Kereskedési rendszerek kétoldalú szerződésekkel

Fleiner Tamás, Jankó Zsuzsanna, Akihisa Tamura, Alexander Teytelboym

2017. június 16.
MOK

Modell

- Legyen F a cégek halmaza (csúcsok) és E a köztük lehetséges kereskedések (irányított élek). Az így kapott rendszer egy irányított gráf.

Modell

- Legyen F a cégek halmaza (csúcsok) és E a köztük lehetséges kereskedések (irányított élek). Az így kapott rendszer egy irányított gráf.
- Minden $e \in E$ kereskedés egy eladót és egy vevőt érint: $F(e) := \{b(e), s(e)\}$.

Modell

- Legyen F a cégek halmaza (csúcsok) és E a köztük lehetséges kereskedések (irányított élek). Az így kapott rendszer egy irányított gráf.
- Minden $e \in E$ kereskedés egy eladót és egy vevőt érint: $F(e) := \{b(e), s(e)\}$.
- Bármely $Y \subseteq E$-re, az ebből $f \in F$ céget érintő kereskedések halmaza legyen Y_f.

Modell

- Legyen F a cégek halmaza (csúcsok) és E a köztük lehetséges kereskedések (irányított élek). Az így kapott rendszer egy irányított gráf.
- Minden $e \in E$ kereskedés egy eladót és egy vevőt érint: $F(e) := \{b(e), s(e)\}$.
- Bármely $Y \subseteq E$-re, az ebből $f \in F$ céget érintő kereskedések halmaza legyen Y_f.
- Minden cégnek van egy kiválasztási függvénye: $C^f : 2^{E_f} \to 2^{E_f}$, ahol $C^f(Y_f) \subseteq Y_f$ minden $Y_f \subseteq E_f$-re.

Történelem

Ostrovsky (2008) modellje:

- Minden cégnek teljesen komonoton kiválasztási függvénye van az őt érintő kereskedések felett.
- A rendszer aciklikus.
- Minden élen a kimenetel 0 vagy 1. Vagy kereskedünk, vagy nem.

Történelem

Ostrovsky (2008) modellje:

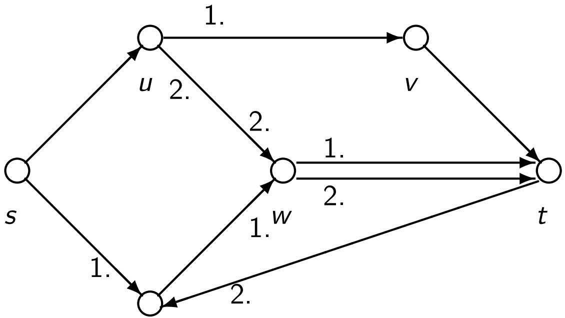
- Minden cégnek teljesen komonoton kiválasztási függvénye van az őt érintő kereskedések felett.
- A rendszer aciklikus.
- Minden élen a kimenetel 0 vagy 1. Vagy kereskedünk, vagy nem.

Fleiner (2009) modellje: stabil folyamok

- Minden cégnek szigorú preferencia rendezése az őt érintő élek felett.
- Mindenki ugyanannyit vesz, mint amennyit elad (Kirchhoff-szabály), kivéve a kijelölt forrást és nyelőt.
- Az éleken adottak kapacitások.

Stabil folyamos eset

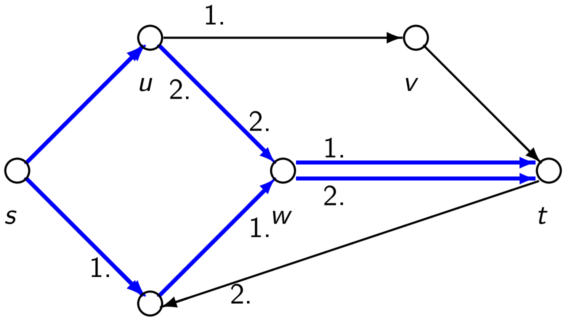
Minden szereplőnek szigorú rendezése van a lehetséges vételeken és eladásokat, és s-et és t-t kivéve mindenki annyit vesz amennyit elad.



Stabil folyamos eset

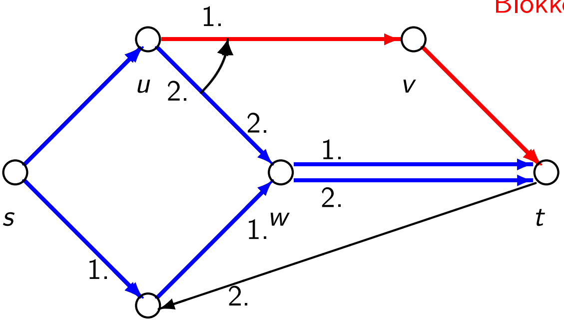
Minden szereplőnek szigorú rendezése van a lehetséges vételeken és eladásokat, és s-et és t-t kivéve mindenki annyit vesz amennyit elad.

Ez stabil-e?



Stabil folyamos eset

Minden szereplőnek szigorú rendezése van a lehetséges vételeken és eladásokat, és s-et és t-t kivéve mindenki annyit vesz amennyit elad.

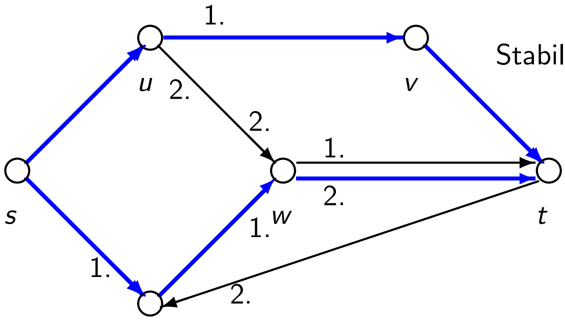


Ez stabil-e?

Blokkoló séta Nem stabil.

Stabil folyamos eset

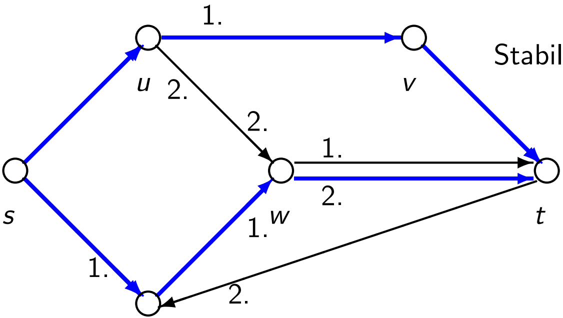
Minden szereplőnek szigorú rendezése van a lehetséges vételeken és eladásokat, és s-et és t-t kivéve mindenki annyit vesz amennyit elad.



Stabil.

Stabil folyamos eset

Minden szereplőnek szigorú rendezése van a lehetséges vételeken és eladásokat, és s-et és t-t kivéve mindenki annyit vesz amennyit elad.



Stabil.

Kiválasztási függvények

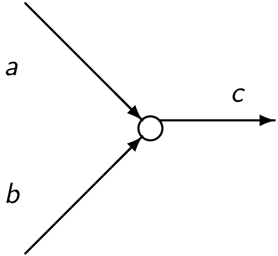
Egy $C : 2^E \to 2^E$ halmazfüggvényt kiválasztási függvénynek nevezünk, ha $C(A) \subseteq A$ minden A részhalmazra.

Kiválasztási függvények

Egy $C : 2^E \to 2^E$ halmazfüggvényt kiválasztási függvénynek nevezünk, ha $C(A) \subseteq A$ minden A részhalmazra.
Kereskedések egy $Y \subseteq E_f$ halmazára $C^f(Y)$ jelölje az f cég számára Y-on belül legjobb kereskedéseket.

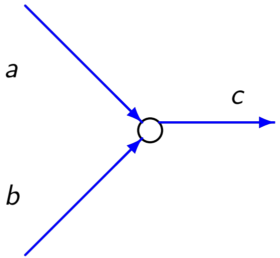
Kiválasztási függvények

Egy $C : 2^E \to 2^E$ halmazfüggvényt kiválasztási függvénynek nevezünk, ha $C(A) \subseteq A$ minden A részhalmazra.
Kereskedések egy $Y \subseteq E_f$ halmazára $C^f(Y)$ jelölje az f cég számára Y-on belül legjobb kereskedéseket.
Például, ha csak akkor vagyok adok el széket (c) ha vettem fát (a) és szöget (b) is. Az alapanyagokat viszont magukban is megveszem.
$\{a, b, c\} \succ \{a, b\} \succ \{a\} \succ \{b\} \succ \emptyset$



Kiválasztási függvények

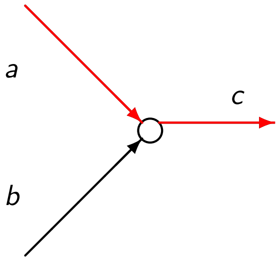
Egy $C : 2^E \to 2^E$ halmazfüggvényt kiválasztási függvénynek nevezünk, ha $C(A) \subseteq A$ minden A részhalmazra.
Kereskedések egy $Y \subseteq E_f$ halmazára $C^f(Y)$ jelölje az f cég számára Y-on belül legjobb kereskedéseket.
Például, ha csak akkor vagyok adok el széket (c) ha vettem fát (a) és szöget (b) is. Az alapanyagokat viszont magukban is megveszem.
$\{a, b, c\} \succ \{a, b\} \succ \{a\} \succ \{b\} \succ \emptyset$



C({a, b, c})={a,b, c}

Kiválasztási függvények

Egy $C : 2^E \to 2^E$ halmazfüggvényt kiválasztási függvénynek nevezünk, ha $C(A) \subseteq A$ minden A részhalmazra.
Kereskedések egy $Y \subseteq E_f$ halmazára $C^f(Y)$ jelölje az f cég számára Y-on belül legjobb kereskedéseket.
Például, ha csak akkor vagyok adok el széket (c) ha vettem fát (a) és szöget (b) is. Az alapanyagokat viszont magukban is megveszem.
$\{a, b, c\} \succ \{a, b\} \succ \{a\} \succ \{b\} \succ \emptyset$



C({a, c})={a}

Komonotonitás

Legyen $R(Y) = Y \setminus C(Y)$ az elutasított kereskedések halmaza.
$C : 2^E \to 2^E$ -et komonotonnak nevezzük,ha $A \setminus C(A) \subseteq B \setminus C(B)$ azaz $R(A) \subseteq R(B)$ minden $A \subseteq B$-re. Más néven ezt a tulajdonságot "substitutability"-nek nevezzük.

Komonotonitás

Legyen $R(Y) = Y \setminus C(Y)$ az elutasított kereskedések halmaza.
$C : 2^E \to 2^E$ -et komonotonnak nevezzük,ha $A \setminus C(A) \subseteq B \setminus C(B)$ azaz $R(A) \subseteq R(B)$ minden $A \subseteq B$-re. Más néven ezt a tulajdonságot "substitutability"-nek nevezzük.
Bővebb halmazból az elutasítottak halmaza bővül.

Komonotonitás

Legyen $R(Y) = Y \setminus C(Y)$ az elutasított kereskedések halmaza.
$C : 2^E \to 2^E$ -et komonotonnak nevezzük,ha $A \setminus C(A) \subseteq B \setminus C(B)$ azaz $R(A) \subseteq R(B)$ minden $A \subseteq B$-re. Más néven ezt a tulajdonságot "substitutability"-nek nevezzük.
Bővebb halmazból az elutasítottak halmaza bővül.

Amikor vannak bemenő és kimenő élek is, $C : 2^E \to 2^E$ -et teljesen komonotonnak nevezzük,ha $Y' \subseteq Y \subseteq E_{be}$ és $Z \subseteq E_{ki}$ esetén $R_{be}(Y', Z) \subseteq R_{be}(Y, Z)$ és $C_{ki}(Y', Z) \subseteq C_{ki}(Y, Z)$.

Komonotonitás

Legyen $R(Y) = Y \setminus C(Y)$ az elutasított kereskedések halmaza.
$C : 2^E \to 2^E$ -et komonotonnak nevezzük,ha $A \setminus C(A) \subseteq B \setminus C(B)$ azaz $R(A) \subseteq R(B)$ minden $A \subseteq B$-re. Más néven ezt a tulajdonságot "substitutability"-nek nevezzük.
Bővebb halmazból az elutasítottak halmaza bővül.

Amikor vannak bemenő és kimenő élek is, $C : 2^E \to 2^E$ -et teljesen komonotonnak nevezzük,ha $Y' \subseteq Y \subseteq E_{be}$ és $Z \subseteq E_{ki}$ esetén $R_{be}(Y', Z) \subseteq R_{be}(Y, Z)$ és $C_{ki}(Y', Z) \subseteq C_{ki}(Y, Z)$. Azaz, ha több mindent tudok megvenni, ennek következtében a vételi lehetőségek küzül több mindent utasítok el, és az eladási lehetőségek közül pedig többet választok ki.

Halmaz-stabilitás

Kereskedések egy $A \subseteq E$ részhalmazát kimenetelnek nevezzük.

Halmaz-stabilitás

Kereskedések egy $A \subseteq E$ részhalmazát kimenetelnek nevezzük.
Egy $A \subseteq E$ kimenetel halmaz-stabil *[Hatfield et. al.]* ha:

1. *Egyénileg racionális*: Minden $f \in F$-re $C^f(A_f) = A_f$.
2. Nincs olyan nem-üres $Z \subseteq E$ kereskedés-halmaz amelyre $Z \cap A = \emptyset$ és minden $f \in F(Z)$-re $Z_f \subseteq C^f(A \cup Z)$.

Halmaz-stabilitás

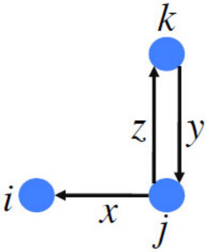
Kereskedések egy $A \subseteq E$ részhalmazát kimenetelnek nevezzük.
Egy $A \subseteq E$ kimenetel halmaz-stabil *[Hatfield et. al.]* ha:

1. *Egyénileg racionális*: Minden $f \in F$-re $C^f(A_f) = A_f$.
2. Nincs olyan nem-üres $Z \subseteq E$ kereskedés-halmaz amelyre $Z \cap A = \emptyset$ és minden $f \in F(Z)$-re $Z_f \subseteq C^f(A \cup Z)$.

Az a baj, halmaz-stabil kimenetel nem mindig létezik.

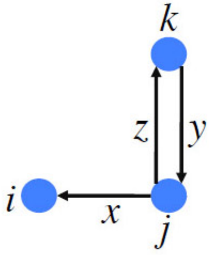
Halmaz-stabilitás

- Minden preferencia teljesen komonoton:
  - $\prec_i$: $\{x\} \succ_i \emptyset$
  - $\prec_j$: $\{x, y\} \succ_j \{z, y\} \succ_j \emptyset$
  - $\prec_k$: $\{z, y\} \succ_k \emptyset$.



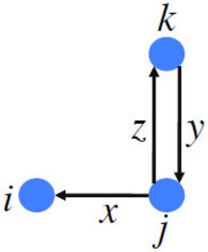
Halmaz-stabilitás

- Minden preferencia teljesen komonoton:
  - $\prec_i$: $\{x\} \succ_i \emptyset$
  - $\prec_j$: $\{x, y\} \succ_j \{z, y\} \succ_j \emptyset$
  - $\prec_k$: $\{z, y\} \succ_k \emptyset$.
- Itt nem létezik halmaz-stabil kimenetel. Ha $\emptyset$-et nézzük, $\{z, y\}$ blokkoló halmaz. Ha a kimenetel $\{z, y\}$ akkor $\{x\}$ blokkol.



Halmaz-stabilitás

- Minden preferencia teljesen komonoton:
  - $\prec_i$: $\{x\} \succ_i \emptyset$
  - $\prec_j$: $\{x, y\} \succ_j \{z, y\} \succ_j \emptyset$
  - $\prec_k$: $\{z, y\} \succ_k \emptyset$.
- Itt nem létezik halmaz-stabil kimenetel. Ha $\emptyset$-et nézzük, $\{z, y\}$ blokkoló halmaz. Ha a kimenetel $\{z, y\}$ akkor $\{x\}$ blokkol.



Tétel (Fleiner, J., Tamura, Teytelboym)

Eldönteni, hogy egy adott kimenetel halmaz-stabil-e, NP-teljes.

Séta (Trail)

Definíció

Kereskedések egy $T = \{x^1, \ldots, x^M\}$ sorozata sétát alkot, ha $b(x^m) = s(x^{m+1})$ minden $m = 1, \ldots, M-1$-re.

Egy csúcson többször is áthaladhat, egy élen csak egyszer.

Séta-stabilitás (Trail stability)

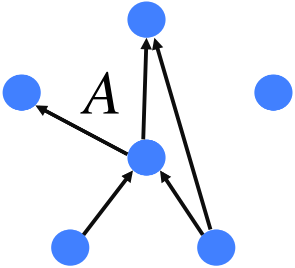
Egy $A \subseteq X$ kimenetel séta-stabil ha:

1. *Egyénileg racionális*: minden $f \in F$-re $C^f(A_f) = A_f$.
2. *Nincs blokkoló séta*: Nincs $T \subseteq X$ séta, amelyre $T \cap A = \emptyset$ és ahol minden szereplő elfogadná a sétabeli felkínált éleket. Ha többször halad át a séta egy csúcson, egyre bővebb élhalmazt kínálunk fel a cégnek.

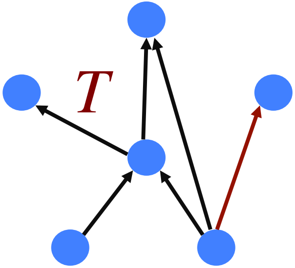
Tétel

Bármely ellátási láncban, ha minden szereplő kiválasztási függvénye teljesen komonoton és IRC, mindig létezik séta-stabil kimenetel.

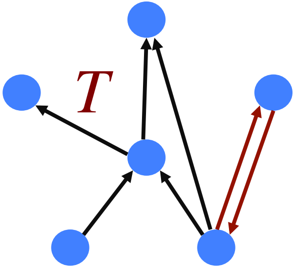
Allocation



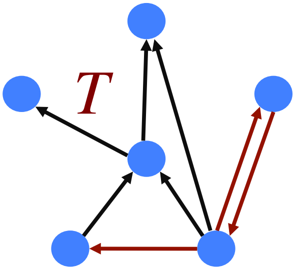
Trail



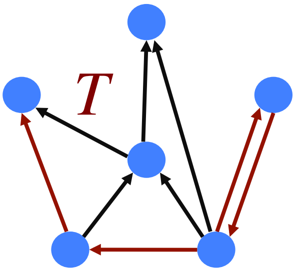
Trail



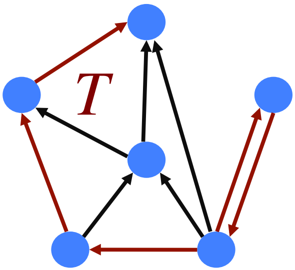
Trail



Trail



Trail



Terminálok

- Egy cég végső vevő vagy végső eladó ha csak vesz, vagy csak elad.
- Egy kimenetel vevő-optimális, ha minden végső vevő jobban kedveli bármely más stabil kimenetelnél
- Egy kimenetel eladó-optimális, ha minden végső eladó jobban kedveli bármely más stabil kimenetelnél

Tétel (Fleiner, J., Tamura, Teytelboym)

Egy ellátási láncban, ha minden kiválasztási függvény teljesen komonoton, szeparálható és IRC, akkor a séta-stabil megoldások között van vevő-optimális és eladó-optimális.

Részbenrendezés

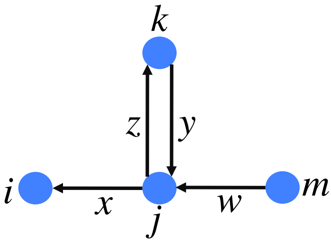
Legyenek az $A, W \subseteq E$ kimenetelek egyénileg racionálisak.
A eladó-jobb mint W (jelölés: $A \succeq^S W$) ha minden f végső eladó számára $C^f(A_f \cup W_f) = A_f$ és minden g végső vevő számára $C^g(A_g \cup W_g) = W_g$.

Lemma (Fleiner, J., Tamura, Teytelboym)

Egy ellátási láncban, ha minden kiválasztási függvény teljesen komonoton, LAD/LAS és szeparálható, akkor a séta-stabil megoldásokat megszorítva a terminálokat érintő élekre, ezek halót alkotnak a $\succeq^S$ rendezésre.

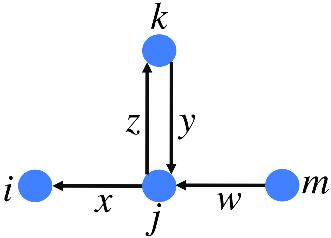
Halmaz-stabilitás vs. séta-stabilitás

- Preferenciák:
  - $\prec_i$: $\{x\} \succ_i \emptyset$
  - $\prec_m$: $\{w\} \succ_m \emptyset$
  - $\prec_j$: $\{x, y, w\} \succ_j \{z, y, w\} \succ_j \{x, y\} \succ_j \{z, y\} \succ_j \{w\} \succ_j \emptyset$
  - $\prec_k$: $\{z, y\} \succ_k \emptyset$.
- Nem létezik halmaz-stabil megoldás



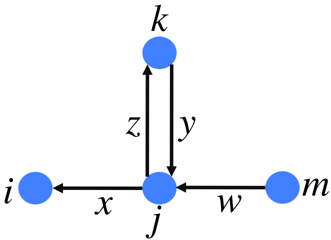
Halmaz-stabilitás vs. séta-stabilitás

- Preferenciák:
  - $\prec_i$: $\{x\} \succ_i \emptyset$
  - $\prec_m$: $\{w\} \succ_m \emptyset$
  - $\prec_j$: $\{x, y, w\} \succ_j \{z, y, w\} \succ_j \{x, y\} \succ_j \{z, y\} \succ_j \{w\} \succ_j \emptyset$
  - $\prec_k$: $\{z, y\} \succ_k \emptyset$.
- Nem létezik halmaz-stabil megoldás
- De van séta-stabil kimenetel: $A = \{w\}$.



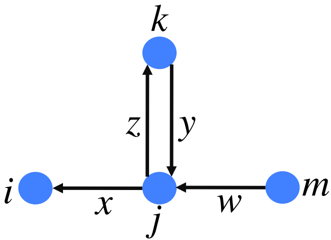
Halmaz-stabilitás vs. séta-stabilitás

- Preferenciák:
  - $\prec_i$: $\{x\} \succ_i \emptyset$
  - $\prec_m$: $\{w\} \succ_m \emptyset$
  - $\prec_j$: $\{x, y, w\} \succ_j \{z, y, w\} \succ_j \{x, y\} \succ_j \{z, y\} \succ_j \{w\} \succ_j \emptyset$
  - $\prec_k$: $\{z, y\} \succ_k \emptyset$.
- Nem létezik halmaz-stabil megoldás
- De van séta-stabil kimenetel: $A = \{w\}$.



Halmaz-stabilitás vs. séta-stabilitás

- Preferenciák:
  - $\prec_i$: $\{x\} \succ_i \emptyset$
  - $\prec_m$: $\{w\} \succ_m \emptyset$
  - $\prec_j$: $\{x, y, w\} \succ_j \{z, y, w\} \succ_j \{x, y\} \succ_j \{z, y\} \succ_j \{w\} \succ_j \emptyset$
  - $\prec_k$: $\{z, y\} \succ_k \emptyset$.
- Nem létezik halmaz-stabil megoldás
- De van séta-stabil kimenetel: $A = \{w\}$.



Tétel (Fleiner, J., Tamura, Teytelboym)

Ha egy kimenetel halmaz-stabil, akkor séta-stabil is.

Kompetitív egyensúly

Legyen minden kereskedésnek ára is. A szereplők hasznossága a kiválasztott kereskedések halmazától és a rajta lévő áraktól függ.
A $\underline{p}$ árvektor minden élhez hozzrendel egy árat.
A hasznosságfüggvény *kvázilineáris*, ha

$$U_f(A_f, \underline{p}) = u_f(A_f) + \sum_{e \in A_{f,ki}} p_e - \sum_{e \in A_{f,be}} p_e$$

$D_f(\underline{p})$ függvény $\underline{p}$ árak mellett az f cég számára legjobb élhalmazokat választja. (Többértékű, mert lehet két halmaz egyformán jó.)
Legyen $A \subseteq E$. Ekkor $(A, \underline{p})$ kompetitív egyensúly, ha minden f cégre $A_f \in D_f(\underline{p})$.

Tétel

Megfelelő kikötések mellett mindig létezik kompetitív egyensúly.

Köszönöm a figyelmet!