

Választókerületek alakjának vizsgálata

XXXII. Magyar Operációkutatási Konferencia

Nagy Balázs, Szakál Szilvia



Budapesti Corvinus Egyetem,
Matematika Tanszék

2017. június 15.
Cegléd

Módszerek

- Terület alapú
- Kontúr alapú

Elvart tulajdonságok

- $M(D) \in (0, 1] \quad \forall D$ síkbeli alakzatra
- $M(D) = 1 \Leftrightarrow D$ kör
- $M(D)$ invariáns az eltolásra, nagyításra, forgatásra

Definíció

Legyen D egy síkbeli alakzat, ekkor a (p,q) -rendű momentum a következőképpen definiálható:

$$m_{p,q}(D) = \iint_D x^p y^q \, dx dy.$$

Megjegyzés

Diszkrét esetben:

$$m_{p,q}(D) = \sum_{(i,j) \in D \cap \mathbf{Z}^2} i^p j^q.$$

Definíció

Legyen D egy síkbeli alakzat, ekkor a *centralizált* (p,q) -rendű momentum a következőképpen definiálható:

$$\mu_{p,q}(D) = \iint_D \left(x - \frac{m_{1,0}(D)}{m_{0,0}(D)} \right)^p \cdot \left(y - \frac{m_{0,1}(D)}{m_{0,0}(D)} \right)^q dx dy.$$

Polsby-Popper teszt

$$PP(D) = \frac{4\pi \cdot \mu_{0,0}(D)}{p(D)^2}$$

- D egy síkbeli alakzat
- $p(D)$ D kerülete

Síkbeli alakzatok vizsgálata

Kontúr alapú módszerek

Polsby-Popper teszt



0.2212



0.4672

Reock teszt

$$RT(D) = \frac{\mu_{0,0}(D)}{\mu_{0,0}(C)}$$

- D egy síkbeli alakzat
- C a legkisebb olyan kör, amely a körzetet éppen körbekeríti

Síkbeli alakzatok vizsgálata

Terület alapú módszerek

Reock teszt



0.3105



0.3456

Módosított Lee-Sallee index

$$LS(D) = \frac{\mu_{0,0}(D \cap R)}{\mu_{0,0}(R \cup D)}$$

- D egy síkbeli alakzat
- R egy referencia alakzat

Síkbeli alakzatok vizsgálata

Terület alapú módszerek

Módosított Lee-Sallee index



0.5825



0.6507

Egy másik körszerűségi mérték

$$C(D) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\mu_{0,0}(D)^2}{\mu_{2,0}(D) + \mu_{0,2}(D)}$$

- D egy síkbeli alakzat
- $(\mu_{2,0}(D) + \mu_{0,2}(D))/\mu_{0,0}(D)^2$ egy Hu invariáns momentum

Az előző mérték általánosabban

$$C_{\beta}(D) = \begin{cases} \frac{\mu_{0,0}(D)^{\beta+1}}{(\beta+1)\pi^{\beta} \iint_D (x^2+y^2)^{\beta} dx dy}, & \text{ha } \beta > 0 \\ \frac{(\beta+1)\pi^{\beta} \iint_D (x^2+y^2)^{\beta} dx dy}{\mu_{0,0}(D)^{\beta+1}}, & \text{ha } \beta \in (-1, 0) \end{cases}$$

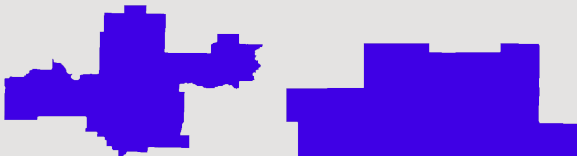
- D egy síkbeli alakzat
- β egy valós szám, amire $-1 < \beta$ and $\beta \neq 0$

Tovább általánosítva

$$MC_{\beta}(D) = \begin{cases} \frac{\mu_{0,0}(D)^{\beta+1} \iint_R (x^2+y^2)^{\beta} dx dy}{\mu_{0,0}(R)^{\beta+1} \iint_D (x^2+y^2)^{\beta} dx dy}, & \text{ha } \beta > 0 \\ \frac{\mu_{0,0}(R)^{\beta+1} \iint_D (x^2+y^2)^{\beta} dx dy}{\mu_{0,0}(D)^{\beta+1} \iint_R (x^2+y^2)^{\beta} dx dy}, & \text{ha } \beta \in (-1, 0) \end{cases}$$

- D egy síkbeli alakzat
- β egy valós szám, amire $-1 < \beta$ and $\beta \neq 0$
- R egy referencia alakzat

Tovább általánosítva

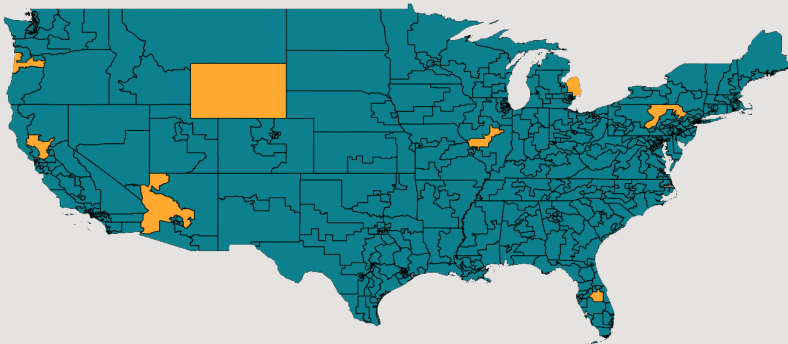


β	$MC_{\beta}(D_1)$	$MC_{\beta}(D_2)$
-0.5	0.9441	0.9509
0.5	0.8454	0.8694
1	0.6478	0.7036
2.5	0.1991	0.2933

Alkalmazása választókerületek alakjának vizsgálatára

Néhány választókerület

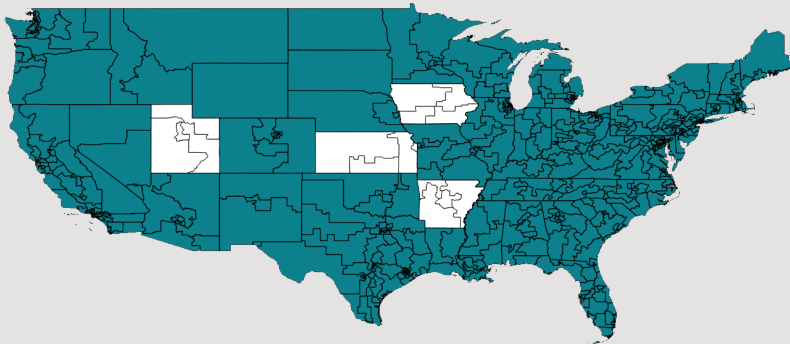
Az USA 115. kongresszusi választókerületei



Alkalmazása választókerületek alakjának vizsgálatára

A megvizsgált államok választókerületei

Az USA 115. kongresszusi választókerületei



Arkansas 01/107



Az algoritmról

A referencia tartomány meghatározása

Arkansas 01/107



Az algoritmról

A referencia tartomány meghatározása

Arkansas 01/107



Az algoritmusról

A referencia tartomány meghatározása

Arkansas 01/107



Az algoritmusról

A referencia tartomány meghatározása

Arkansas 01/107



Az algoritmusról

A különböző mértékek kiszámítása

Arkansas 01/107

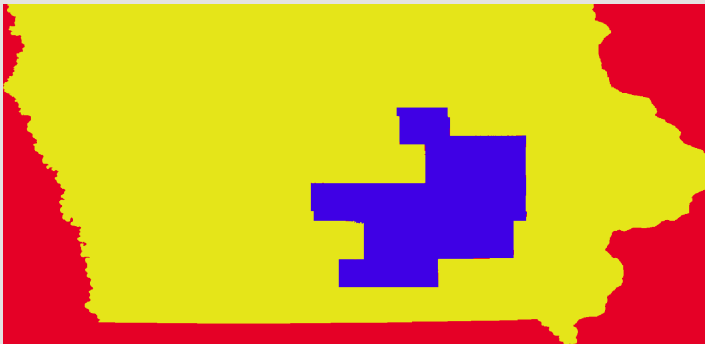


	$MCM_{-0.5}$	$MCM_{0.5}$	MCM_1	$MCM_{2.5}$	MLSI	RT	PPT
Arkansas 01/107	0.9514	0.9202	0.8263	0.5068	0.7842	0.3955	0.1436

Az algoritmusról

Példa

Iowa 02/108



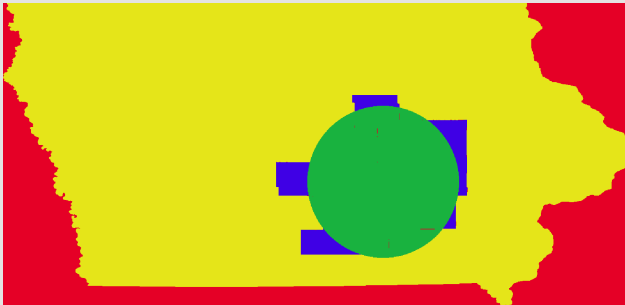
Iowa 02/108



Az algoritmusról

Példa

Iowa 02/108

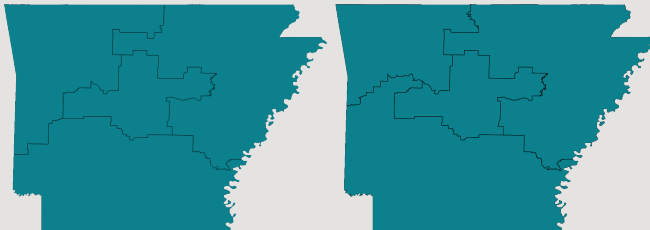


	MCM _{-0.5}	MCM _{0.5}	MCM ₁	MCM _{2.5}	MLSI	RT	PPT
Iowa 02/108	0.9490	0.8987	0.7796	0.4414	0.6498	0.4806	0.3493

Eredmények

Választókerületek határainak ábrázolása

Arkansas

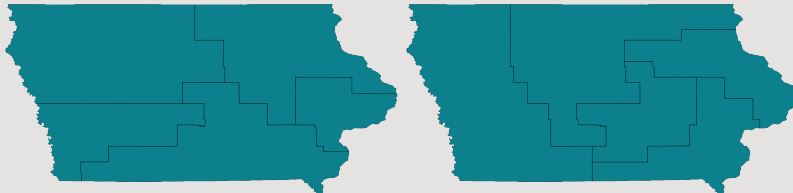


	MCM _{-0.5}	MCM _{0.5}	MCM ₁	MCM _{2.5}	MLSI	RT	PPT
Arkansas 107	0.9547	0.8889	0.7446	0.3515	0.6863	0.3570	0.2378
Arkansas 108	0.9540	0.8933	0.7585	0.3899	0.6813	0.3935	0.2247
Változás	-0.0007	0.0044	0.0139	0.0384	-0.0050	0.0364	-0.0131

Eredmények

Választókerületek határainak ábrázolása

Iowa

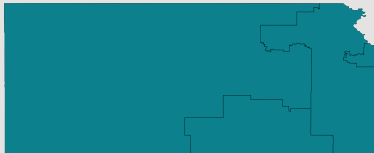


	MCM _{-0.5}	MCM _{0.5}	MCM ₁	MCM _{2.5}	MSLI	RT	PPT
Iowa 107	0.9400	0.8520	0.6807	0.4003	0.6270	0.3103	0.3503
Iowa 108	0.9278	0.8460	0.6680	0.2592	0.5836	0.2959	0.3040
Változás	-0.0123	-0.0059	-0.0127	-0.1411	-0.0434	-0.0145	-0.0463

Eredmények

Választókerületek határainak átrajzolása

Kansas

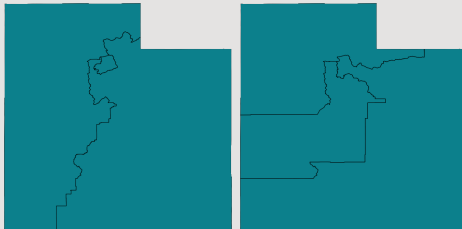


	MCM _{-0.5}	MCM _{0.5}	MCM ₁	MCM _{2.5}	MLSI	RT	PPT
Kansas 107	0.9402	0.8746	0.7316	0.3672	0.6473	0.3691	0.3709
Kansas 108	0.9445	0.8744	0.7245	0.3433	0.6532	0.3394	0.3412
Változás	0.0044	-0.0001	-0.0071	-0.0239	0.0059	-0.0297	-0.0296

Eredmények

Választókerületek határainak ábrázolása

Utah



	MCM _{-0.5}	MCM _{0.5}	MCM ₁	MCM _{2.5}	MSLI	RT	PPT
Utah 107	0.9655	0.9136	0.8034	0.4864	0.7007	0.4448	0.3334
Utah 108	0.9352	0.8669	0.7140	0.3154	0.6318	0.3300	0.3202
Változás	-0.0303	-0.0466	-0.0894	-0.1710	-0.0689	-0.1147	-0.0131

- A lakosság eloszlásának figyelembe vétele
- Adott állam választókerületekre való felosztása

Köszönöm a figyelmet!