

Ellátási lánc optimalizálás P-gráf módszertan alkalmazásával mennyiségi és minőségi paraméterek figyelembevételével

Pekárdy Milán, Baumgartner János, Süle Zoltán

Pannon Egyetem, Veszprém



XXXII. Magyar Operációkutatási Konferencia
Cegléd, 2017. június 15.

- Ellátási láncok modellezése és optimalizálása;
- Cél a költség optimum megtalálása vegyes egész értékű feladat alapján, de az optimalizálási feladat mérete kritikus lehet;
- Ellátási láncok optimalizálásakor további szempontokat is figyelembe véve már többszempontú optimalizálási feladatot kell hatékonyan kezelnünk.

Célunk:

Egy korlátozás és szétválasztás alapú algoritmus kidolgozása ellátási láncok költség szempontú optimalizálására, ahol a megoldás során figyelembe vesszük a lánc elemeit jellemző minőségi jellemzőket.

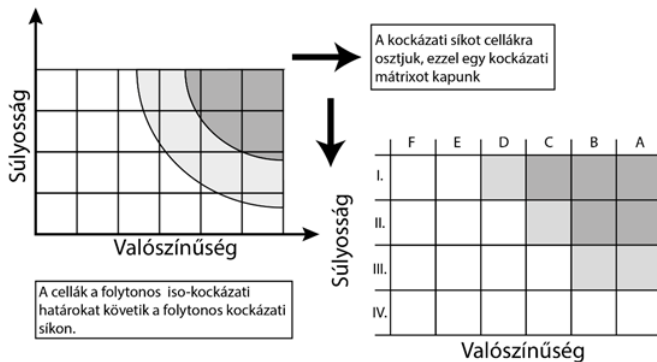
Tartalomjegyzék

- 1 Bevezetés
 - Problémafelvetés
- 2 Folyamatok/rendszerek megbízhatósága
- 3 Hibafa-elemzés
- 4 A P-gráf módszertan
- 5 Megbízhatóságelméleti háttér
 - Megbízhatóság kifejezése
- 6 Ellátási láncok megbízhatósága
 - Prímstruktúrák
 - Paraméter nélküli struktúrák
 - Paraméteres struktúrák
- 7 Esettanulmányok
 - Paraméter nélküli struktúra
 - Paraméteres struktúra
- 8 Alkalmazás
- 9 Összefoglalás

- A különböző ellátási láncok esetén optimalizálási szempontok lehetnek: költség, idő, stb.
- Sok esetben azonban szükséges lehet minőségi, megbízhatósági szempontok figyelembevételére is;
- Ebben az esetben komplex, több célú optimalizálási feladatot kapunk

Folyamatok/rendszerek megbízhatósága

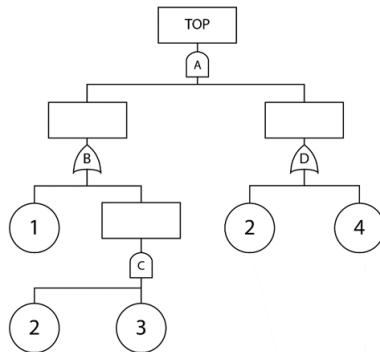
- Cél a kockázatok csökkentése (elfogadhatatlan, elfogadható, általánosságban elfogadható)
- Kockázat = következmények súlyossága x bekövetkezés valószínűsége
- Kockázati mátrix: valószínűség - súlyosság



- **Hibafa-elemzés:** egy csúcseseményre összpontosít, az esemény okainak meghatározásához ad eljárást,
- Minőségi elemzési módszer, meghatározhatók azon a kombinációk, amik a hibához vezetnek, illetve a bekövetkezési valószínűségek is,
- **Lépései:**
 - hibafa generálás,
 - elemi események meghibásodási valószínűségeinek meghatározása,
 - csúcsesemény bekövetkezési valószínűségének meghatározása,
 - path és cut halmazok meghatározása (algoritmikusan előállíthatók).

Definíció.

- **Cut/vágat halmaz:** azon események halmaza, melyek együttes bekövetkezése esetén a csúcsesemény is bekövetkezik. Ezek közül a legkevesebb eseményt tartalmazót minimális vágatnak nevezzük.
- **Path halmaz:** elemi események olyan halmaza, melyek közül ha egyik sem következik be, akkor a csúcsesemény sem fog bekövetkezni.



Cut halmazok: $\{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 4\}\}$

Path halmazok: $\{\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 4\}\}$

- **Minimális vágatok:**

- elemi események bekövetkezési valószínűségeinek szorzata alapján következtetünk, hogy mely elemi események felelősek a csúcsesemény bekövetkezésért,
- szükséges hibák minimális száma a csúcsesemény bekövetkezéséhez,
- csak összehasonlításra használhatók (csúcsesemény bekövetkezésére rossz eredményt ad).

- **Csúcsesemény bekövetkezési valószínűsége:** a fában lévő elemi események bekövetkezési valószínűségei valamint a fát alkotó kapuk alapján valószínűségszámítási szabályokat figyelembe véve.

- **Hátrányok:**

- automatikus generálása nehézkes,
- csak egyetlen nem kívánt csúcseseményt reprezentál,
- események függetlenségének feltételezése,
- konstans, előrejelezhető valószínűségek szükségesek,
- mennyiségi jellemzőket nem vesz figyelembe.

Definíció. (Friedler et al., 1992)

- Legyen $\mathcal{M}$ objektumok véges, nem üres halmaza és $\mathcal{O} \subseteq \wp(\mathcal{M}) \times \wp(\mathcal{M})$, ahol $\wp(\mathcal{M})$ jelöli $\mathcal{M}$ hatványhalmazát.

Az $(\mathcal{M}, \mathcal{O})$ párt **P-gráfnak** nevezzük, ahol a csúcsok halmaza $\mathcal{M} \cup \mathcal{O}$, míg az élek halmaza $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 \cup \mathcal{A}_2$, ahol

$$\mathcal{A}_1 = \{(x, Y) : Y = (\alpha, \beta) \in \mathcal{O}, x \in \alpha\}$$

$$\mathcal{A}_2 = \{(Y, z) : Y = (\alpha, \beta) \in \mathcal{O}, z \in \beta\}.$$

Ha $(\alpha, \beta) \in \mathcal{O}$, akkor α a bemeneti-, β a kimeneti anyaghalmaz.

- Egy **szintézis-feladat** a $(\mathcal{P}, \mathcal{R}, \mathcal{O})$ rendezett hármassal adható meg, ahol $\mathcal{P}$ a termékek ($\mathcal{P} \neq \emptyset$), $\mathcal{R}$ a nyersanyagok ($\mathcal{R} \neq \emptyset$) és $\mathcal{O}$ a műveleti egységek halmaza ($\mathcal{O} \neq \emptyset$).

- Anyag-egyensúly korlátok:

$$x_1 r_{1,j} + x_2 r_{2,j} \geq x_3 r_{3,j}$$

- Döntési változók:

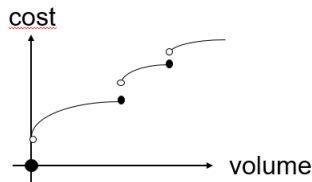
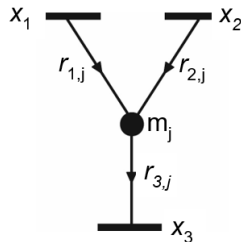
y_i : O_i műveleti egység működik

x_i : O_i tevékenység működési kapacitása

- Célfüggvény:

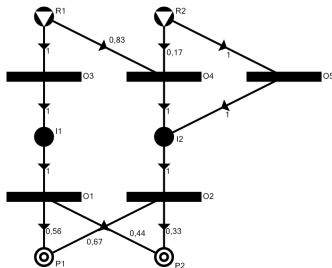
$$a_1 x_1 + b_1 y_1 + a_2 x_2 + b_2 y_2 \dots$$

$$y_i \in \{0, 1\}$$



Példa: $\mathcal{M} = \{R1, R2, I1, I2, P1, P2\}$, $\mathcal{R} = \{R1, R2\}$,

$\mathcal{P} = \{P1, P2\}$ és $\mathcal{O} = \{(\{I1\}, \{P1, P2\}), (\{I2\}, \{P1, P2\}),$
 $(\{R1\}, \{I1\}), (\{R1, R2\}, \{I2\}), (\{R2\}, \{I2\})\}$



Algoritmusok: a módszertan algoritmusai kihasználják a módszertan axiómáit, illetve a gráf strukturális tulajdonságait:

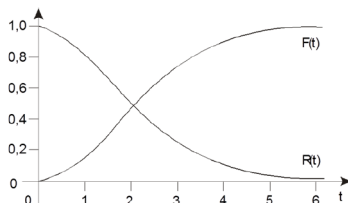
- **MSG algoritmus:** kizárja azon műveleti egységeket, melyek egyetlen kombinatorikusan lehetséges struktúrában sem szerepelnek;
- **SSG algoritmus:** az összes kombinatorikusan lehetséges struktúrát pontosan egyszer generálja;
- **ABB algoritmus:** az optimális és közel optimális kombinatorikusan lehetséges struktúrákat generálja.

Alkalmazások: gyártórendszerek modellezése, ellátási láncok (pl. olajipari csőhálózatok), üzleti folyamatok leírása (BPMN $\rightarrow$ P-gráf), stb.

- Ellátási lánc elemeinek (műveleti egységek) megbízhatósága leírható diszkrét, illetve folytonos módon:
 - Diszkrét: működési idő várható értéke (pl. statisztikai becslések, megfigyelések alapján),
 - Folytonos: működési időt leíró valószínűségi változó eloszlásfüggvénye.
- Folytonos esetben legyen τ_i az i -edik elem működési idejét kifejező folytonos elszólású valószínűségi változó:
 - meghibásodási eloszlásfüggvény: $F_i(t) = P(\tau_i < t)$,
 - megbízhatósági függvény: $R_i(t) = 1 - F_i(t) = P(\tau_i \geq t)$.
- A teljes folyamat megbízhatósága kifejezhető részeleminek megbízhatóságával. Legyen τ a teljes folyamat működési ideje:
 - $F(t) = P(\tau < t)$ és $R(t) = 1 - F(t) = P(\tau \geq t)$

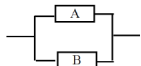
Megbízhatóság kifejezése (folyt.)

- Az egyes elemek megbízhatóságát általában nevezetes folytonos eloszlásokkal fejezzük ki:
 - exponenciális,
 - Weibull,
 - normális,
 - ...
- Az eloszlások paraméterei megkaphatók különböző statisztikai becslő módszerekkel (pl. emberi erőforrás esetén napló állományokból kinyert adatok alapján végzett illeszkedésvizsgálattal, stb.)



Nevezetes struktúrák

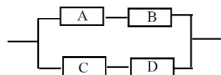
A példákban az egyes elemek működési idejét exponenciális eloszlással írjuk le.



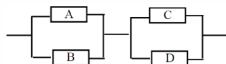
$$R(t) = 1 - [(1 - e^{-\lambda_1 t})(1 - e^{-\lambda_2 t})]$$



$$R(t) = e^{-\lambda_1 t} e^{-\lambda_2 t}$$



$$R(t) = 1 - [(1 - e^{-\lambda_1 t} e^{-\lambda_2 t})(1 - e^{-\lambda_3 t} e^{-\lambda_4 t})]$$

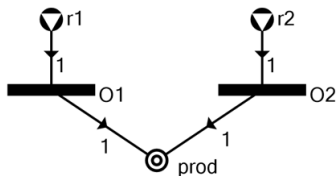


$$R(t) = [1 - [(1 - e^{-\lambda_1 t})(1 - e^{-\lambda_2 t})]] [1 - [(1 - e^{-\lambda_1 t})(1 - e^{-\lambda_2 t})]]$$

Összetettebb struktúrák esetén is vissza tudjuk vezetni a számításokat a fenti alap struktúrákra (pl. teljes valószínűség tétele, logikai szita, stb.).

Prímstruktúrák (Kovács, Friedler, 2013)

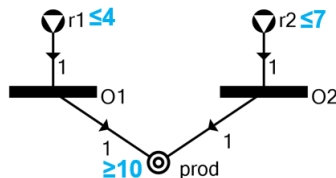
- Műveleti egységek olyan halmaza, amelyekből egy műveleti egységet elhagyva működésképtelen struktúrát kapunk,
- A prímstruktúrák száma függ attól, hogy csak struktúrálisan vizsgáljuk a gráfot (csak minőségi szempontból), vagy paramétereket is figyelembe veszünk az egyes elemek esetében (mennyiségi és minőségi szempontok).



Megoldások:

$\{\{O1\}, \{O2\}, \{O1, O2\}\}$

Prímstruktúrák: $\{\{O1\}, \{O2\}\}$



Megoldások: $\{\{O1, O2\}\}$

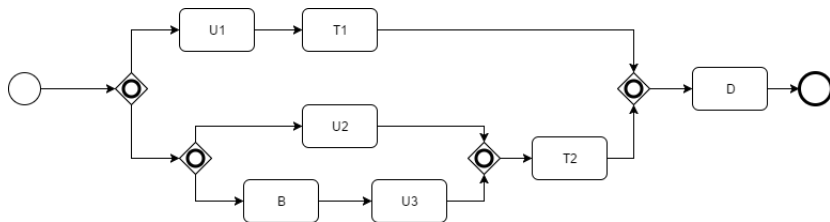
Prímstruktúrák: $\{\{O1, O2\}\}$

- 1 Ellátási láncot reprezentáló P-gráf struktúra meghatározása (pl. BPD - P-gráf konverzió)
- 2 Lehetséges megoldásstruktúrák generálása (SSG algoritmus)
- 3 Prímstruktúrák meghatározása: a lehetséges megoldások közül elhagyjuk azokat, amelyek más megoldást is tartalmaznak
- 4 Megbízhatóság számítása megbízhatósági polinommal (szita formula)

- 1 Ellátási láncot reprezentáló P-gráf struktúra meghatározása kapcsolódó mennyiségi paraméterekkel
- 2 Forgatókönyvek: elvárt termelési és hozzá kapcsolódó megbízhatósági elvárások felírása
- 3 Prímstruktúrák meghatározása: minden forgatókönyv esetén az ABB algoritmust futtatjuk a mennyiségi paraméterekkel együtt, majd a kapott megoldások közül elhagyjuk azokat, amelyek más megoldást is tartalmaznak
- 4 A prímstruktúrák alapján az egyes forgatókönyvekhez felírjuk a megbízhatósági polinomokat
- 5 Korlátozás és szétválasztás alapú eljárás végrehajtása:
 - Korlátozás: relaxált modell alsó korlátot ad a költségre, a gráf struktúrája alapján számolt megbízhatóság pedig felső korlát
 - Szétválasztás: műveleti egység be-/kikapcsolása
 - A leszámplálási fa minden csomópontjában számoljuk a megbízhatóságokat és megoldjuk a megfelelő matematikai modellt
 - A kapott eredmények alapján kizárjuk a rosszabb megoldást adó ágakat

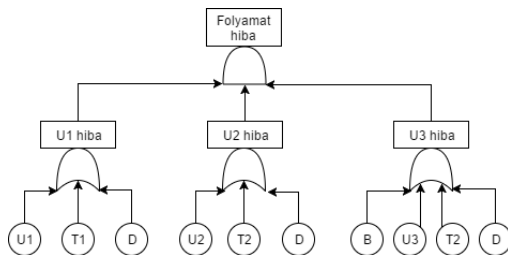
Paraméter nélküli struktúra megbízhatósága

- Ellátási lánc paraméterek nélküli megbízhatóságának meghatározása
- MOL: anyag szállítási feladat
- Feladat leírása BPD-vel



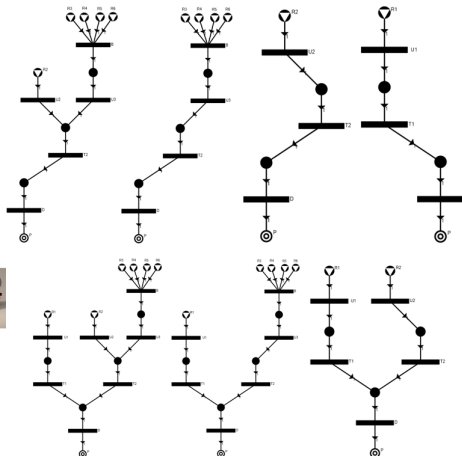
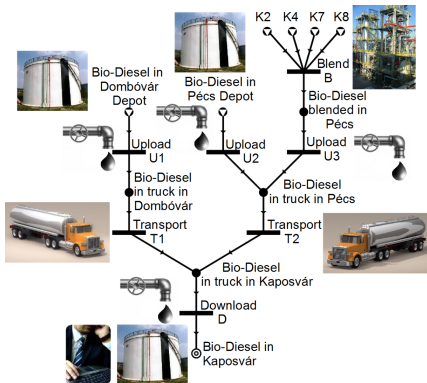
Paraméter nélküli struktúra megbízhatósága (folyt.)

- Folyamat hiba bekövetkezésének leírása hibafa analízissel
- Path halmazok alkalmazásával a hibafa megbízhatósági diagrammá alakul
- Path halmazok: $\{\{U1, T1, D\}, \{U2, T2, D\}, \{B, U3, T2, D\}\}$



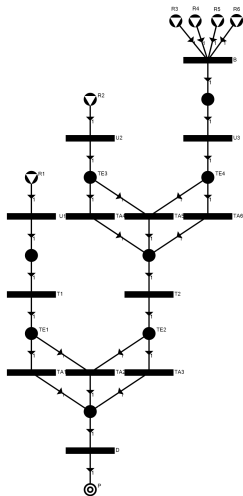
Paraméter nélküli struktúra megbízhatósága (folyt.)

- Folyamat megbízhatóságának kifejezése P-gráffal
- Prímstruktúrák: $\{\{U1, T1, D\}, \{U2, T2, D\}, \{B, U3, T2, D\}\}$



- Megbízhatóság kifejezése a prímstruktúrák segítségével
- Prímstruktúrák: $\{\{U1, T1, D\}, \{U2, T2, D\}, \{B, U3, T2, D\}\}$
- $R = R_1 + R_2 + R_3 - R_1 R_2 - R_1 R_3 - R_2 R_3 + R_1 R_2 R_3$
 - $R_1 = P_{U1} P_{T1} P_D$
 - $R_2 = P_{U2} P_{T2} P_D$
 - $R_3 = P_B P_{U3} P_{T2} P_D$

Paraméteres struktúra megbízhatósága



Materials (<i>m</i>)	Type	Bound [tonn]	Price [€]
K2 component	resource	≤ 800	700
K4 component	resource	≤ 800	715
K7 component	resource	≤ 800	715
K8 component	resource	≤ 800	1300
Bio-Diesel in Pécs Depot	resource	≤ 2000	960
Bio-Diesel in <u>Dombóvár Depot</u>	resource	≤ 1500	780
Bio-Diesel in <u>Kaposvár</u>	target	≥ 980	—

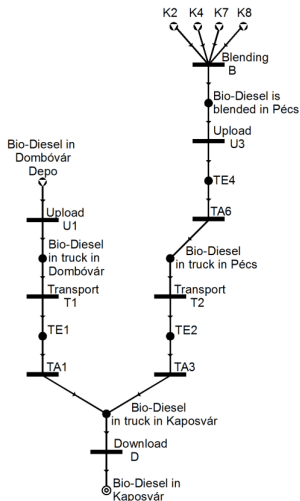
Operating units (<i>o</i>)	Cost [€]		Upper Bound (<i>u</i>)
	Fixed (<i>cf</i>)	Proportional (<i>cp</i>)	
Blending B	1000	10	900
Upload U1	20	0.1	2000
Upload U2	20	0.1	2000
Upload U3	20	0.1	2000
Transport T1	120	4.5	1500
Transport T2	120	11.2	2000
Download D	20	0.1	1100

- **Forgatókönyvek:**

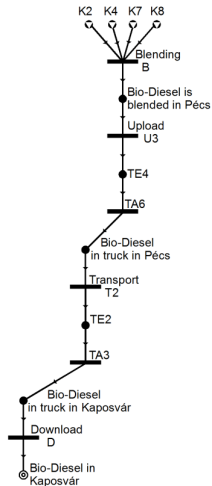
- 980t min. 85% megbízhatósággal
- 500t min. 92% megbízhatósággal

Activity	Reliability
Blending (B)	98%
Upload U1	98%
Upload U2	98%
Upload U3	97%
Transport T1	98%
Transport T2	98%
Download (D)	99%

Paraméteres struktúra megbízhatósága (folyt.)



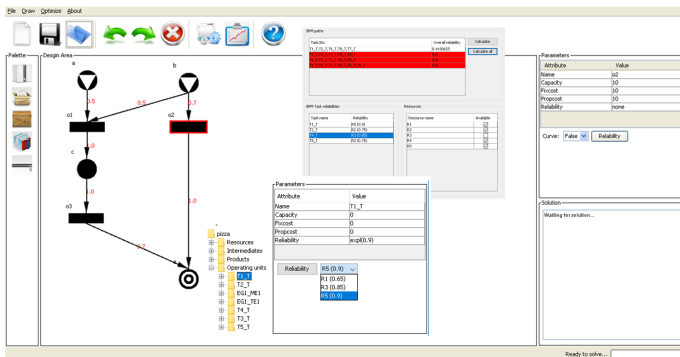
Optimális megoldás: 749,327 EUR
88.58% megbízhatósággal



Optimális megoldás: 381,855 EUR
92,23% megbízhatósággal

Üzleti folyamatok kezelését végző webes keretrendszerben:

- Üzleti folyamatok kockázatainak feltására,
- Kockázatok csökkentése megfelelő erőforrás-hozzárendeléssel, redundanciával, stb.,
- Adott erőforráshalmaz alapján vészforgatókönyvek generálása üzleti folyamatokhoz



- Ellátási láncok optimalizálása általában költség, idő, stb. szerint
- Megbízhatósági szempontok figyelembe vételével összetettebb feladat
- B&B algoritmus kidolgozása a megbízhatóság figyelembe vételével
- Pl. üzleti folyamatok esetén hasznos információkat szolgáltatunk a döntéshozók felé
- Szoftveres megvalósítás üzleti folyamatokat kezelő keretrendszerhez



EMBERI ERŐFORRÁSOK
MINISZTERIUMA

Az Emberi Erőforrások Minisztériuma ÚNKP-2016-3-I kódszámú Új Nemzeti Kiválóság
Programjának támogatásával készült