MINLP feladatok megoldása intervallumos B&B módszerrel

G.-Tóth Boglárka[1] és José Fernández[2]

[1]Szegedi Tudományegyetem, Számítógépes Optimalizálás Tanszék
[2]Murciai Egyetem, Statisztika és Operaciókutatás Tanszék, Spanyolország

Magyar Operációkutatási Konferencia, 2017. június 16, Cegléd

Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal
Gobierno de España Ministerio de Ciencia e Innovación
Junta de Andalucía
fundaciónséneca
F.E.D.E.R.

Áttekintés

Áttekintés

NLP-ről MINLP-re

Nemlineáris programozási feladat (NLP)

$$
\begin{aligned}
\text{min / max} \quad & f(x) \\
\text{f.h.} \quad & g_j(x) \leq 0, j = 1, \ldots, m \\
& g_j(x) = 0, j = m+1, \ldots, k \\
& x \in S(= [x^l, x^u]) \subset \mathbb{R}^n
\end{aligned}
$$

NLP-ről MINLP-re

Nemlineáris programozási feladat (NLP)

$$
\begin{aligned}
\min / \max \quad & f(x) \\
\text{f.h.} \quad & g_j(x) \leq 0, j = 1, \ldots, m \\
& g_j(x) = 0, j = m+1, \ldots, k \\
& x \in S(= [x^l, x^u]) \subset \mathbb{R}^n
\end{aligned}
$$

Vegyes egészértékű nemlineáris programozási feladat (MINLP)

$$
\begin{aligned}
\min / \max \quad & f(x) \\
\text{f.h.} \quad & g_j(x) \leq 0, j = 1, \ldots, m \\
& g_j(x) = 0, j = m+1, \ldots, k \\
& x \in S(= [x^l, x^u]) \subset \mathbb{R}^n \\
& x_i \text{ egész}, i \in I \subseteq \{1, \ldots, n\}
\end{aligned}
$$

Áttekintés

Jelölés

- $\boldsymbol{x} = [\underline{x}, \overline{x}] \subseteq \mathbb{R}$ egy valós intervallum, $\mathbb{I}$ a valós intervallumok halmaza

Jelölés

- $\boldsymbol{x} = [\underline{x}, \overline{x}] \subseteq \mathbb{R}$ egy valós intervallum, $\mathbb{I}$ a valós intervallumok halmaza
- $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_n) \in \mathbb{I}^n = \mathbb{I} \times \ldots \times \mathbb{I}$ egy intervallum vektor

Jelölés

- $\boldsymbol{x} = [\underline{x}, \overline{x}] \subseteq \mathbb{R}$ egy valós intervallum, $\mathbb{I}$ a valós intervallumok halmaza
- $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_n) \in \mathbb{I}^n = \mathbb{I} \times \ldots \times \mathbb{I}$ egy intervallum vektor
- $\mathrm{wid}\, \boldsymbol{x} = \overline{x} - \underline{x}$ a *szélessége* egy $\boldsymbol{x} \in \mathbb{I}$ intervallumnak,
  $\mathrm{wid}\, \boldsymbol{x} = \max\{\mathrm{wid}\, \boldsymbol{x}_1, \ldots, \mathrm{wid}\, \boldsymbol{x}_n\}$ ha $\boldsymbol{x} \in \mathbb{I}^n$.

Jelölés

- $\boldsymbol{x} = [\underline{x}, \overline{x}] \subseteq \mathbb{R}$ egy valós intervallum, $\mathbb{I}$ a valós intervallumok halmaza
- $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_n) \in \mathbb{I}^n = \mathbb{I} \times \ldots \times \mathbb{I}$ egy intervallum vektor
- $\mathrm{wid}\,\boldsymbol{x} = \overline{x} - \underline{x}$ a *szélessége* egy $\boldsymbol{x} \in \mathbb{I}$ intervallumnak,
  $\mathrm{wid}\,\boldsymbol{x} = \max\{\mathrm{wid}\,\boldsymbol{x}_1, \ldots, \mathrm{wid}\,\boldsymbol{x}_n\}$ ha $\boldsymbol{x} \in \mathbb{I}^n$.
- $\mathrm{range}(h, S) = \{h(x) : x \in S\}$ jelöli h értékkészletét S felett.

Jelölés

- $\boldsymbol{x} = [\underline{x}, \overline{x}] \subseteq \mathbb{R}$ egy valós intervallum, $\mathbb{I}$ a valós intervallumok halmaza
- $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_n) \in \mathbb{I}^n = \mathbb{I} \times \ldots \times \mathbb{I}$ egy intervallum vektor
- $\mathrm{wid}\, \boldsymbol{x} = \overline{x} - \underline{x}$ a *szélessége* egy $\boldsymbol{x} \in \mathbb{I}$ intervallumnak,
  $\mathrm{wid}\, \boldsymbol{x} = \max\{\mathrm{wid}\, \boldsymbol{x}_1, \ldots, \mathrm{wid}\, \boldsymbol{x}_n\}$ ha $\boldsymbol{x} \in \mathbb{I}^n$.
- $\mathrm{range}(h, S) = \{h(x) : x \in S\}$ jelöli h értékkészletét S felett.

Aritmetikai műveletek

Az intervallumos aritmetikai műveletek definíciója:

$$\boldsymbol{x} * \boldsymbol{y} = \{x * y : x \in \boldsymbol{x}, y \in \boldsymbol{y}\} \text{ for } \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in \mathbb{I},$$

ahol $* \in \{+, -, \cdot, /\}$, és $\boldsymbol{x}/\boldsymbol{y}$ csak akkor definiált, ha $0 \notin \boldsymbol{y}$.

Jelölés

- $\boldsymbol{x} = [\underline{x}, \overline{x}] \subseteq \mathbb{R}$ egy valós intervallum, $\mathbb{I}$ a valós intervallumok halmaza
- $\boldsymbol{x} = (\boldsymbol{x}_1, \ldots, \boldsymbol{x}_n) \in \mathbb{I}^n = \mathbb{I} \times \ldots \times \mathbb{I}$ egy intervallum vektor
- $\mathrm{wid}\, \boldsymbol{x} = \overline{x} - \underline{x}$ a *szélessége* egy $\boldsymbol{x} \in \mathbb{I}$ intervallumnak, $\mathrm{wid}\, \boldsymbol{x} = \max\{\mathrm{wid}\, \boldsymbol{x}_1, \ldots, \mathrm{wid}\, \boldsymbol{x}_n\}$ ha $\boldsymbol{x} \in \mathbb{I}^n$.
- $\mathrm{range}(h, S) = \{h(x) : x \in S\}$ jelöli h értékkészletét S felett.

Aritmetikai műveletek

Az intervallumos aritmetikai műveletek definíciója:

$$\boldsymbol{x} * \boldsymbol{y} = \{x * y : x \in \boldsymbol{x}, y \in \boldsymbol{y}\} \text{ for } \boldsymbol{x}, \boldsymbol{y} \in \mathbb{I},$$

ahol $* \in \{+, -, \cdot, /\}$, és $\boldsymbol{x}/\boldsymbol{y}$ csak akkor definiált, ha $0 \notin \boldsymbol{y}$.

Példa

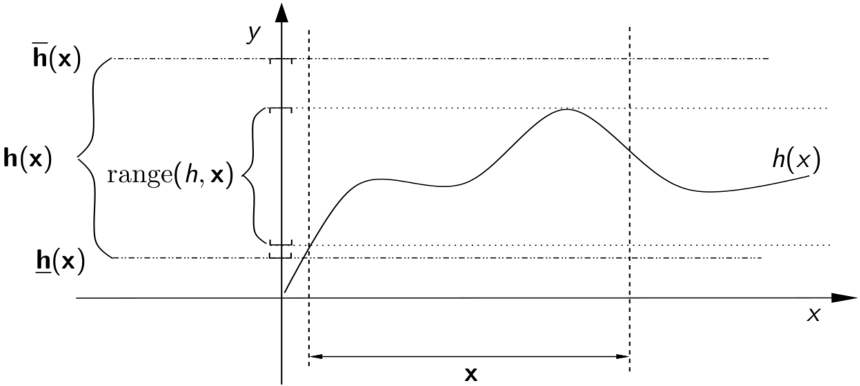
$$\boldsymbol{x} + \boldsymbol{y} = [\underline{x} + \underline{y}, \overline{x} + \overline{y}]$$

Definíció

A $\boldsymbol{h} : \mathbb{I}^n \to \mathbb{I}$ függvényt a $h : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ befoglaló függvényének nevezzük, ha

$$\mathrm{range}(h, \boldsymbol{x}) \subseteq \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$$

minden $\boldsymbol{x} \subset \mathbb{I}^n$ intervallumra h értelmezési tartományán.



- Legyen $h : D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ egy elemi valós függvény amely folytonos és definiált valamely programozási nyelven (pl. $\sin, \log, \exp$, etc.).

- Legyen $h : D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ egy elemi valós függvény amely folytonos és definiált valamely programozási nyelven (pl. $\sin, \log, \exp$, etc.). A legtöbb elemi függvény intervallumos megfelelője könnyen konstruálható a monotonitási tulajdonság miatt, $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) = \text{range}(h, \boldsymbol{x}) = [h(\underline{x}), h(\overline{x})]$ bármely $\boldsymbol{x} \in \mathbb{I}$ intervallumra.

- Legyen $h : D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ egy elemi valós függvény amely folytonos és definiált valamely programozási nyelven (pl. $\sin, \log, \exp$, etc.). A legtöbb elemi függvény intervallumos megfelelője könnyen konstruálható a monotonitási tulajdonság miatt, $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) = \mathrm{range}(h, \boldsymbol{x}) = [h(\underline{x}), h(\overline{x})]$ bármely $\boldsymbol{x} \in \mathbb{I}$ intervallumra.
- Egy általános $f(x)$, $x \in \mathbb{R}^m$ függvényre a legkézenfekvőbb befoglaló függvény, a *természetes intervallum kiterjesztés vagy naív befoglalás*.

- Legyen $h : D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ egy elemi valós függvény amely folytonos és definiált valamely programozási nyelven (pl. $\sin, \log, \exp$, etc.). A legtöbb elemi függvény intervallumos megfelelője könnyen konstruálható a monotonitási tulajdonság miatt, $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) = \text{range}(h, \boldsymbol{x}) = [h(\underline{x}), h(\overline{x})]$ bármely $\boldsymbol{x} \in \mathbb{I}$ intervallumra.
- Egy általános $f(x)$, $x \in \mathbb{R}^m$ függvényre a legkézenfekvőbb befoglaló függvény, a *természetes intervallum kiterjesztés vagy naív befoglalás*. Ezt úgy kapjuk, hogy kicserélünk minden valós változót, elemi függvényt és aritmetikai műveletet annak intervallumos megfelelőjére.

- Legyen $h : D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ egy elemi valós függvény amely folytonos és definiált valamely programozási nyelven (pl. $\sin, \log, \exp$, etc.). A legtöbb elemi függvény intervallumos megfelelője könnyen konstruálható a monotonitási tulajdonság miatt, $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) = \text{range}(h, \boldsymbol{x}) = [h(\underline{x}), h(\overline{x})]$ bármely $\boldsymbol{x} \in \mathbb{I}$ intervallumra.
- Egy általános $f(x)$, $x \in \mathbb{R}^m$ függvényre a legkézenfekvőbb befoglaló függvény, a *természetes intervallum kiterjesztés vagy naív befoglalás*. Ezt úgy kapjuk, hogy kicserélünk minden valós változót, elemi függvényt és aritmetikai műveletet annak intervallumos megfelelőjére.

Megjegyzés

Különböző analitikus felírása ugyanannak a függvénynek különböző befoglalófüggvényre vezet:

- Legyen $h : D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ egy elemi valós függvény amely folytonos és definiált valamely programozási nyelven (pl. $\sin, \log, \exp$, etc.). A legtöbb elemi függvény intervallumos megfelelője könnyen konstruálható a monotonitási tulajdonság miatt, $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) = \text{range}(h, \boldsymbol{x}) = [h(\underline{x}), h(\overline{x})]$ bármely $\boldsymbol{x} \in \mathbb{I}$ intervallumra.
- Egy általános $f(x)$, $x \in \mathbb{R}^m$ függvényre a legkézenfekvőbb befoglaló függvény, a *természetes intervallum kiterjesztés vagy naív befoglalás*. Ezt úgy kapjuk, hogy kicserélünk minden valós változót, elemi függvényt és aritmetikai műveletet annak intervallumos megfelelőjére.

Megjegyzés

Különböző analitikus felírása ugyanannak a függvénynek különböző befoglalófüggvényre vezet:

- $h_1(x) = x - x^2 \to \boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}^2 \to \boldsymbol{h}_1([0,1]) = [-1, 1]$.

- Legyen $h : D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ egy elemi valós függvény amely folytonos és definiált valamely programozási nyelven (pl. $\sin, \log, \exp$, etc.). A legtöbb elemi függvény intervallumos megfelelője könnyen konstruálható a monotonitási tulajdonság miatt, $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) = \text{range}(h, \boldsymbol{x}) = [h(\underline{x}), h(\overline{x})]$ bármely $\boldsymbol{x} \in \mathbb{I}$ intervallumra.
- Egy általános $f(x)$, $x \in \mathbb{R}^m$ függvényre a legkézenfekvőbb befoglaló függvény, a *természetes intervallum kiterjesztés vagy naív befoglalás*. Ezt úgy kapjuk, hogy kicserélünk minden valós változót, elemi függvényt és aritmetikai műveletet annak intervallumos megfelelőjére.

Megjegyzés

Különböző analitikus felírása ugyanannak a függvénynek különböző befoglalófüggvényre vezet:

- $h_1(x) = x - x^2 \to \boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}^2 \to \boldsymbol{h}_1([0,1]) = [-1,1]$.
- $h_2(x) = x(1-x) \to \boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}(1-\boldsymbol{x}) \to \boldsymbol{h}_2([0,1]) = [0,1]$.

- Legyen $h : D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ egy elemi valós függvény amely folytonos és definiált valamely programozási nyelven (pl. $\sin, \log, \exp$, etc.). A legtöbb elemi függvény intervallumos megfelelője könnyen konstruálható a monotonitási tulajdonság miatt, $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}) =$range$(h, \boldsymbol{x}) = [h(\underline{x}), h(\overline{x})]$ bármely $\boldsymbol{x} \in \mathbb{I}$ intervallumra.
- Egy általános $f(x)$, $x \in \mathbb{R}^m$ függvényre a legkézenfekvőbb befoglaló függvény, a *természetes intervallum kiterjesztés vagy naív befoglalás*. Ezt úgy kapjuk, hogy kicserélünk minden valós változót, elemi függvényt és aritmetikai műveletet annak intervallumos megfelelőjére.

Megjegyzés

Különböző analitikus felírása ugyanannak a függvénynek különböző befoglalófüggvényre vezet:

- $h_1(x) = x - x^2 \to \boldsymbol{h}_1(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}^2 \to \boldsymbol{h}_1([0,1]) = [-1,1]$.
- $h_2(x) = x(1-x) \to \boldsymbol{h}_2(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}(1-\boldsymbol{x}) \to \boldsymbol{h}_2([0,1]) = [0,1]$.
- range$(h_1, [0,1]) =$range$(h_2, [0,1]) = [0, 1/4]$.

Áttekintés

Áttekintés

Alap algoritmus

$\mathcal{L}_{\mathcal{W}} \leftarrow S,\ \mathcal{L}_{\mathcal{S}} \leftarrow \emptyset$

while ($\mathcal{L}_{\mathcal{W}} \neq \emptyset$)

  Vegyünk le egy $\boldsymbol{x}$ intervallumot az $\mathcal{L}_{\mathcal{W}}$ listáról — *Kiválasztási szabály*

  Számítsuk ki $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ befoglalást — *Korlátozási szabály*

  if ($\boldsymbol{x}$ nem zárható ki) — *Kivágási szabály*

    Osszuk fel $\boldsymbol{x}$-et $\boldsymbol{x}^1, \dots, \boldsymbol{x}^p$ részintervallumokra — *Felosztási szabály*

    for $i = 1, \dots, p$

      if ($\boldsymbol{x}^i$ teljesíti a megállási feltételt) — *Megállási szabály*

        Tegyük $\boldsymbol{x}^i$-t $\mathcal{L}_{\mathcal{S}}$-re

      else

        Tegyük $\boldsymbol{x}^i$-t $\mathcal{L}_{\mathcal{W}}$-re

return $\mathcal{L}_{\mathcal{S}}$

Kiválasztási szabály

Melyik intervallumot válasszuk ki a felosztáshoz?

Legyen az a $\boldsymbol{z}$ intervallum, amire $\underline{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{z}) = \min\{\underline{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{x} \in \mathcal{L}_{\mathcal{W}}\}$.

Kiválasztási szabály

Melyik intervallumot válasszuk ki a felosztáshoz?

Legyen az a $\boldsymbol{z}$ intervallum, amire $\underline{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{z}) = \min\{\underline{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x}) : \boldsymbol{x} \in \mathcal{L}_{\mathcal{W}}\}$.

Ugyanez használható MINLP feladatok esetén is.

Megállási szabály

Mikor ne osszunk tovább egy intervallumot?

Mentsük $\boldsymbol{x}$-et az $\mathcal{L}_S$ eredménylistára, ha

$$\mathrm{wid}\,(\boldsymbol{x}) < \epsilon_1 \quad \text{és/vagy} \quad \mathrm{wid}_{rel}(\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})) < \epsilon_2$$

Megállási szabály

Mikor ne osszunk tovább egy intervallumot?

Mentsük $\boldsymbol{x}$-et az $\mathcal{L}_{\mathcal{S}}$ eredménylistára, ha

$$\operatorname{wid}(\boldsymbol{x}) < \epsilon_1 \quad \text{és/vagy} \quad \operatorname{wid}_{rel}(\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})) < \epsilon_2$$

Ugyanez használható MINLP feladatok esetén is.

Felosztási szabály

Hogyan osszuk fel az intervallumokat?

Felezzük $\boldsymbol{x}$-et merőlegesen a legszélesebb kiterjedésében.

Felosztási szabály

Hogyan osszuk fel az intervallumokat?

Felezzük $\boldsymbol{x}$-et merőlegesen a legszélesebb kiterjedésében.

- Általában, ha egy intervallumot felosztjuk az x_i folytonos változó szerint ($i \notin I$) az $\check{x}_i$ ponton keresztül, akkor az i-dik komponense az új intervallumoknak $[\underline{x}_i, \check{x}_i]$ és $[\check{x}_i, \overline{x}_i]$ lesz.

Felosztási szabály

Hogyan osszuk fel az intervallumokat?

Felezzük $\boldsymbol{x}$-et merőlegesen a legszélesebb kiterjedésében.

- Általában, ha egy intervallumot felosztjuk az x_i folytonos változó szerint ($i \notin I$) az $\check{x}_i$ ponton keresztül, akkor az i-dik komponense az új intervallumoknak $[\underline{x}_i, \check{x}_i]$ és $[\check{x}_i, \overline{x}_i]$ lesz.
- Viszont, ha x_i egész ($i \in I$), akkor az i-dik komponense az új intervallumoknak $[\underline{x}_i, \lfloor \check{x}_i \rfloor]$ és $[\lceil \check{x}_i \rceil, \overline{x}_i]$ lesz, mivel a $(\lfloor \check{x}_i \rfloor, \lceil \check{x}_i \rceil)$ nyílt intervallum minden pontja infízibilis.

Felosztási szabály

Hogyan osszuk fel az intervallumokat?

Felezzük $\boldsymbol{x}$-et merőlegesen a legszélesebb kiterjedésében.

- Általában, ha egy intervallumot felosztjuk az x_i folytonos változó szerint ($i \notin I$) az $\check{x}_i$ ponton keresztül, akkor az i-dik komponense az új intervallumoknak $[\underline{x}_i, \check{x}_i]$ és $[\check{x}_i, \overline{x}_i]$ lesz.
- Viszont, ha x_i egész ($i \in I$), akkor az i-dik komponense az új intervallumoknak $[\underline{x}_i, \lfloor \check{x}_i \rfloor]$ és $[\lceil \check{x}_i \rceil, \overline{x}_i]$ lesz, mivel a $(\lfloor \check{x}_i \rfloor, \lceil \check{x}_i \rceil)$ nyílt intervallum minden pontja infízibilis.

Ezentúl feltesszük, hogy az egész változók intervallumainak végpontjai mindig egészek.

Áttekintés

Fízibilitási teszt I.

Legyen $\boldsymbol{g}_j$ a g_j befoglaló függvénye, $j = 1, \ldots, m$, és legyen $\boldsymbol{x}$ olyan intervallum, amire $\boldsymbol{x}_i \subseteq [x_i^l, x_i^u] = S_i, i = 1, \ldots, n$.

Fízibilitási teszt

- Egy $\boldsymbol{x}$ intervallum *folytonosan teljesíti* a $g_j(x) \leq 0$ feltételeket, ha $\overline{\boldsymbol{g}}_j(\boldsymbol{x}) \leq 0$, és *folytonosan nem teljesíti* azokat, ha $\underline{\boldsymbol{g}}_j(\boldsymbol{x}) > 0$.

Fízibilitási teszt I.

Legyen $\boldsymbol{g}_j$ a g_j befoglaló függvénye, $j = 1, \ldots, m$, és legyen $\boldsymbol{x}$ olyan intervallum, amire $\boldsymbol{x}_i \subseteq [x_i^l, x_i^u] = S_i, i = 1, \ldots, n$.

Fízibilitási teszt

- Egy $\boldsymbol{x}$ intervallum *folytonosan teljesíti* a $g_j(x) \leq 0$ feltételeket, ha $\overline{\boldsymbol{g}}_j(\boldsymbol{x}) \leq 0$, és *folytonosan nem teljesíti* azokat, ha $\underline{\boldsymbol{g}}_j(\boldsymbol{x}) > 0$.
- $\boldsymbol{x}$ *folytonosan megengedett* ha folytonosan teljesíti az összes $g_j(x) \leq 0, j = 1, \ldots, m$ feltételt, *folytonosan infízibilis* ha nem teljesíti legalább az egyik ilyen feltételt, és *folytonosan nem meghatározott* egyébként.

Fízibilitási teszt I.

Legyen $\boldsymbol{g}_j$ a g_j befoglaló függvénye, $j = 1, \ldots, m$, és legyen $\boldsymbol{x}$ olyan intervallum, amire $\boldsymbol{x}_i \subseteq [x_i^l, x_i^u] = S_i, i = 1, \ldots, n$.

Fízibilitási teszt

- Egy $\boldsymbol{x}$ intervallum *folytonosan teljesíti* a $g_j(x) \leq 0$ feltételeket, ha $\overline{\boldsymbol{g}}_j(\boldsymbol{x}) \leq 0$, és *folytonosan nem teljesíti* azokat, ha $\underline{\boldsymbol{g}}_j(\boldsymbol{x}) > 0$.
- $\boldsymbol{x}$ *folytonosan megengedett* ha folytonosan teljesíti az összes $g_j(x) \leq 0, j = 1, \ldots, m$ feltételt, *folytonosan infízibilis* ha nem teljesíti legalább az egyik ilyen feltételt, és *folytonosan nem meghatározott* egyébként.
- Egy intervallum *folytonosan szigorúan megengedett*, ha $\overline{\boldsymbol{g}}_j(\boldsymbol{x}) < 0, j = 1, \ldots, m$.

Fízibilitási teszt I.

Legyen $\boldsymbol{g}_j$ a g_j befoglaló függvénye, $j = 1, \ldots, m$, és legyen $\boldsymbol{x}$ olyan intervallum, amire $\boldsymbol{x}_i \subseteq [x_i^l, x_i^u] = S_i, i = 1, \ldots, n$.

Fízibilitási teszt

- Egy $\boldsymbol{x}$ intervallum *folytonosan teljesíti* a $g_j(x) \leq 0$ feltételeket, ha $\overline{\boldsymbol{g}}_j(\boldsymbol{x}) \leq 0$, és *folytonosan nem teljesíti* azokat, ha $\underline{\boldsymbol{g}}_j(\boldsymbol{x}) > 0$.
- $\boldsymbol{x}$ *folytonosan megengedett* ha folytonosan teljesíti az összes $g_j(x) \leq 0, j = 1, \ldots, m$ feltételt, *folytonosan infízibilis* ha nem teljesíti legalább az egyik ilyen feltételt, és *folytonosan nem meghatározott* egyébként.
- Egy intervallum *folytonosan szigorúan megengedett*, ha $\overline{\boldsymbol{g}}_j(\boldsymbol{x}) < 0, j = 1, \ldots, m$.

A fízibilitási teszt eldob egy intervallumot, ha az folytonosan infízibilis.

Fízibilitási teszt II.

- Vegyük észre, hogy ha $\boldsymbol{x}$ *folytonosan megengedett*, akkor bármely $x \in \boldsymbol{x}$ teljesíti az összes $g_j(x) \leq 0, j = 1, \ldots, m$ feltételt (a intervallum korlátok mellett, $x \in S$).

Fízibilitási teszt II.

- Vegyük észre, hogy ha $\boldsymbol{x}$ *folytonosan megengedett*, akkor bármely $x \in \boldsymbol{x}$ teljesíti az összes $g_j(x) \leq 0, j = 1, \ldots, m$ feltételt (a intervallum korlátok mellett, $x \in S$).
- A folytonosan megengedett intervallumok minden részintervalluma is folytonosan megengedett, ezért ezekre nem kell fízibilitási tesztet nézni.

Fízibilitási teszt II.

- Vegyük észre, hogy ha $\boldsymbol{x}$ *folytonosan megengedett*, akkor bármely $x \in \boldsymbol{x}$ teljesíti az összes $g_j(x) \leq 0, j = 1, \ldots, m$ feltételt (a intervallum korlátok mellett, $x \in S$).
- A folytonosan megengedett intervallumok minden részintervalluma is folytonosan megengedett, ezért ezekre nem kell fízibilitási tesztet nézni.
- Egy x pont egészen fízibilis, ha folytonosan megengedett és egész minden $i \in I$-re.

Fízibilitási teszt II.

- Vegyük észre, hogy ha $\boldsymbol{x}$ *folytonosan megengedett*, akkor bármely $x \in \boldsymbol{x}$ teljesíti az összes $g_j(x) \leq 0, j = 1, \ldots, m$ feltételt (a intervallum korlátok mellett, $x \in S$).
- A folytonosan megengedett intervallumok minden részintervalluma is folytonosan megengedett, ezért ezekre nem kell fízibilitási tesztet nézni.
- Egy x pont egészen fízibilis, ha folytonosan megengedett és egész minden $i \in I$-re.
- Egy egészen fízibilis pont megtalálása nem egyszerű, kivéve, ha találunk egy $\boldsymbol{x}$ folytonosan megengedett intervallumot.

Fízibilitási teszt II.

- Vegyük észre, hogy ha $\boldsymbol{x}$ *folytonosan megengedett*, akkor bármely $x \in \boldsymbol{x}$ teljesíti az összes $g_j(x) \leq 0, j = 1, \ldots, m$ feltételt (a intervallum korlátok mellett, $x \in S$).
- A folytonosan megengedett intervallumok minden részintervalluma is folytonosan megengedett, ezért ezekre nem kell fízibilitási tesztet nézni.
- Egy x pont egészen fízibilis, ha folytonosan megengedett és egész minden $i \in I$-re.
- Egy egészen fízibilis pont megtalálása nem egyszerű, kivéve, ha találunk egy $\boldsymbol{x}$ folytonosan megengedett intervallumot.
- Ekkor elég venni egy $\hat{x} \in \boldsymbol{x}$ pontot, ahol $\hat{x}_i$ egész, minden $i \in I$-re.

Fízibilitási teszt II.

- Vegyük észre, hogy ha $\boldsymbol{x}$ *folytonosan megengedett*, akkor bármely $x \in \boldsymbol{x}$ teljesíti az összes $g_j(x) \leq 0, j = 1, \ldots, m$ feltételt (a intervallum korlátok mellett, $x \in S$).
- A folytonosan megengedett intervallumok minden részintervalluma is folytonosan megengedett, ezért ezekre nem kell fízibilitási tesztet nézni.
- Egy x pont egészen fízibilis, ha folytonosan megengedett és egész minden $i \in I$-re.
- Egy egészen fízibilis pont megtalálása nem egyszerű, kivéve, ha találunk egy $\boldsymbol{x}$ folytonosan megengedett intervallumot.
- Ekkor elég venni egy $\hat{x} \in \boldsymbol{x}$ pontot, ahol $\hat{x}_i$ egész, minden $i \in I$-re.
- Nem meghatározott intervallum esetén a 2^n csúcspontból randomszerűen lehet próbálkozni.

Alsókorlát (vagy középponti) teszt

Alsókorlát (vagy középponti) teszt

Egy $\boldsymbol{x}$ intervallumot eldobunk, ha $\underline{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x}) > \tilde{f}$, ahol $\tilde{f}$ a legjobb felsőkorlát a globális optimumra, általában egy megengedett pont függvényértéke.

Alsókorlát (vagy középponti) teszt

Alsókorlát (vagy középponti) teszt

Egy $\boldsymbol{x}$ intervallumot eldobunk, ha $\underline{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x}) > \tilde{f}$, ahol $\tilde{f}$ a legjobb felsőkorlát a globális optimumra, általában egy megengedett pont függvényértéke.

Ha egy intervallumot kiválasztunk a $\mathcal{L}_{\mathcal{W}}$ munka listáról, és találunk egy $c \in \boldsymbol{x}$ pontot, ami egészen fízibilis, kiszámítjuk $\overline{\boldsymbol{f}}(c)$-t, és frissítjük $\tilde{f}$ amennyiben $\overline{\boldsymbol{f}}(c) < \tilde{f}$.

Alsókorlát (vagy középponti) teszt

Alsókorlát (vagy középponti) teszt

Egy $\boldsymbol{x}$ intervallumot eldobunk, ha $\underline{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x}) > \tilde{f}$, ahol $\tilde{f}$ a legjobb felsőkorlát a globális optimumra, általában egy megengedett pont függvényértéke.

Ha egy intervallumot kiválasztunk a $\mathcal{L}_{\mathcal{W}}$ munka listáról, és találunk egy $c \in \boldsymbol{x}$ pontot, ami egészen fízibilis, kiszámítjuk $\overline{\boldsymbol{f}}(c)$-t, és frissítjük $\tilde{f}$ amennyiben $\overline{\boldsymbol{f}}(c) < \tilde{f}$.

Általában az NLP feladatoknál az intervallum középpontját értékeljük ki. Itt is vehetjük a $c_i = \mathrm{mid}\,(\boldsymbol{x}_i)$, értékeket, ha $i \notin I$, viszont ha $i \in I$ akkor legyen $c_i = \lfloor \frac{\underline{x}_i + \overline{x}_i}{2} \rfloor$ vagy $c_i = \lceil \frac{\underline{x}_i + \overline{x}_i}{2} \rceil$.

Alsókorlát (vagy középponti) teszt

Alsókorlát (vagy középponti) teszt

Egy $\boldsymbol{x}$ intervallumot eldobunk, ha $\underline{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x}) > \tilde{f}$, ahol $\tilde{f}$ a legjobb felsőkorlát a globális optimumra, általában egy megengedett pont függvényértéke.

Ha egy intervallumot kiválasztunk a $\mathcal{L}_{\mathcal{W}}$ munka listáról, és találunk egy $c \in \boldsymbol{x}$ pontot, ami egészen fízibilis, kiszámítjuk $\overline{\boldsymbol{f}}(c)$-t, és frissítjük $\tilde{f}$ amennyiben $\overline{\boldsymbol{f}}(c) < \tilde{f}$.

Általában az NLP feladatoknál az intervallum középpontját értékeljük ki. Itt is vehetjük a $c_i = \mathrm{mid}\,(\boldsymbol{x}_i)$, értékeket, ha $i \notin I$, viszont ha $i \in I$ akkor legyen $c_i = \lfloor\frac{\underline{x}_i + \overline{x}_i}{2}\rfloor$ vagy $c_i = \lceil\frac{\underline{x}_i + \overline{x}_i}{2}\rceil$.
Fontos, hogy először ellenőrizzük a megengedettséget, ha nem az, a csúcspontokkal próbálkozhatunk.

Áttekintés

Monotonitási teszt NLP

Monotonitási teszt (szigorúan megengedett és nem meghatározott intervallumokra) folytonos probléma esetén

Legyen $\mathbf{\nabla f} = (\mathbf{\nabla}_1 \mathbf{f}(\mathbf{x}), \ldots, \mathbf{\nabla}_n \mathbf{f}(\mathbf{x}))^T$ egy befoglalófüggvénye a célfüggvény ∇f gradiensének, és $\mathbf{x}$ egy nem meghatározott intervallum ahol $0 \notin \mathbf{\nabla f}(\mathbf{x})$.

Monotonitási teszt NLP

Monotonitási teszt (szigorúan megengedett és nem meghatározott intervallumokra) folytonos probléma esetén

Legyen $\boldsymbol{\nabla f} = (\boldsymbol{\nabla}_1 \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \ldots, \boldsymbol{\nabla}_n \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}))^T$ egy befoglalófüggvénye a célfüggvény ∇f gradiensének, és $\boldsymbol{x}$ egy nem meghatározott intervallum ahol $0 \notin \boldsymbol{\nabla f}(\boldsymbol{x})$.
Legyen $\boldsymbol{v}_i = \underline{x}_i$ ha $\boldsymbol{\nabla}_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) > 0$, $\boldsymbol{v}_i = \overline{x}_i$ ha $\boldsymbol{\nabla}_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) < 0$, és $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{x}_i$ egyébként $\forall\ i$.

Monotonitási teszt NLP

Monotonitási teszt (szigorúan megengedett és nem meghatározott intervallumokra) folytonos probléma esetén

Legyen $\boldsymbol{\nabla f} = (\boldsymbol{\nabla}_1 \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \ldots, \boldsymbol{\nabla}_n \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}))^T$ egy befoglalófüggvénye a célfüggvény ∇f gradiensének, és $\boldsymbol{x}$ egy nem meghatározott intervallum ahol $0 \notin \boldsymbol{\nabla f}(\boldsymbol{x})$.
Legyen $\boldsymbol{v}_i = \underline{x}_i$ ha $\boldsymbol{\nabla}_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) > 0$, $\boldsymbol{v}_i = \overline{x}_i$ ha $\boldsymbol{\nabla}_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) < 0$, és $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{x}_i$ egyébként $\forall\ i$.

$\boldsymbol{x}$ eldobható, ha a következők teljesülnek:

1. A minimumot tartalmazó $\boldsymbol{v}$ határ intervallum megengedett.

Monotonitási teszt NLP

Monotonitási teszt (szigorúan megengedett és nem meghatározott intervallumokra) folytonos probléma esetén

Legyen $\boldsymbol{\nabla f} = (\boldsymbol{\nabla}_1 \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}), \ldots, \boldsymbol{\nabla}_n \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}))^T$ egy befoglalófüggvénye a célfüggvény ∇f gradiensének, és $\boldsymbol{x}$ egy nem meghatározott intervallum ahol $0 \notin \boldsymbol{\nabla f}(\boldsymbol{x})$.
Legyen $\boldsymbol{v}_i = \underline{x}_i$ ha $\boldsymbol{\nabla}_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) > 0$, $\boldsymbol{v}_i = \overline{x}_i$ ha $\boldsymbol{\nabla}_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) < 0$, és $\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{x}_i$ egyébként $\forall\ i$.

$\boldsymbol{x}$ eldobható, ha a következők teljesülnek:

1. A minimumot tartalmazó $\boldsymbol{v}$ határ intervallum megengedett.
2. $\boldsymbol{v}$ nem esik az intervallumkorlát határára, $\boldsymbol{v} \cap \partial S = \emptyset$, (egyébként $\boldsymbol{x}$-et $\boldsymbol{v} \cap \partial S$-re szűkíthetjük).

Monotonitási teszt MINLP I.

Monotonitási teszt megengedett intervallumokra egészértékűség mellett

Legyen $\boldsymbol{x}$ egy folytonosan megengedett intervallum és legyen $\boldsymbol{\nabla f}(\boldsymbol{x})$ egy befoglalófüggvénye a célfüggvény gradiensének $\boldsymbol{x}$ felett. Ekkor,

1. ha $0 \notin \boldsymbol{\nabla}_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ valamely $i \notin I$-re, akkor eldobhatjuk az intervallumot (vagy szűkítjük a $\boldsymbol{v} \cap \partial S$-re).

Monotonitási teszt MINLP I.

Monotonitási teszt megengedett intervallumokra egészértékűség mellett

Legyen $\boldsymbol{x}$ egy folytonosan megengedett intervallum és legyen $\nabla \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ egy befoglalófüggvénye a célfüggvény gradiensének $\boldsymbol{x}$ felett. Ekkor,

1. ha $0 \notin \nabla_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ valamely $i \notin I$-re, akkor eldobhatjuk az intervallumot (vagy szűkítjük a $\boldsymbol{v} \cap \partial S$-re).
2. ha $0 \notin \nabla_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ valamely $i \in I$-re, akkor az intervallumot szűkíthetjük a minimumot tartalmazó $\boldsymbol{v}$ határintervallumra (ami egész x_i-ben)

Monotonitási teszt MINLP I.

Monotonitási teszt megengedett intervallumokra egészértékűség mellett

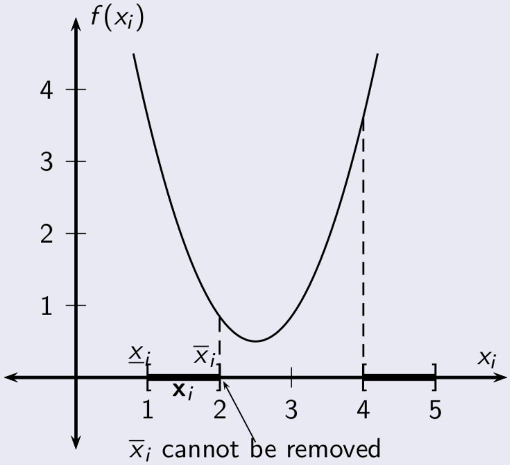
Legyen $\boldsymbol{x}$ egy folytonosan megengedett intervallum és legyen $\boldsymbol{\nabla f}(\boldsymbol{x})$ egy befoglalófüggvénye a célfüggvény gradiensének $\boldsymbol{x}$ felett. Ekkor,

1. ha $0 \notin \boldsymbol{\nabla}_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ valamely $i \notin I$-re, akkor eldobhatjuk az intervallumot (vagy szűkítjük a $\boldsymbol{v} \cap \partial S$-re).
2. ha $0 \notin \boldsymbol{\nabla}_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ valamely $i \in I$-re, akkor az intervallumot szűkíthetjük a minimumot tartalmazó $\boldsymbol{v}$ határintervallumra (ami egész x_i-ben)

   Amikor egész változóban monoton a célfüggvény, nem törölhetjük a teljes intervallumot hiszen ...

Monotonitási teszt II.

Monotonitási teszt



Monotonitási teszt III.

Monotonitási teszt nem meghatározott intervallumokra

Legyen $\boldsymbol{x}$ egy nem meghatározott intervallum. Feltesszük, hogy $f \in \mathcal{C}^1$, $\boldsymbol{\nabla}_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) > 0$.

Monotonitási teszt III.

Monotonitási teszt nem meghatározott intervallumokra

Legyen $\boldsymbol{x}$ egy nem meghatározott intervallum. Feltesszük, hogy $f \in \mathcal{C}^1$, $\nabla_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) > 0$.

- Ha $i \notin I$ és az $\boldsymbol{x}_i$ kezdőpontjára szűkített intervallum, $\boldsymbol{v} = (\boldsymbol{x}_1, \dots, \underline{x}_i, \dots, \boldsymbol{x}_n)$, folytonosan teljesíti a feltételeket, amelyekben x_i szerepel, akkor $\boldsymbol{x}$ eldobható, vagy leszűkíthető $\boldsymbol{v}$-re.

Monotonitási teszt III.

Monotonitási teszt nem meghatározott intervallumokra

Legyen $\boldsymbol{x}$ egy nem meghatározott intervallum. Feltesszük, hogy $f \in \mathcal{C}^1$, $\boldsymbol{\nabla}_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) > 0$.

- Ha $i \notin I$ és az $\boldsymbol{x}_i$ kezdőpontjára szűkített intervallum, $\boldsymbol{v} = (\boldsymbol{x}_1, \ldots, \underline{x}_i, \ldots, \boldsymbol{x}_n)$, folytonosan teljesíti a feltételeket, amelyekben x_i szerepel, akkor $\boldsymbol{x}$ eldobható, vagy leszűkíthető $\boldsymbol{v}$-re.

  Ha $\boldsymbol{g}_j(\boldsymbol{v}) < 0$ minden $g_j(x) \leq 0$ feltételre amelyben x_i szerepel, és $\underline{x}_i > x_i^I$, akkor a teljes intervallum eldobható.

Monotonitási teszt III.

Monotonitási teszt nem meghatározott intervallumokra

Legyen $\boldsymbol{x}$ egy nem meghatározott intervallum. Feltesszük, hogy $f \in \mathcal{C}^1$, $\boldsymbol{\nabla}_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) > 0$.

- Ha $i \notin I$ és az $\boldsymbol{x}_i$ kezdőpontjára szűkített intervallum, $\boldsymbol{v} = (\boldsymbol{x}_1, \ldots, \underline{x}_i, \ldots, \boldsymbol{x}_n)$, folytonosan teljesíti a feltételeket, amelyekben x_i szerepel, akkor $\boldsymbol{x}$ eldobható, vagy leszűkíthető $\boldsymbol{v}$-re.

  Ha $\boldsymbol{g}_j(\boldsymbol{v}) < 0$ minden $g_j(x) \leq 0$ feltételre amelyben x_i szerepel, és $\underline{x}_i > x_i^I$, akkor a teljes intervallum eldobható.
- Ha $i \in I$ és a $\boldsymbol{v}$ szűkített intervallum folytonosan teljesíti az összes feltételt, amelyben x_i szerepel, akkor $\boldsymbol{x}$ leszűkíthető $\boldsymbol{v}$-re.

Monotonitási teszt III.

Monotonitási teszt nem meghatározott intervallumokra

Legyen $\boldsymbol{x}$ egy nem meghatározott intervallum. Feltesszük, hogy $f \in \mathcal{C}^1$, $\boldsymbol{\nabla}_i \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) > 0$.

- Ha $i \notin I$ és az $\boldsymbol{x}_i$ kezdőpontjára szűkített intervallum, $\boldsymbol{v} = (\boldsymbol{x}_1, \ldots, \underline{x}_i, \ldots, \boldsymbol{x}_n)$, folytonosan teljesíti a feltételeket, amelyekben x_i szerepel, akkor $\boldsymbol{x}$ eldobható, vagy leszűkíthető $\boldsymbol{v}$-re.

  Ha $\boldsymbol{g}_j(\boldsymbol{v}) < 0$ minden $g_j(x) \le 0$ feltételre amelyben x_i szerepel, és $\underline{x}_i > x_i^I$, akkor a teljes intervallum eldobható.
- Ha $i \in I$ és a $\boldsymbol{v}$ szűkített intervallum folytonosan teljesíti az összes feltételt, amelyben x_i szerepel, akkor $\boldsymbol{x}$ leszűkíthető $\boldsymbol{v}$-re.

  Ekkor, még ha minden x_i-t tartalmazó feltételre $\boldsymbol{g}_j(\boldsymbol{v}) < 0$ és $\underline{x}_i > x_i^I$ igaz, akkor sem dobhatjuk el a teljes $\boldsymbol{x}$-et az egészértékűség miatt.

Áttekintés

Nem-konvexitási teszt folytonos esetben

Feltesszük, hogy $f \in \mathcal{C}^2$. Legyen $\boldsymbol{x}$ egy folytonosan fízibilis intervallum.

Nem-konvexitási teszt folytonos esetben

Feltesszük, hogy $f \in \mathcal{C}^2$. Legyen $\boldsymbol{x}$ egy folytonosan fízibilis intervallum.

NLP feladatoknál, az optimalitás szükséges feltétele $\boldsymbol{x}$ egy pontjára:

Nem-konvexitási teszt folytonos esetben

Feltesszük, hogy $f \in \mathcal{C}^2$. Legyen $\boldsymbol{x}$ egy folytonosan fízibilis intervallum.

NLP feladatoknál, az optimalitás szükséges feltétele $\boldsymbol{x}$ egy pontjára:

x globális minimum pont $\Longrightarrow$ f konvex x pont egy kis környezetében $\Longleftrightarrow$ a Hesse mátrix x pontban pozitív szemidefinit $\Longrightarrow$ a diagonalis elemei a Hesse mátrixnak nemnegatívok.

Nem-konvexitási teszt folytonos esetben

Feltesszük, hogy $f \in \mathcal{C}^2$. Legyen $\boldsymbol{x}$ egy folytonosan fízibilis intervallum.

NLP feladatoknál, az optimalitás szükséges feltétele $\boldsymbol{x}$ egy pontjára:

x globális minimum pont $\Longrightarrow$ f konvex x pont egy kis környezetében $\Longleftrightarrow$ a Hesse mátrix x pontban pozitív szemidefinit $\Longrightarrow$ a diagonalis elemei a Hesse mátrixnak nemnegatívok.

Legyen $\boldsymbol{\nabla}^2 \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ egy befoglaló függvénye az f Hesse mátrixának $\boldsymbol{x}$ felett és jelölje $\boldsymbol{\nabla}_{ij} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ az elemeit.

Nem-konvexitási teszt folytonos esetben

Feltesszük, hogy $f \in \mathcal{C}^2$. Legyen $\boldsymbol{x}$ egy folytonosan fízibilis intervallum.

NLP feladatoknál, az optimalitás szükséges feltétele $\boldsymbol{x}$ egy pontjára:

x globális minimum pont $\Longrightarrow$ f konvex x pont egy kis környezetében $\Longleftrightarrow$ a Hesse mátrix x pontban pozitív szemidefinit $\Longrightarrow$ a diagonalis elemei a Hesse mátrixnak nemnegatívok.

Legyen $\boldsymbol{\nabla}^2 \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ egy befoglaló függvénye az f Hesse mátrixának $\boldsymbol{x}$ felett és jelölje $\boldsymbol{\nabla}_{ij} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$ az elemeit.

Nem-konvexitási teszt folytonos problémákra

Ha $\boldsymbol{\nabla}^2_{ii} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) < 0$ valamely i-re, akkor az intervallum eldobható (a célfüggvény nem lehet konvex $\boldsymbol{x}$ felett).

Nem-konvexitási teszt vegyes egészértékű feladatokra

Legyen $\boldsymbol{x}$ folytonosan megengedett intervallum.

Nem-konvexitási teszt vegyes egészértékű feladatokra

Legyen $\boldsymbol{x}$ folytonosan megengedett intervallum.

Nem-konvexitási teszt

Ha $\nabla^2_{ii}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) < 0$ valamely i-re, tudjuk, hogy a megoldás nem lehet az intervallum belsejében, de lehet az egészértékű változókra vett határán.

Nem-konvexitási teszt vegyes egészértékű feladatokra

Legyen $\boldsymbol{x}$ folytonosan megengedett intervallum.

Nem-konvexitási teszt

Ha $\nabla^2_{ii}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) < 0$ valamely i-re, tudjuk, hogy a megoldás nem lehet az intervallum belsejében, de lehet az egészértékű változókra vett határán. Vagyis, eldobhatjuk az intervallum belsejét, és leszűkíthetjük az intervallumot az egészértékű változók határaira. $2|I|$ ilyen határ van: $(\boldsymbol{x}_1, \ldots, \underline{x}_i, \ldots, \boldsymbol{x}_n)$ és $(\boldsymbol{x}_1, \ldots, \overline{x}_i, \ldots, \boldsymbol{x}_n), \forall\ i \in I$.

Nem-konvexitási teszt vegyes egészértékű feladatokra

Legyen $\boldsymbol{x}$ folytonosan megengedett intervallum.

Nem-konvexitási teszt

Ha $\nabla^2_{ii}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) < 0$ valamely i-re, tudjuk, hogy a megoldás nem lehet az intervallum belsejében, de lehet az egészértékű változókra vett határán. Vagyis, eldobhatjuk az intervallum belsejét, és leszűkíthetjük az intervallumot az egészértékű változók határaira. $2|I|$ ilyen határ van: $(\boldsymbol{x}_1, \ldots, \underline{x}_i, \ldots, \boldsymbol{x}_n)$ és $(\boldsymbol{x}_1, \ldots, \overline{x}_i, \ldots, \boldsymbol{x}_n), \forall\, i \in I$.

Ugyanúgy, mint a monotonitási tesztnél, ha az intervallum nem meghatározott, csak akkor dobhatjuk el az intervallum belsejét, ha a fenti határ-intervallumok mindegyike folytonosan megengedett.

Intervallumos Newton módszer folytonos változókra

Feltéve, hogy $f \in \mathcal{C}^2$, **az intervallumos Newton módszert folytonos feltétel nélküli optimalizálásban használjuk**, a $\nabla f(x) = 0$ megoldására,

Intervallumos Newton módszer folytonos változókra

Feltéve, hogy $f \in \mathcal{C}^2$, **az intervallumos Newton módszert folytonos feltétel nélküli optimalizálásban használjuk**, a $\nabla f(x) = 0$ megoldására, illetve folytonos feltételes optimalizálásban a Karush-Kuhn-Tucker (vagy Fritz-John) feltételekre.

Intervallumos Newton módszer folytonos változókra

Feltéve, hogy $f \in \mathcal{C}^2$, **az intervallumos Newton módszert folytonos feltétel nélküli optimalizálásban használjuk**, a $\nabla f(x) = 0$ megoldására, illetve folytonos feltételes optimalizálásban a Karush-Kuhn-Tucker (vagy Fritz-John) feltételekre.

Az intervallumos Newton módszer eldob (vagy leszűkít) intervallumokat amelyek nem teljesítik ezeket a szükséges feltételeket.

Intervallumos Newton módszer folytonos változókra

Feltéve, hogy $f \in \mathcal{C}^2$, **az intervallumos Newton módszert folytonos feltétel nélküli optimalizálásban használjuk**, a $\nabla f(x) = 0$ megoldására, illetve folytonos feltételes optimalizálásban a Karush-Kuhn-Tucker (vagy Fritz-John) feltételekre.

Az intervallumos Newton módszer eldob (vagy leszűkít) intervallumokat amelyek nem teljesítik ezeket a szükséges feltételeket.

Sajnos, MINLP problémákra, az optimális megoldás nem feltétlenül teljesíti ezeket a feltételeket, az egész változók miatt.

Intervallumos Newton módszer folytonos változókra

Feltéve, hogy $f \in \mathcal{C}^2$, **az intervallumos Newton módszert folytonos feltétel nélküli optimalizálásban használjuk**, a $\nabla f(x) = 0$ megoldására, illetve folytonos feltételes optimalizálásban a Karush-Kuhn-Tucker (vagy Fritz-John) feltételekre.

Az intervallumos Newton módszer eldob (vagy leszűkít) intervallumokat amelyek nem teljesítik ezeket a szükséges feltételeket.

Sajnos, MINLP problémákra, az optimális megoldás nem feltétlenül teljesíti ezeket a feltételeket, az egész változók miatt.

Mégis, ha egy adott $\boldsymbol{x}$ intervallumra, *fixáljuk az egész változókat azok* **intervallum értékére**, *alkalmazhatjuk az intervallumos Newton módszert csak a folytonos változókra*

Intervallumos Newton módszer folytonos változókra

Feltéve, hogy $f \in \mathcal{C}^2$, **az intervallumos Newton módszert folytonos feltétel nélküli optimalizálásban használjuk**, a $\nabla f(x) = 0$ megoldására, illetve folytonos feltételes optimalizálásban a Karush-Kuhn-Tucker (vagy Fritz-John) feltételekre.

Az intervallumos Newton módszer eldob (vagy leszűkít) intervallumokat amelyek nem teljesítik ezeket a szükséges feltételeket.

Sajnos, MINLP problémákra, az optimális megoldás nem feltétlenül teljesíti ezeket a feltételeket, az egész változók miatt.

Mégis, ha egy adott $\boldsymbol{x}$ intervallumra, *fixáljuk az egész változókat azok* **intervallum értékére**, *alkalmazhatjuk az intervallumos Newton módszert csak a folytonos változókra* azaz a $\nabla_{i \notin I} f(x) = 0$ megoldására (ha az intervallum folytonosan szigorúan megengedett)

Intervallumos Newton módszer folytonos változókra

Feltéve, hogy $f \in \mathcal{C}^2$, **az intervallumos Newton módszert folytonos feltétel nélküli optimalizálásban használjuk**, a $\nabla f(x) = 0$ megoldására, illetve folytonos feltételes optimalizálásban a Karush-Kuhn-Tucker (vagy Fritz-John) feltételekre.

Az intervallumos Newton módszer eldob (vagy leszűkít) intervallumokat amelyek nem teljesítik ezeket a szükséges feltételeket.

Sajnos, MINLP problémákra, az optimális megoldás nem feltétlenül teljesíti ezeket a feltételeket, az egész változók miatt.

Mégis, ha egy adott $\boldsymbol{x}$ intervallumra, *fixáljuk az egész változókat azok* **intervallum értékére**, *alkalmazhatjuk az intervallumos Newton módszert csak a folytonos változókra* azaz a $\nabla_{i \notin I} f(x) = 0$ megoldására (ha az intervallum folytonosan szigorúan megengedett) vagy a Karush-Kuhn-Tucker (Fritz-John) feltételekre (ha nem meghatározott).

Intervallumos Newton módszer folytonos változókra

Feltéve, hogy $f \in \mathcal{C}^2$, **az intervallumos Newton módszert folytonos feltétel nélküli optimalizálásban használjuk**, a $\nabla f(x) = 0$ megoldására, illetve folytonos feltételes optimalizálásban a Karush-Kuhn-Tucker (vagy Fritz-John) feltételekre.

Az intervallumos Newton módszer eldob (vagy leszűkít) intervallumokat amelyek nem teljesítik ezeket a szükséges feltételeket.

Sajnos, MINLP problémákra, az optimális megoldás nem feltétlenül teljesíti ezeket a feltételeket, az egész változók miatt.

Mégis, ha egy adott $\boldsymbol{x}$ intervallumra, *fixáljuk az egész változókat azok* **intervallum értékére**, *alkalmazhatjuk az intervallumos Newton módszert csak a folytonos változókra* azaz a $\nabla_{i \notin I} f(x) = 0$ megoldására (ha az intervallum folytonosan szigorúan megengedett) vagy a Karush-Kuhn-Tucker (Fritz-John) feltételekre (ha nem meghatározott).

Így szűkíthetjük a folytonos változók szélességét, de akár el is dobhatjuk az intervallumot (ha a folytonos változók nem elégítik ki a szükséges feltételeket).

Áttekintés

Összefoglalás

1. Az intervallumos B&B módszer fő részei használhatóak vegyes egészértékű feladatokra is.

Összefoglalás

1. Az intervallumos B&B módszer fő részei használhatóak vegyes egészértékű feladatokra is.
2. Az alap szabályokban csak a felosztási részben kell kis változtatást eszközölni.

Összefoglalás

1. Az intervallumos B&B módszer fő részei használhatóak vegyes egészértékű feladatokra is.
2. Az alap szabályokban csak a felosztási részben kell kis változtatást eszközölni.
3. A kivágási teszteknél fontos külön kezelni az egészértékű változókat.

Összefoglalás

1. Az intervallumos B&B módszer fő részei használhatóak vegyes egészértékű feladatokra is.
2. Az alap szabályokban csak a felosztási részben kell kis változtatást eszközölni.
3. A kivágási teszteknél fontos külön kezelni az egészértékű változókat.
4. Minden eddig megszokott teszt alkalmazható, bár van, amelyik csak lényeges korlátozással.

Összefoglalás

1. Az intervallumos B&B módszer fő részei használhatóak vegyes egészértékű feladatokra is.
2. Az alap szabályokban csak a felosztási részben kell kis változtatást eszközölni.
3. A kivágási teszteknél fontos külön kezelni az egészértékű változókat.
4. Minden eddig megszokott teszt alkalmazható, bár van, amelyik csak lényeges korlátozással.
5. Feltehetőleg nem minden tesztet lesz érdemes alkalmazni, ezeket futási tesztekkel fogjuk megnézni.

Összefoglalás

1. Az intervallumos B&B módszer fő részei használhatóak vegyes egészértékű feladatokra is.
2. Az alap szabályokban csak a felosztási részben kell kis változtatást eszközölni.
3. A kivágási teszteknél fontos külön kezelni az egészértékű változókat.
4. Minden eddig megszokott teszt alkalmazható, bár van, amelyik csak lényeges korlátozással.
5. Feltehetőleg nem minden tesztet lesz érdemes alkalmazni, ezeket futási tesztekkel fogjuk megnézni.
6. Az egészértékűséggel nehezített feladatok várhatóan hosszabb futásidőt eredményeznek, és csak kisebb változószámmal lesznek megoldhatóak.

Köszönöm a figyelmet!