

Szakköri (tematikus) feladatsor

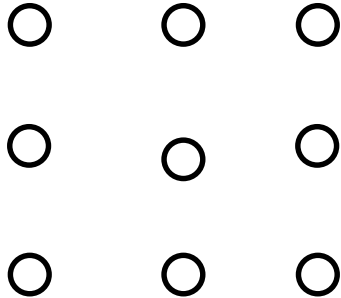
érdeklődő diákoknak

Az alábbi feladatsort 9. évfolyamon használom szakkörökhöz. Nem a nagyon tehetségeseket gondolom célközönségnek, hanem inkább az érdeklődés motiválta diákokat.

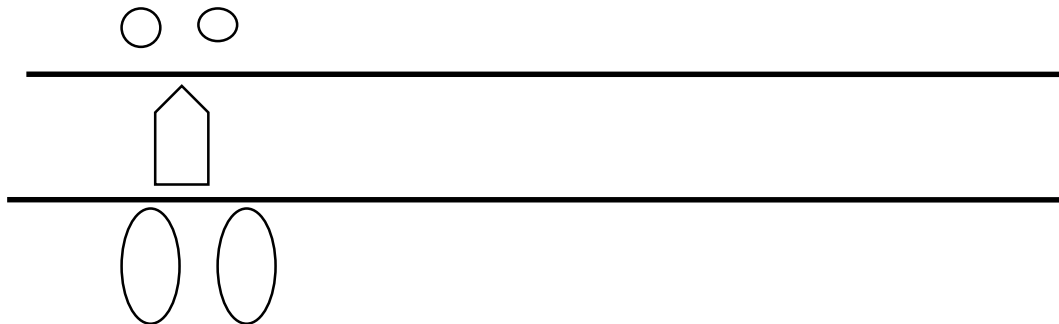
Általában visszatérő típusú feladatokat találunk (pl. Fibonacci számok, “buszjegy lyukasztás”), illetve gondolkodást elindító problémákat (pl. Pascal háromszög többféle feladat kapcsán). Ezek közül kiválaszthatjuk azokat, melyeket “házi feladatnak” szánunk, s melyeket az adott szakkörön megbeszélünk. Ha erősen motiváltak a gyerekek, akkor előző alkalommal is oszthatjuk a feladatsorokat, amiket aztán a következő szakköri alkalommal beszélünk meg. A cél, hogy magasabb matematikai ismeretek nélkül megoldható, gondolkodásra inspiráló feladatokat kínáljunk a lelkes érdeklődőknek.

Az egyes feladatlapokat követően a megoldások, illetve a hozzájuk vezető gondolatok fő lépései is megtalálhatók a dolgozatban.

1. Kösd össze a ceruzád felemelése nélkül 4 egyenes vonallal az alábbi 9 pontot:



2. Folyó állja két vándor útját, amely mély és széles. Kézenfekvőnek látszik tehát, hogy a szemköztes parton játszadozó gyerekek csónakját kéne használni. A gond az, hogy csak 2 gyerek, vagy 1 felnőtt szállítására alkalmas a ladik. Hogyan juthatnak át ők is?

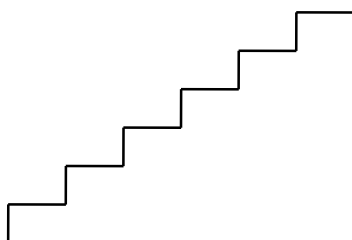


3. Egy tartályba 13 liter vizet szeretnénk bemérni, melyhez két edényünk van. Az egyik 7 a másik 5 literes. Hogyan oldhatjuk meg? (Vízet kiönteni csak edényekbe lehet!)

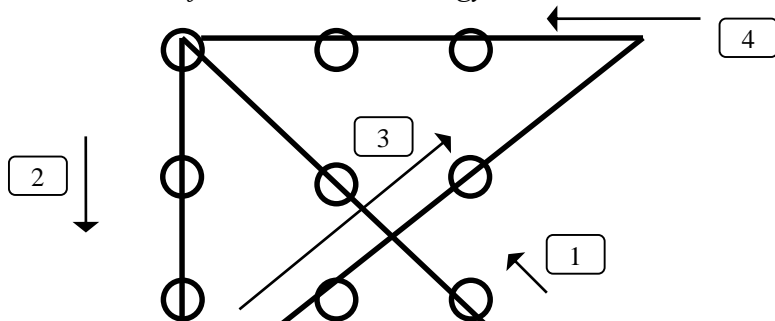
4. Két homokórád van: 7 és 5 perces. Hogyan tudnál ezekkel 13 percet mérni?

5. Folytasd a sorozatot: M ♥ ○ ▲ ● ● ●

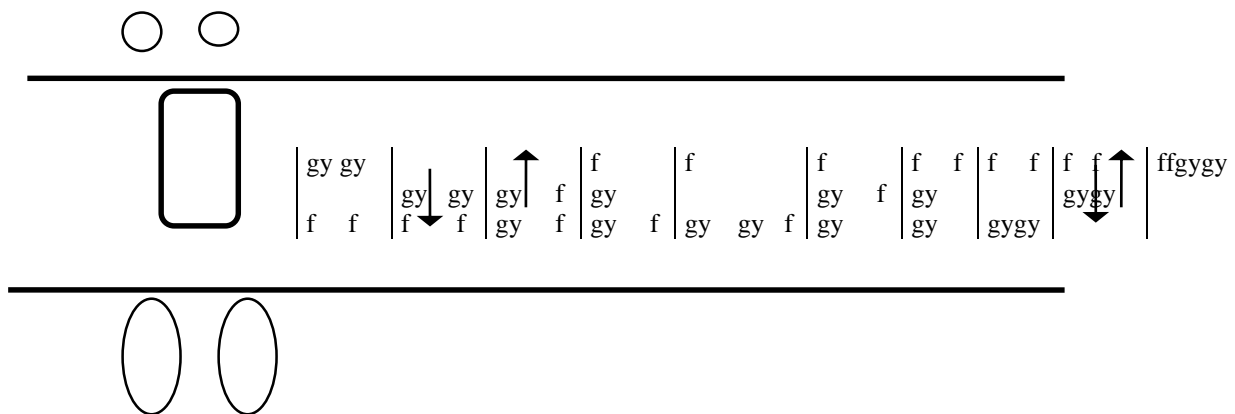
6. Hányféleképpen juthat fel a lépcsőn Móricka, ha egyszerre egyet, vagy kettőt lép fel?



1. Kösd össze a ceruzád felemelése nélkül 4 egyenes vonallal az alábbi 9 pontot:



2. Folyó állja két vándor útját, amely mély és széles. Kézenfekvőnek látszik tehát, hogy a szemköztes parton játszó gyerekek csónakját kéne használni. A gond az, hogy csak 2 gyerek, vagy 1 felnőtt szállítására alkalmas a ladik. Hogyan juthatnak át ők is?



3. Egy tartályba 13 liter vizet szeretnénk bemérni, melyhez két edényünk van. Az egyik 7 a másik 5 literes. Hogyan oldhatjuk meg? (Vízet kiönteni csak edényekbe lehet!)

5	0	5	0	2	2	5	0	4	5	0	5	3	3	0	0	5	5
7	7	2	2	0	7	4	4	0	0	5	5	7	0	3	7	2	0
T	0	0	5	5	5	5	10	10	9	9	4	4	11	11	11	11	13

4. Két homokórád van: 7 és 5 perces. Hogyan tudnál ezekkel 13 percet mérni? 3+10 (7és 5 együtt, 5 lefolyásakor egyszerre fordul-ekkor a 7esben 2 perc van, ennek lefolyása után az 5ösben 3 perc van, ekkor kezdődik a mérés+ 2*5 perces)

5. Folytasd a sorozatot:

1

2

3

4

(a tükörképeikkel)

6. Hány féle képpen juthat fel a lépcsőn Móricka, ha egyszerre egyet, vagy kettőt lép fel?



1. Hány jegyre lenne szükséged, ha tudnád, hogy 3 helyen lyukasztja ki a gép és azt szeretnéd, hogy mindig legyen nálad megfelelő :

①

②

③

④

⑤

⑥

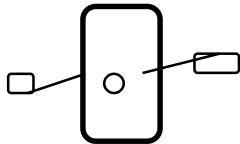
⑦

⑧

⑨

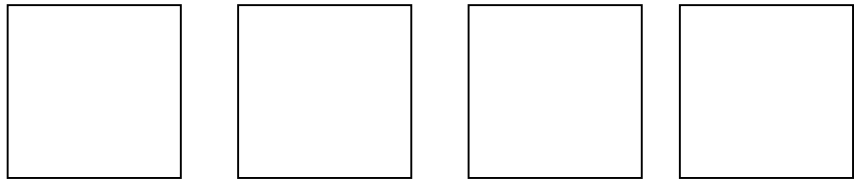
2. Mély és széles folyón kell átjuttatnunk egy kecskét, egy farkast és egy fej káposztát. Rajtunk kívül csak egyetlen állat, vagy a káposzta fér csak be. Vigyáznunk kell viszont, hogy ne egyék meg egymást, ezért pl: a farkast és a kecskét nem hagyhatjuk egyedül. Hogyan kerülhet át minden sértetlenül a túlsó partra?

Ⓚ (K) (F)



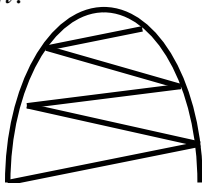
3. Hogyan oldható meg a probléma akkor, ha egy helyett két káposztánk van és a csónakba mellénk egy állat és egy káposzta, vagy a két káposzta fér be egyszerre?

4. Hogyan tudnál egy négyzetet 7, 8, 9, 12 kis négyzetre bontani (a kis négyzeteknek nem kell egybevágóaknak lenniük)?

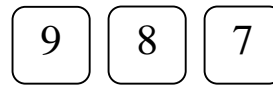
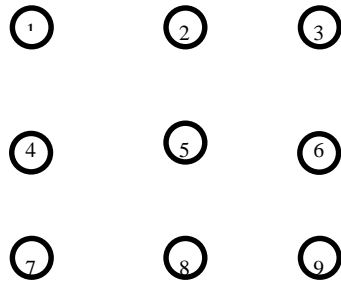


5. Folytasd a sorozatot: 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211, 31131211131221, ...

6. Hány féle képpen juthat fel a hegymászó a csúcsra, ha csak felfelé haladhat a hegygerincen, vagy a szerpentinén?



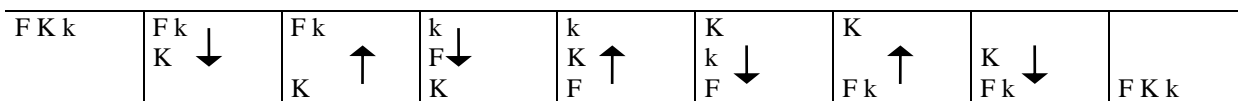
1. Hány jegyre lenne szükséged, ha tudnád, hogy 3 helyen lyukasztja ki a gép és azt szeretnéd, hogy mindig legyen nálad megfelelő :



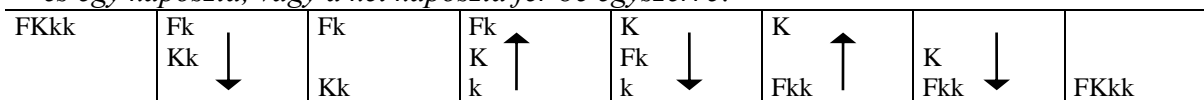
=9*8*7
!sorrend
lényegtelen!
3 szám hány féle
sorrendbe állítható?
3*2*1

$\frac{9*8*7}{1*2*3}$

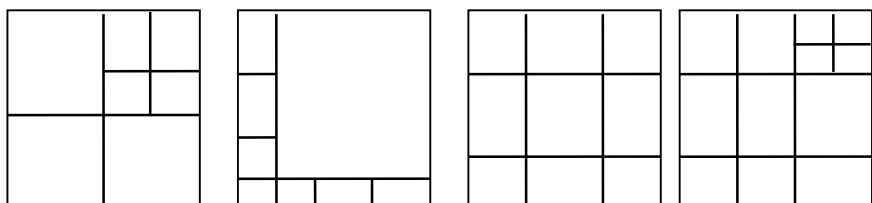
2. Mély és széles folyón kell átjuttatnunk egy kecskét, egy farkast és egy fej káposztát. Rajtunk kívül csak egyetlen állat, vagy a káposzta fér csak be. Vigyáznunk kell viszont, hogy ne egyék meg egymást, ezért pl: a farkast és a kecskét nem hagyhatjuk egyedül. Hogyan kerülhet át minden sértetlenül a túlsó partra?



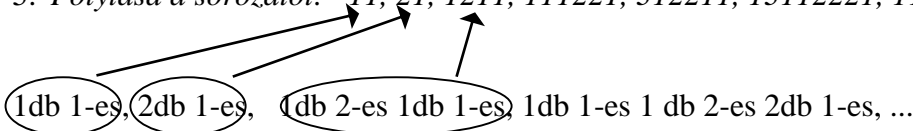
3. Hogyan oldható meg a probléma akkor, ha egy helyett két káposztánk van és a csónakba mellénk egy állat és egy káposzta, vagy a két káposzta fér be egyszerre?



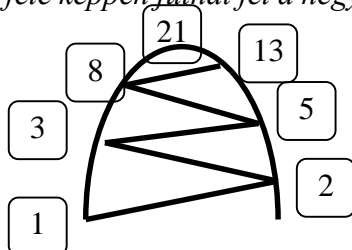
4. Hogyan tudnál egy négyzetet 7, 8, 9, 12 kis négyzetre bontani (a kis négyzeteknek nem kell egybevágóaknak lenniük)?



5. Folytasd a sorozatot: 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211, 31131211131221, ...



6. Hány féle képpen juthat fel a hegymászó a csúcsra, ha csak felfelé haladhat a gerincen, vagy a szerpentinén ?



1. Hány jegyre lenne szükséged, ha tudnád, hogy maximum 4 helyen lyukasztja ki a gép és azt szeretnéd, hogy mindig legyen nálad megfelelő :

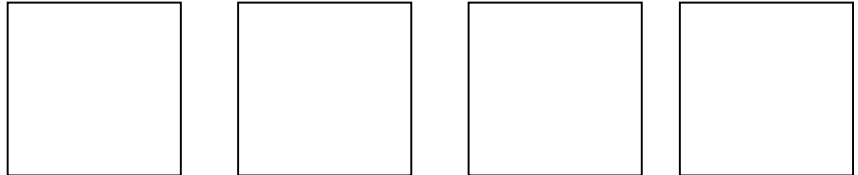


1 2 3

④ ⑤ ⑥

7 8 9

2. Két apa két fiával utazik egy három személyes csónakban. Hogyan lehetséges ez?
3. A ma-ma-ma-jom és a fia ülnek egy fán. Hányan vagyunk? - kérdezi az anya kölykét. Hárman - válaszolja a kis majom. Miért?
4. Hogyan tudnál egy négyzetet 10, 13, 16, 19 kis négyzetre bontani (a kis négyzeteknek nem kell egybevágóaknak lenniük)?



5. Folytasd a sorozatot: 1, 2, 1, 3, 2, 5, 3, 8, 5, ...
6. Hány féle képpen olvasható ki a JÁTÉKOSOK szó, ha csak jobbra és lefelé haladhatsz a betűk között?

J Á T É K
 Á T É K O
 T É K O S
 É K O S O
 K O S O K

7. Alice a Feledékenység erdejében bandukol. Rádöbben, hogy nem emlékszik, hogy milyen nap van. Az erdőben él a medve és a bagoly, akiről Alice tudja, hogy furcsa szokásuk van igazmondás terén. A medve: hétfőn, szerdán, pénteken, a bagoly: kedden, csütörtökön, szombaton hazudik, egyéb napokon igazat mondanak. Találkozik a bagollyal, akitől megkérdezi: Milyen nap van ma? A válasz: Tegnap igazmondó napom volt. Alice megköszöni a felvilágosítást és vidáman halad tovább, mert megoldódott a problémája. Milyen napon történhetett?

1. Hány jegyre lenne szükséged, ha tudnád, hogy maximum 4 helyen lyukasztja ki a gép és azt szeretnéd, hogy mindig legyen nálad megfelelő :

- 1 2 3
 4 5 6
 7 8 9

Össze kell számolni, hogy ha 1, 2, 3, 4 lyuk lehetséges, akkor hány jegy kell:
 1 - 9 db
 2 - $9 \cdot 8 / 1 \cdot 2$ db
 3 - lásd a múltkorit
 4 - gondolkozz!

2. Két apa két fiával utazik egy három személyes csónakban. Hogyan lehetséges ez?

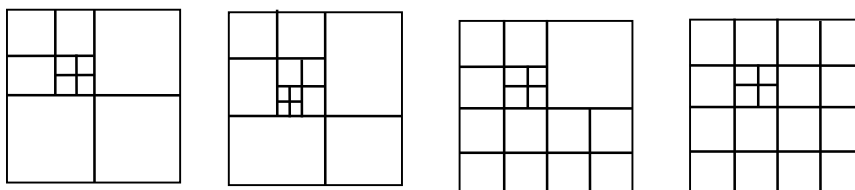
Nagyapa, papa, fiú

3. A ma-ma-ma-jom és a fia ülnek egy fán. Hányan vagyunk? - kérdezi az anya kölykét. Hárman - válaszolja a kis majom. Miért?

a/ Terhes a ma-ma-majom

b/ A kis majom nem tud számolni (csak vicc volt!)

4. Hogyan tudnál egy négyzetet 10, 13, 16, 19 kis négyzetre bontani (a kis négyzeteknek nem kell egybevágóaknak lenniük)?



5. Folytasd a sorozatot: 1, 2, 1, 3, 2, 5, 3, 8, 5, ...

Ez két Fibonacci-sorozat egymásban: 1 1 2 3 5
 2 3 5 8 13

6. Hányféle képpen olvasható ki a JÁTEKOSOK szó, ha csak jobbra és lefelé haladhatsz a betűk között?

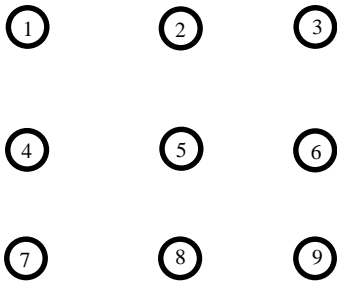
J	Á	T	É	K	1	1	1	1	1
Á	T	É	K	O	1	2	3	4	5
T	É	K	O	S	1	3	6	10	15
É	K	O	S	O	1	4	10	20	35
K	O	S	O	K	1	5	15	35	70

PASCAL - HÁROMSZÖG

7. Alice a Feledékenység erdejében bandukol. Rádöbben, hogy nem emlékszik, hogy milyen nap van. Az erdőben él a medve és a bagoly, akiről Alice tudja, hogy furcsa szokásuk van igazmondás terén. A medve: hétfőn, szerdán, pénteken, a bagoly: kedden, csütörtökön, szombaton hazudik, egyéb napokon igazat mondanak. Találkozik a bagollyal, akitől megkérdezi: Milyen nap van ma? A válasz: Tegnap igazmondó napom volt. Alice megköszöni a felvilágosítást és vidáman halad tovább, mert megoldódott a problémája. Milyen napon történhetett?

Csak egyszer fordul elő, hogy egymás után két igazmondó napja van: vasárnap és hétfő (a többi esetben ellenőrizheted, hogy nem mondhatta a fenti mondatot)

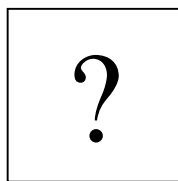
1. Hány jegyre lenne szükséged, ha azt tudnád, hogy maximum 4 helyen lyukasztja ki a gép és a megfelelő számok összege 17 és ismét szeretnéd, hogy mindig legyen nálad megfelelő :



2. Egy légy repked pihenés nélkül egy mozdony és a pályaudvari ütköző között 80 km/h sebességgel. A vonat 50 km/h -ás átlagsebességgel halad 100 km-re levő célja felé. Hány kilométert repül szerencsétlen Zümi, mielőtt az ütközők összelapítanák?

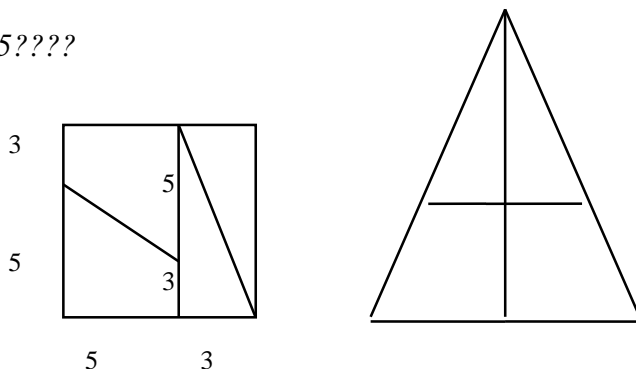
3. Egy sziget lakosairól a következőket tudjuk: mindenki lovag (igazmondó), vagy lókotó (hazug). Találkozunk egy őslakossal, aki azt állítja: A szigeten mindenki lókotó. Mit mondhatunk a beszélőről? És a sziget lakosairól tudunk valamit?

4. Fel lehet-e osztani 589 kis négyzetre (a kis négyzeteknek nem kell egybevágóaknak lenniük)?



5. Hányat kell dobni legalább egy dobókockával, hogy biztosan legyen közte két azonos? És ha két kockával dobunk, akkor hány dobás után lehetünk biztosak abban, hogy volt olyan helyzet, mikor mindkét kockán azonos érték volt?

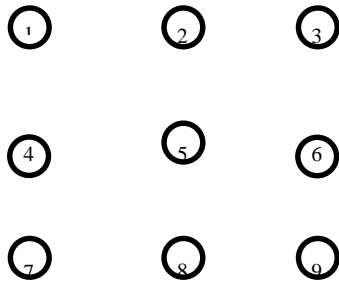
6. $64=65$????



A négyzetet a rajzon látható módon átdaraboltuk. Ha a négyzet területét számolod 64-et, ha a háromszögét 65-öt kapsz, pedig ugyan azokból a darabokból állnak. Hol a hiba?

7. Alice megint a Feledékenység erdejében bandukol. Ismét problémája van a napokkal. Az erdőben él a medve és a bagoly, akikről Alice tudja, hogy furcsa szokásuk van igazmondás terén. A medve: hétfőn, szerdán, pénteken, a bagoly: kedden, csütörtökön, szombaton hazudik, egyéb napokon igazat mondanak. Találkozik a medvével, akitől megkérdezi: Milyen nap van ma? A válasz: A bagoly azt is mondhatná: Ma hazudós napom van. Alice tanácstalanul néz. A bagoly erre dühösen mondja: Ne hidd el amit mond, hazudik! Tudja-e Alice, hogy milyen nap van ma?

1. Hány jegyre lenne szükséged, ha azt tudnád, hogy maximum 4 helyen lyukasztja ki a gép és a megfelelő számok összege 17 és ismét szeretnéd, hogy mindig legyen nálad megfelelő :



9	+	8
1+8		1+7
2+7		2+6
3+6		3+5
4+5		

Az egyetlen 2 lyukas megoldás a 9+8, különben legalább 3 lyuknak kell a jegyen lennie. Ekkor csak arra kell vigyázni, hogy ne használjunk azonos számokat többször.

2. Egy légy repked pihenés nélkül egy mozdony és a pályaudvari ütköző között 80 km/h sebességgel. A vonat 50 km/h -ás átlagsebességgel halad 100 km-re levő célja felé. Hány kilométert repül szerencsétlen Zümi, mielőtt az ütközők összelapítanak?

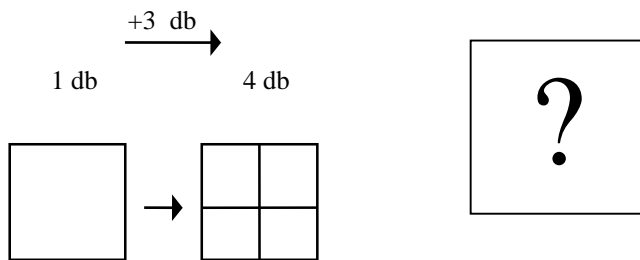
A vonatnak 2 órára van szüksége az út megtételéhez. Ezalatt Zümi 160 km-t repül

3. Egy sziget lakosairól a következőket tudjuk: mindenki lovag (igazmondó), vagy lóköltő (hazug). Találkozunk egy őslakossal, aki azt állítja: A szigeten mindenki lóköltő. Mit mondhatunk a beszélőről? És a sziget lakosairól tudunk valamit?

1. Beszélgető partnerünk lóköltő (mert ha igazat mondana, akkor lovag lenne, de ekkor az állítása hazugság.)

2. Viszont ekkor legalább egy lovagnak élnie kell a szigeten.

4. Fel lehet-e osztani 589 kis négyzetre (a kis négyzeteknek nem kell egybevágóknak lenniük)?



Célszerűbb azt megmutatni, hogy tetszőleges számú (6-nál nagyobb) négyzetre megoldható.

Ehhez elég belátni, hogy 6, 7, 8 darabra megoldható, mert 3-mal mindig növelhető a szám

INDUKCIÓ

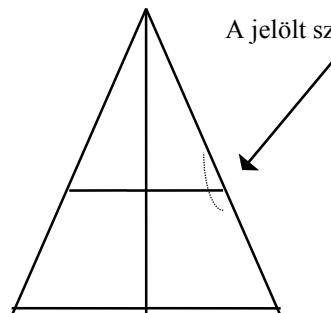
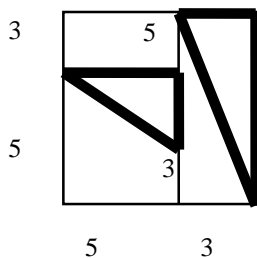
5. Hányat kell dobni legalább egy dobókockával, hogy biztosan legyen közte két azonos?

És ha két kockával dobunk, akkor hány dobás után lehetünk biztosak abban, hogy volt olyan helyzet, mikor mindkét kockán azonos érték volt?

Ha 7-szer dobunk, akkor biztos, mert csak 6 különböző lehetőség van (Skatulya-elv)

Soha nem lehetünk biztosak, mert egymástól függetlenek a két kockán dobott számok.

6. $64=65$???



A jelölt szög nem 180 fokos

A két vastagon jelölt háromszögnek hasonlónak kellene lennie, mert a szögeiknek meg kellene egyeznie. Ha felírod a megfelelő befogók arányait, akkor kiderül, hogy nem hasonlók.

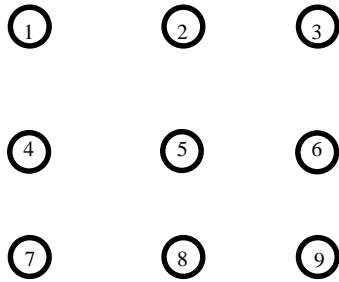
A négyzetet a rajzon látható módon átdaraboltuk. Ha a négyzet területét számolod 64-et, ha a háromszögét 65-öt kapsz, pedig ugyan azokból a darabokból állnak. Hol a hiba?

7. Alice megint a Feledékenység erdejében bandukol. Ismét problémája van a napokkal. Az erdőben él a medve és a bagoly, akikről Alice tudja, hogy furcsa szokásuk van igazmondás terén. A medve: hétfőn, szerdán, pénteken, a bagoly: kedden, csütörtökön, szombaton hazudik, egyéb napokon igazat mondanak. Találkozik a medvével, akitől megkérdezi: Milyen nap van ma? A válasz: A bagoly azt is mondhatná: Ma hazudós napom van. Alice tanácstalanul néz. A bagoly erre dühösen mondja: Ne hidd el amit mond, hazudik! Tudja-e Alice, hogy milyen nap van ma?

Sajnos Alice ezúttal nem tudott meg semmi biztosat, mert a medve bármelyik hazudós napja lehetett.

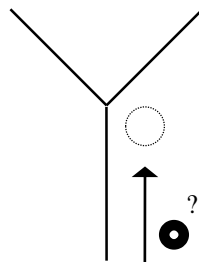
1. Két egyenes szakasszal bontsd három egyenlő részre:

Meg lehet-e úgy oldani a feladatot, hogy a számok összege is egyenlő legyen a három részben?

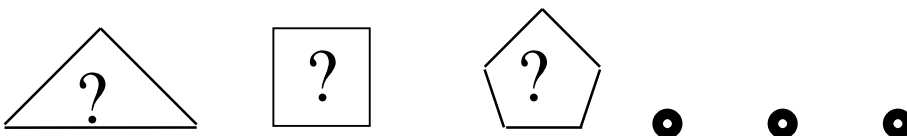


2. A következő módon többjegyű számokból egyjegyűt készítünk: összeadjuk a számjegyeit, ha ily módon az eredmény egyjegyű, akkor készen vagyunk, különben az összegként kapott szám számjegyeit ismét összeadjuk. Kérdés: minden egyjegyű számot megkapunk így? Indokold a válaszodat!

3. Egy sziget lakosairól a következőket tudjuk: mindenki lovag (igazmondó), vagy lókötő (hazug). Egy szigetlakóval találkozunk, akiről persze ránézésre nem lehet eldönteni, hogy milyen. Meg szeretnénk tudni, hogy melyik út vezet a városba, ha az ábrán látható kereszteződésben állunk. Hány kérdést tennél fel és miket?



4. Hány átlója van egy 1513-szögnek?



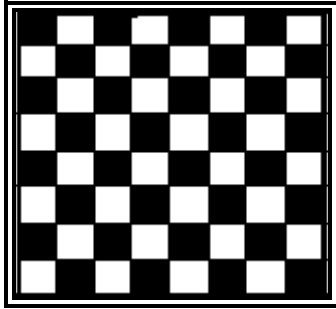
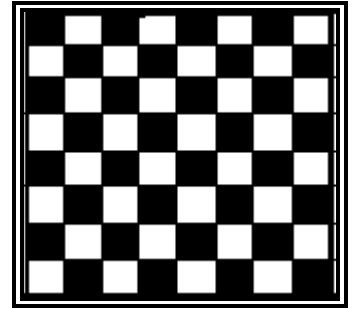
6. ??? 5=4 ????

$$\begin{aligned}
 (5+2x):x+3 &= 3-(-2x-4):x && /-3 \\
 (5+2x):x &= -(-2x-4):x && /*x \\
 5+2x &= -(-2x-4) && / \\
 5+2x &= 2x+4 && /-2x \\
 5 &= 4
 \end{aligned}$$

7. Alice megint a Feledékenység erdejében bandukol. Ismét problémája van a napokkal. Az erdőben él a medve és a bagoly, akikről Alice tudja, hogy furcsa szokásuk van igazmondás terén. A medve: hétfőn, szerdán, pénteken, a bagoly: kedden, csütörtökön, szombaton hazudik, egyéb napokon igazat mondanak. Megtudhatná-e egyetlen kérdéssel a medvétől, hogy milyen nap van ma? És a bagolytól?

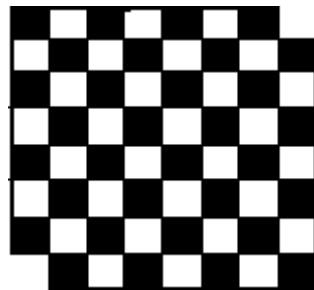
1. Hány lovat lehet elhelyezni maximum egy sakktablán, hogy egyik se üsse a másikat?

LÓUGRÁS



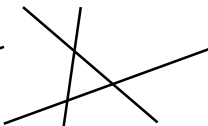
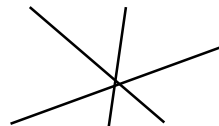
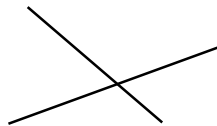
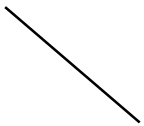
2. Hány bástyát lehet ugyan ilyen feltételek mellett elhelyezni?

3. Ha a sakktabla két átlagos sarkát levágjuk, le dominóval? Minden domino 2 szomszédos



lehet-e fedni a kapott alakzatot 31 db mezőt fed le.

4. Maximum hány részre lehet vágni a síkot 3, 5, 10, 20 egyenessel?



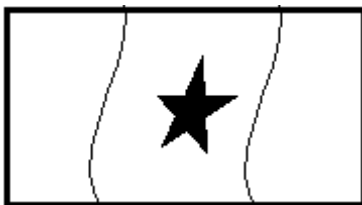
1

2

3/a

3/b

Melyik esetben vágunk a lehető legtöbb részre?



5. Hány féle zászlót készíthetünk, ha az alábbi ábrát színezzük kék, fehér, piros, fekete színekkel?



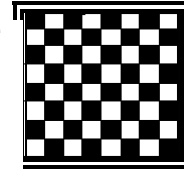
1. Hány lovat lehet elhelyezni maximum egy sakktablán, hogy egyik se üsse a másikat?

Ez az elhelyezés - a szabályok szerint - már nem bővíthető. Ennek alapján azt gondolhatnánk, hogy ez a maximum. Mekkora tévednénk!

Ezt hívják: MOHÓ ALGORITMUSNAK

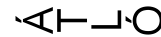


VALAMI MÁST
KELLENE
KITALÁLNI!!!
Mire jó, hogy a
sakktabla pepita?



2. Hány bástyát lehet ugyan ilyen feltételek mellett elhelyezni?

Nyilván nem lehet egy sorban, vagy oszlopban csak egy-egy, mert különben ütésben állnak. Tehát a max 8, ezt hogy helyeznéd el?

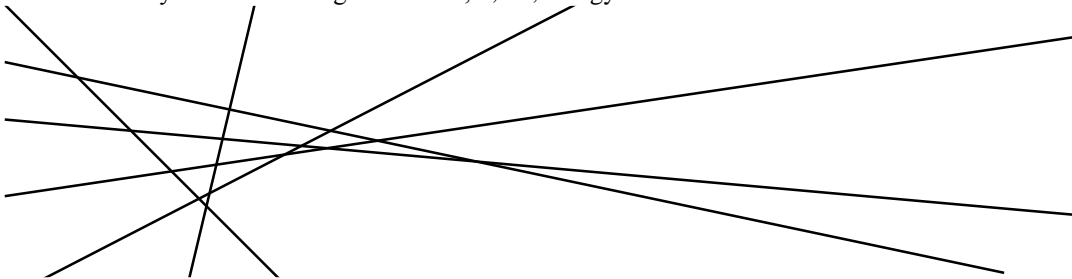


3. Ha a sakktabla két átlellenes sarkát levágjuk, le lehet-e fedni a kapott alakzatot 31 db dominóval? Minden domino 2 szomszédos mezőt fed le.

Mire jó, hogy a sakktabla pepita?

**Egy dominóval milyen színű mezőket fedsz le?
Milyen színű mezőket vágunk le?
Hány feket és hány fehér maradt?**

4. Maximum hány részre lehet vágni a síkot 3, 5, 10, 20 egyenessel?



1

2

3/a

3/b

Melyik esetben vágunk a lehető legtöbb részre?

2
+2

4
+3

7
+4...

Minden új egyenest úgy célszerű behúzni, hogy az összes eddig megrajzoltat messe. Így az n-edik egyenes behúzásával újabb n db rész keletkezik:

$$S_{n+1} = S_n + n$$

Ez egy olyan képlet, ami az előző állapotra vezet vissza a következőt. Már 100 egyenesre is elég macerás alkalmazni. Lehetne ügyesebben? (Mit tenne itt a kisGauss?!)

