareto-javulást eredményező cserelehetőséget

Cserehálózat

Definiáljuk az E mátrixot, amelynek $e_{i,j}$ általános eleme azt jelöli, hogy az i és j ágensek képesek egymással cserét lebonyolítani.

Feltesszük, hogy $e_{i,j} = e_{j,i}$, továbbá $e_{i,j} \in \{0, 1\}$ és $e_{i,i} = 0, \forall i$.

A cserehálózat rögzített, a cserék nem változtatják meg.

A cserehálózat bevezetésével a cserearányokra felírt szabály az alábbi lesz:

$$R_{i,j,t} = \begin{cases} \sqrt{MRS_{i,t} MRS_{j,t}}, & \text{ha } e_{i,j} = 1 \\ 0, & \text{ha } e_{i,j} = 0 \end{cases}$$

Preferenciahálózat

Endogén preferenciák: az X és Y termék közötti preferenciák ($\alpha_{i,t}$) nem függetlenek egymástól

Az i ágens preferenciája függ a vele kapcsolatban állók készleteitől:

$$\alpha_{i,t} = \sum_{j=1}^N p_{i,j} z_{j,t}$$

ahol $p_{i,j}$ a preferenciahálózatot leíró P mátrix általános eleme.

Feltesszük, hogy $p_{i,j} = p_{j,i}$, továbbá $p_{i,j} \in \{0, 1\}$ és $e_{i,i} = 1, \forall i$.

A preferenciahálózat rögzített, a cserék nem változtatják meg.

Speciális esetek

Tegyük fel, hogy a cserehálózat üres, vagyis $e_{i,j} = 0, \forall \{i,j\}!$

$\Rightarrow$ Ekkor a preferenciáktól függetlenül nincsen csere.

Tegyük fel, hogy a preferenciahálózat üres, vagyis $e_{i,j} = 0, \forall i \neq j$ és $e_{i,i} = 1, \forall i!$

$\Rightarrow$ Ekkor $\alpha_{i,t} = z_{i,0}, \forall t$, vagyis ekkor sincsen csere (a kezdőállapot Pareto-hatékony).

Utóbbi eset használható természetes referencia-pontként az ettől eltérő hálózati szerkezetek esetén.

A szimulációk logikája

A modell szimulációi során három jelenség kölcsönhatását vizsgáljuk

- A készletek kezdeti eloszlása
- A cserehálózat szerkezete
- A preferenciahálózat szerkezete

Egy adott paraméterezés mellett 100 futtatást végzünk el és ezek eredményeit átlagoljuk

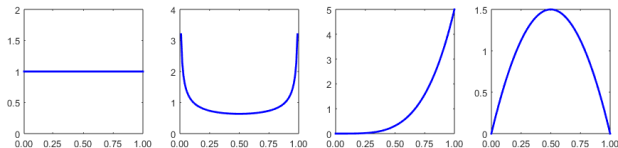
A különböző paraméterezések mellett két változó alakulását vizsgáljuk

- Hatékonyság – mennyi csere szükséges a Pareto-hatékony állapot eléréséhez
- Egyenlőség – a készletek végállapotbeli szórása

Kezdeti készleteloszlások

A szimulációkat ötféle kezdeti eloszlás mellett vizsgáljuk

- Egyenletes eloszlás ($z_{i,0} \sim U(0, 1)$)
- Kétmódusú béta eloszlás a széleken ($z_{i,0} \sim B(0.5, 0.5)$)
- Egymódusú béta eloszlás az egyik szélén ($z_{i,0} \sim B(5, 1)$)
- Egymódusú béta eloszlás a középén ($z_{i,0} \sim B(2, 2)$)



Véletlen hálótól a skálafüggetlen hálókig

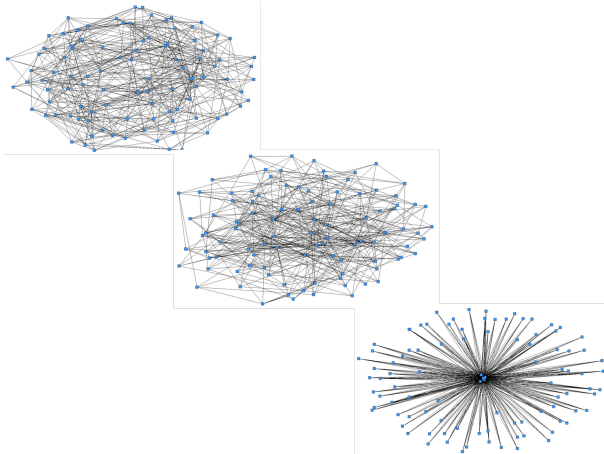
A preferenciális kapcsolódás Barabási-Albert féle modelljének egy módosítása

- Induljunk ki egy M csúcsot tartalmazó véletlen hálózathoz.
- Minden lépésben adjunk egy új csúcsot a hálózathoz, amely létrehoz d kapcsolatot a már meglévő csúcsokkal addig, amíg a hálózat mérete N lesz.
- Az i csúcshoz való kapcsolódás valószínűsége legyen $p_i = k_i / \sum_j k_j^a$, ahol $a \geq 0$.
- Legyen $a = r / (1 - r)$, ahol $0 \leq r \leq 1$.
- Legyen továbbá $M = 1 / (r - 1/N)$

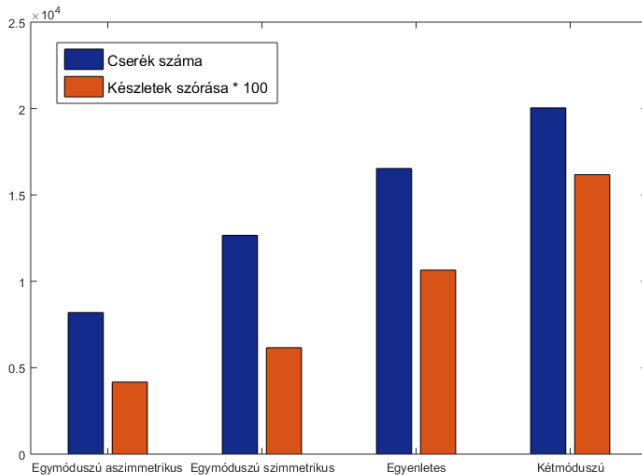
Így egy olyan folytonos skálához jutunk, ahol

- $r = 0$ esetén az Erdős-Rényi féle véletlen hálózathoz jutunk
- $r = 1$ esetén csillag-hálót kapunk
- $r = 0.5$ esetén a Barabási-Albert modell szerinti skálafüggetlen hálózathoz jutunk

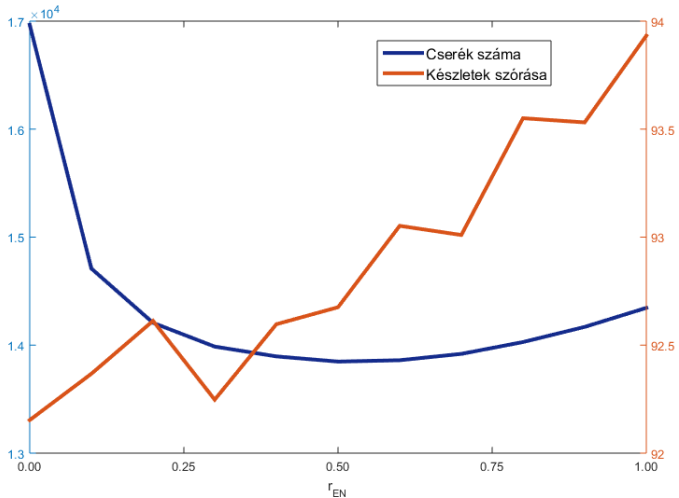
Példák $r = 0$, $r = 0.5$ és $r = 1$ mellett



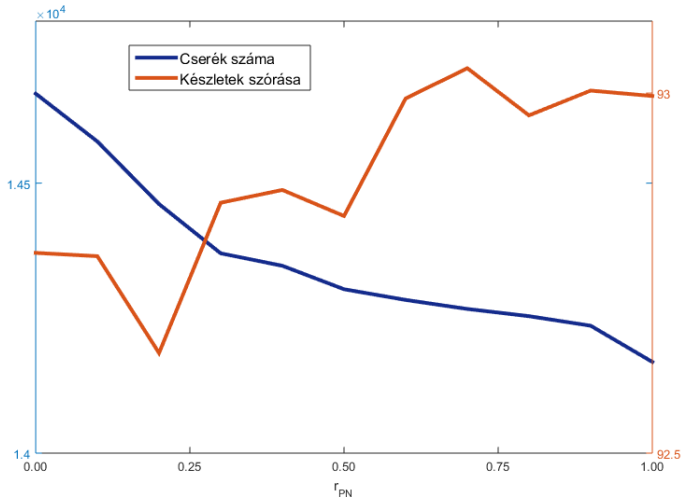
A kezdeti eloszlás szerepe



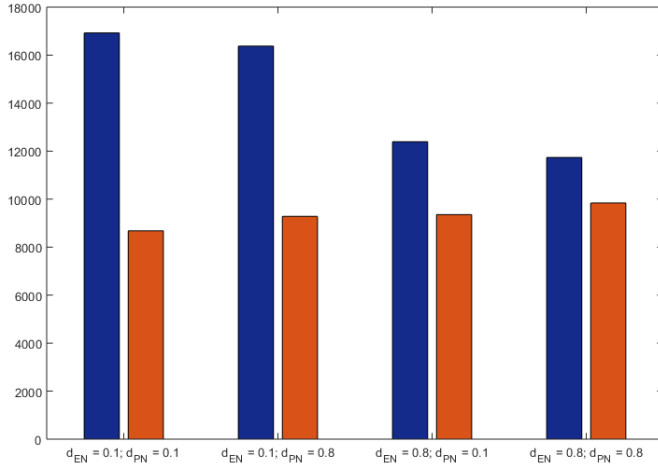
A cserehálózat szerkezetének szerepe



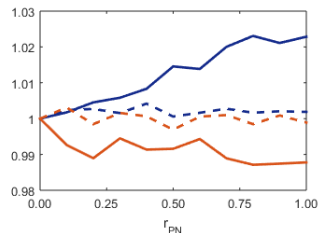
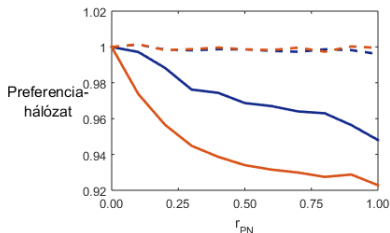
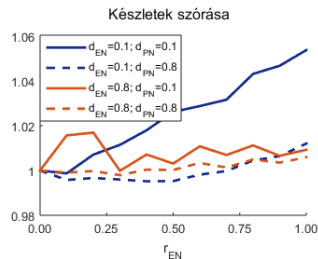
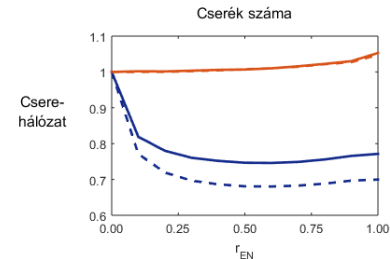
A preferencia-hálózat szerkezetének szerepe



A hálózati sűrűség szerepe



A hálózati sűrűség és a topológia kölcsönhatása



Egy regressziós elemzés

Becsüljük az alábbi regressziót a csereszámokra:

$$TradeNum_i = \alpha_0 + \alpha_1 r_{EN} + \alpha_2 r_{EN}^2 + \alpha_3 r_{PN} + \alpha_4 r_{PN}^2 + \alpha_5 D_{ND} + \alpha_6 D_{IE} + \varepsilon_i$$

Továbbá az alábbi regressziót a Készleteloszlás szórására

$$EndowDev_i = \alpha_0 + \alpha_1 r_{EN} + \alpha_2 r_{EN}^2 + \alpha_3 r_{PN} + \alpha_4 r_{PN}^2 + \alpha_5 D_{ND} + \alpha_6 D_{IE} + \varepsilon_i$$

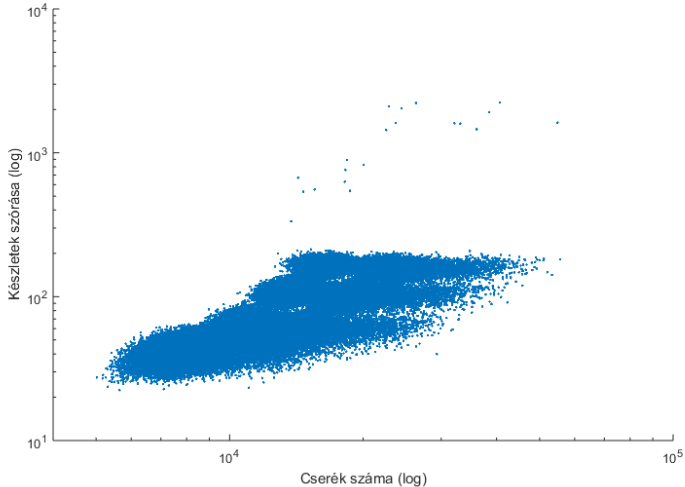
Csereszám a modell-paraméterek függvényében

	Coefficient	Std. Error	<i>t</i> -ratio	p-value
const	21147,0	18,4808	1144,2718	0,0000
r_{EN}	-8326,44	51,5404	-161,5516	0,0000
r_{EN}^2	6874,59	49,6408	138,4866	0,0000
r_{PN}	-914,579	51,5404	-17,7449	0,0000
r_{PN}^2	483,599	49,6408	9,7420	0,0000
$d_{EN} = 0.1; d_{PN} = 0.8$	-553,613	12,4003	-44,6452	0,0000
$d_{EN} = 0.8; d_{PN} = 0.1$	-4537,84	12,4003	-365,9466	0,0000
$d_{EN} = 0.8; d_{PN} = 0.8$	-5190,82	12,4003	-418,6055	0,0000
Kétmódusú	3508,72	12,4003	282,9552	0,0000
Aszimmetrikus	-8336,29	12,4003	-672,2669	0,0000
Szimmetrikus	-3867,26	12,4003	-311,8690	0,0000
Mean dependent var	14357,62	S.D. dependent var	5398,053	
Sum squared resid	7,20e+11	S.E. of regression	1929,029	
R^2	0,872303	Adjusted R^2	0,872296	
$F(10, 193589)$	132241,4	P-value(F)	0,000000	
Log-likelihood	-1739241	Akaike criterion	3478504	
Schwarz criterion	3478616	Hannan–Quinn	3478537	

Készletészórás a modell-paraméterek függvényében

	Coefficient	Std. Error	t-ratio	p-value
const	99,6363	0,153016	651,1487	0,0000
r_{EN}	0,342412	0,426742	0,8024	0,4223
r_{EN}^2	1,32542	0,411013	3,2248	0,0013
r_{PN}	0,393332	0,426742	0,9217	0,3567
r_{PN}^2	-0,0751342	0,411013	-0,1828	0,8550
$d_{EN} = 0.1; d_{PN} = 0.8$	6,00242	0,102671	58,4627	0,0000
$d_{EN} = 0.8; d_{PN} = 0.1$	6,73452	0,102671	65,5932	0,0000
$d_{EN} = 0.8; d_{PN} = 0.8$	11,5904	0,102671	112,8883	0,0000
Kétmódusú	55,2010	0,102671	537,6486	0,0000
Aszimmetrikus	-64,8438	0,102671	-631,5682	0,0000
Szimmetrikus	-44,9136	0,102671	-437,4516	0,0000
Mean dependent var	92,88448	S.D. dependent var	49,02642	
Sum squared resid	49384662	S.E. of regression	15,97187	
R^2	0,893872	Adjusted R^2	0,893867	
$F(10, 193589)$	163052,5	P-value(F)	0,000000	
Log-likelihood	-811133,5	Akaike criterion	1622289	
Schwarz criterion	1622401	Hannan-Quinn	1622322	

Hatékonyság és egyenlőtlenség közötti kapcsolat



Összefoglalás

- A csere egy mikroökonómiai modelljébe illesztettünk cserhálózatot és a preferenciahálózatot
- Egy speciális módosítás a preferenciális kapcsolódás modelljén
- Mind a cserehálózat, mind a preferenciahálózat szerkezete befolyásolja a Pareto-hatékony állapot eléréséhez szükséges időt, valamint az ott jellemző készleteloszlást
- Kimutatható a skálafüggetlen szerkezet előnye a véletlen és centrális szerkezetekkel szemben, ezt azonban erősen befolyásolja a hálózatok sűrűsége
- A hatékonyságra mind a két hálózat szerkezete hatással van, az egyenlőtlenséget csak a csereháló szerkezete befolyásolja
- Hatékonyabb struktúrák egyenlőbb végső készlet-eloszlással járnak együtt.

Köszönöm a figyelmet!