

## 32. Varga Tamás Módszertani Napok, 2020. november 6-7.

### Tervezett program

#### November 6., péntek

- 15.00 Megnyitó
- 15.15 Vancsó Ödön: Varga Tamás öröksége és jövőbeli kilátásai – az MTA-ELTE Korszerű Komplex Matematikaoktatási projekt eredményei
- 16.00 Szünet
- 16.15 Varga Tamás Díjak átadása
- 16.45 Szünet
- 17.00 Fórum a fokozódó matematika-tanár hiányról, a fórumot felvezeti és moderálja: Koráncsi József

#### November 7., szombat

<b>8.00-8.45</b>	<b>English section for early birds - Angol szekció korán kelőknek</b>		
8.00-8.45	International students of BSME (Budapest Semesters in Mathematics Education) present their research. Teacher: Márta Barbarics.		
Szünet			
<b>9.00-10.55</b>	<b>1. szekció, vezeti: Gosztonyi Katalin</b>	<b>2. szekció, vezeti: Vancsó Ödön</b>	<b>Matematikát Tanítók Klubja, vezeti: Kulman Katalin</b>
9.00-9.35	Jakucs Erika: Hasábok és gúláknak a valós és a virtuális térben	Ambrus Gabriella: Régi és új (tanulói) megoldások - valós tartalmú szöveges feladatok	C. Neményi Eszter - Oravecz Márta - Móricz Márk: Építsük fel! - Egy értékőrző matematikakönyv új kiadása
9.40-10.15	Máder Attila, Torma Bence, Torma Gábor: Matematikaoktatás a COVID-19 idején	Marczisz György: Egy 9.-es matematika bemeneti mérés tapasztalatai	Ökördi Réka: Hátránykompenzáció az online térben – felzárkóztató programok az eDia platformján
10.20-10.55	Online tananyagok készítése és használata az oktatásban (koordinátor: Fried Katalin)	Munkácsy Katalin: Játékos analízis a középiskolában	Bagota Mónika: Alsó tagozatos játékok az online térben
Szünet			
<b>11.15-12.30</b>	<b>3. szekció, vezeti: Koráncsi József</b>	<b>4. szekció, vezeti: Fried Katalin</b>	<b>Matematikát Tanítók Klubja vezeti: Kulman Katalin</b>
11.15-11.50	Lénárt István: Összehasonlító geometria a távoktatásban	Földesi Katalin: Varga Tamás Cukor utcai tanítása a Reményi-házaspárral való levelezésben	Kulman Katalin: Egy digitális képzés távoktatásos tapasztalatai
11.55-12.30	Szilassi Lajos: A Bolyai geometria – szemléletesen	Oláh-Gál Róbert: Varga Tamás családfája	Pintér Marianna: Hogyan válasszunk jó digitális tanegységet?
Szünet			
<b>13.00-14.00</b>	<b>Plenáris előadások, vezeti: Fried Katalin</b>		
13.00-13.30	Pintér Gergő: Új világok teremtése - Geometriai képzetek és képződmények		
13.30-14.00	Mosóczi András: A gondolkodás forradalma		
Zárás			

## Rövid absztraktok az egyes előadásokhoz

Péntek

### **Vancsó Ödön: Varga Tamás öröksége és jövőbeli kilátásai – az MTA-ELTE Korszerű Komplex Matematikaoktatási projekt eredményei**

Az előadásból megismerhetjük milyen oktatási kísérletek zajlottak és milyen anyagok születtek az elmúlt 4 éves munkánk során. Ezek hozzáférhetősége is kiderül, valamint szó lesz az ELTE matematika-didaktika doktori programjáról, melyre a projekt nagyon jó hatással volt. Bemutatjuk a tavalyi Varga 100 nemzetközi konferencia frissen megjelent cikkeit két TMCS különszámban és a WTM német kiadó kötetében. Végül a jövőbeli terveinkről és az érdeklődők bekapcsolódásának lehetőségeiről esik szó.

### **Fórum a fokozódó matematika-tanár hiányról, a fórumot felvezeti és moderálja: Korándi József**

Az MTA Matematika Közoktatási Munkabizottsága 2016-ban lebonyolított egy felmérést, mely a magyarországi matematikatanítás aktuális helyzetét és főbb problémáit vizsgálta. A felmérés idején a bizottság becslése szerint kb. 20 000 matematikatanár tanított Magyarországon a közoktatásban. Ha feltételezzük, hogy minden matematikatanár 40 évig van a pályán (durva felső becslés) és azt is feltételezzük, hogy a tanárok kor szerinti eloszlása lényegében egyenletes (nagyon durva feltételezés!), akkor évente 500 matematikatanár került ki a közoktatásból. Ehhez képest 2017-ben az ország egyetemére kevesebb mint 270 matematika tanárszakos hallgatót vettek fel. (Az ELTE-re 123-at). Ez az adat nem szól arról, hányan szerzik meg a diplomát, pláne nem szól arról, végzés után mondjuk két évvel hányan vannak a pályán. Idén az ELTE-re 57 matematika tanárszakos hallgatót vettek fel...  
A matematikatanárok számának csökkenését, az ebből eredő egyre égetőbb tanárihiányt többé-kevésbé mindnyájan érezzük. A fórum során megoszthatjuk egymással tapasztalatainkat, vágyainkat, reményeinket, ötleteinket.

Szombat

English section - Angol szekció

### **Alexis Cormier, Bailey Johnson, Lee Trent: Following or Finding: How much guidance undermines discovery?**

Discovery learning requires somewhat open-ended tasks that students can play with, make mistakes with, and discover patterns and proofs from. However, leaving tasks too open ended often results in frustration; often the demoralizing kind, not the productive kind. We intend to investigate the balance of freedom and guidance in this style of learning. We will discuss existing literature on these ideas as well as our in-progress experiment with students.

### **William McConnell, Dennis Loo, Rachel Wilkerson: Comparing learning outcomes with Pósa-style problem threads**

The Pósa Method uses problem threads in which problems are built upon each other in a carefully constructed way. We examine connections between threaded problem presentation, student learning, attitudes towards problem solving, and performance.

### **Anna Cole, Shana Crawford, Thalya Paleologu, Szilvia Varró-Gyapay: Comparison of the Pósa Method with Montessori Techniques for Mathematics**

We will be looking at the commonalities and differences of the Pósa Method with the well known Montessori Method for secondary math education. Both methods rely on guided discovery learning but differ in interesting ways. We will compare unique characteristics such as the structure of content, collaboration styles, and student-teacher relationship in today's classroom.

### **Jakucs Erika: Hasábok és gúlak a valós és a virtuális térben**

Az előadásban megkísérlem bemutatni, hogyan tanítom a hasábok és gúlak jellegzetességeit 5. illetve 7. évfolyamon tantermi körülmények között. Kitérek arra is, hogyan módosult a program egy része a Covid kapcsán, midőn kiszorultunk a virtuális térbe.

### **Máder Attila, Torma Bence, Torma Gábor (Szeged): Matematikaoktatás a COVID-19 idején**

Az előadásban konkrét példák, általunk kipróbált eszközök, platformok bemutatásával azt tervezzük szemléltetni, hogyan élte meg három, az oktatás különböző szintjein különböző tapasztalattal, de azonos lelkesedéssel és kísérletező kedvvel rendelkező tanár, oktató, hallgató a tavaszi, tantermen kívüli, digitális munkarendet. Rávilágítunk, hogy a kezdeti nehézségek miként motiváltak új utak, eszközök, módszerek keresésére, az ezekkel való munka kritikus vizsgálata hogyan alakította az órák megtartásához, a tudás ellenőrzéséhez használt módszereinket (pl. gamifikáció). Bízunk benne, hogy az előadás után többen kedvet, bátorságot kapnak a bemutatott, vagy azokhoz hasonló eszközök felhasználásához, módszertani eszköztáruk szélesítéséhez, mely nem csak egy esetleges következő „lockdown”, de az alfa-generáció hatékony tanítása során is eredményes lehet.

### **Online tananyagok készítése és használata az oktatásban (koordinátor: Fried Katalin)**

Az Informatika tantárgy keretében a hallgatók félévzáró feladata egy elektronikus tananyag elkészítése módszertani segédlettel. Rengeteg munka készült, amelyek közül több látványos és hasznos segítség lehet az oktatásban. Ezekből válogatunk, és mutatunk be néhányat.

### **Ambrus Gabriella: Régi és új (tanulói) megoldások – valós tartalmú szöveges feladatok**

A vizsgálatban szereplő egyszerű szöveges feladatoknál, a szöveg alapján valós vagy ahhoz közeli helyzetről van szó, ám ezek, ellentétben a kimondottan modellezési feladatokkal, megfogalmazásukban hasonlóak a tankönyvekben szereplő hagyományos zárt feladatokhoz. Részben ennek tudható be, hogy a tanulók (régén és ma) a valós tartalmat nem mindig vették/veszik figyelembe. Szakirodalmi adatok mellett felméréseink is igazolták ezt a tényt.

Egy fejlesztő program keretében két budapesti gimnázium tanulói dolgoztak ilyen típusú feladatokkal, erre felkészített tanáraik vezetésével, öt alkalommal - és az eredmények ígéretesek.

Az előadásban szó lesz ezekről az eredményekről is - a tanulói megoldások értékeléséhez felhasználva egy olyan általam kidolgozott módszert, amellyel pontosabb képet kaphatunk a tanulók gondolkodásáról a feladattal kapcsolatban.

### **Marczis György (Gyula): Egy 9.-es matematika bemeneti mérés tapasztalatai**

Két évtizeden keresztül Békés megyei középiskolai matematika szaktanácsadóként segítettem az iskolákat a hozzájuk érkező 9.-es diákok bemeneti mérésében. Egységes matematika feladatsorokat, javítási útmutatókat állítottam össze, az eredményeket kiértékeltem, a tapasztalatokat velük megosztottam, (szak)tanácsokat adtam nekik. Ezek a bemeneti mérések lehetőségeket jelentettek a diákok tudásszintjének felmérésére, az éves munkaterv (tanmenet) csoportokhoz való igazítására, a differenciált oktatás (felzárkóztatás, tehetséggondozás) megtervezésére.

Egy idő után az egységes felmérésre való igény az iskolák részéről minimálisra csökkent. Az utóbbi években így már csak a saját iskolámban végeztem el ezt a feladatot. Az idej bemeneti mérésnek a tapasztalatait osztom meg az előadásomban.

### **Munkácsy Katalin: Játékos analízis a középiskolában**

A felsőoktatásban szinte minden hallgató tanul matematikát, ezen belül analízist. A nem matematika szakos hallgatóknak ez a tantárgy sok gondot okoz, elsősorban azért, mert közülük kevesen tanulnak emelt szintű matematikát a középiskolában.

Azt szeretném megmutatni, hogy az órán, iskolán kívüli foglalkozások keretében, hogyan lehet a tanulók szemléletét formálni játékos feladatokkal.

– függvények írása olvasása, lineáris szakaszokból álló út-idő grafikon „eljátszása”

– az érintő szemléletes fogalma, mikor van és mikor nincs érintő, a kritikus pontok vizsgálata

– az érintő meredeksége és a függvény alakja közötti összefüggés vizsgálata interaktív számítógépes animációkkal.

Stettner Eleonórával közösen dolgoztunk, és azt tapasztaltuk, hogy az említett feladatokat szeretik a diákok és megkönnyítik számukra az analízis tanulását.

### 3. szekció

#### **Lénárt István: Összehasonlító geometria a távoktatásban**

Az összehasonlító geometria alapgondolata: többféle geometriai rendszer egyidejű felépítése és vizsgálata; a hagyományos euklideszi monológ átalakítása különféle szemléletek közötti drámajátékká. Ebben az előadásban a síklap és a gömbfelület szembeállításáról lesz szó, de sok más lehetőség is létezik, mint például a Bolyai-geometria Szilassi Lajos által kidolgozott P-modellje, amely kiválóan alkalmas egy harmadik alternatíva bemutatására. Számomra a legfontosabb alapelv a gyerek/diák/hallgató egyéni cselekvése, kísérletezése, a fogalom önálló kialakítása tévedések és javítások útján, a csoport- vagy osztálytársakkal történő beszélgetés, vita során; a pedagógus részéről pedig a partneri szerep felvállalása a tévedhetetlen tekintélyelv helyett. Az ELTE TÓK-on Labdageometria című, szabadon választható kurzusomra évtizedek óta a leendő óvodapedagógusok és tanítók körülbelül fele-fele arányban jelentkeznek, köztük külföldi, Erasmusos hallgatók is. Döntő többségüknél nem számíthattam semmilyen előismeretre a nem-euklideszi geometriákkal kapcsolatban. A gömbi kísérletezés főleg speciális gömbi szerkesztő eszközökkel történt, amit a márciusban lesújtó, járvány okozta szükségállapot rendkívül megnehezített. Amennyire lehetséges volt, megpróbáltam a szükségből erényt kovácsolni, és a hallgatókkal közösen alternatív módszereket kidolgozni, otthon is hozzáférhető eszközökkel: narancs, alma, fogszikkáló, befőttes gumi, teniszlabda, stb. Előadásom az elért sikerekről és elszenvedett kudarcokról szól.

#### **Szilassi Lajos (Szeged): A Bolyai geometria - szemléletesen**

A hiperbolikus (sík)geometria, egyben az abszolút geometria modelljei közül a – szögtartó- Poincaré féle körmodell talán a legalkalmasabb arra, hogy a segítségével az iskolai gyakorlatból ismert alapszerkesztéseket, alapfogalmakat szemléltessük. Készült egy erre alkalmas GeoGebra szoftver (nevezzük P-modellnek), amelynek az eszköztára lényegében megegyezik a klasszikus euklideszi szerkesztés eszköztárával, noha a szerkesztés eredményeként kapott dinamikus rajz, erősen eltér a megszokottól.

Tarcsay Tamás kollégánk egy 9. osztályos csoportban kísérletet tett arra, hogy az említett elemi geometriai tananyag tárgyalásával párhuzamosan tanítványai megismerhessék e fogalmak hiperbolikus geometriai megfelelőit, maguk is végezzenek szerkesztéseket a P-modell eszköztárát használva.

A kísérlet igen sikeresnek bizonyult. A diákok jól látták az ismert szerkesztési eszközök és a P-modell eszközei közötti egyező, ill. eltérő tulajdonságokat, el tudták dönteni, hogy egy-egy geometriai összefüggés abszolút geometriai-e, vagy csak az euklideszi geometriában érvényes. Érzékelték a „mértöldkövet”, amit a párhuzamossági axióma kimondása, vagy éppen tagadása jelentett. Jelentősen megnövekedett az absztrakciós készségük. Felismerték Bolyai János munkásságának a jelentőségét.

A P-modell eszköztárát alkalmazva készült az előadás címével megegyező című GeoGebra „könyv” Ennek a rövid bemutatására vállalkozunk, kiragadva néhány módszertani szempontból különösen jelentős példát az említett kapcsolatok megvilágítására.

### 4. szekció

#### **Földesi Katalin: Varga Tamás Cukor utcai tanítása a Reményi-házaspárral való levelezésben**

Varga Tamás munkásságának kutatása ma a matematikadidaktikai érdeklődés egyik középpontjába került. Barátai és munkatársai is voltak Reményi Gusztáv és Reményi Gusztávné matematika tanárok, akik az 50-es évek nagy részét Nyíregyházán töltötték. Sűrű levelezésük érdekes és fontos adalékokat szolgáltat különösen a Komplex Matematikatanítási Kísérletet megelőző években.

Az MIDK 2019 konferencián Sárospatakon ez év januárjában tartott előadásomban két szempont szerint vizsgáltam a levelezés rám maradt részét: Piaget megjelenését a levelekben, továbbá az 1949-ben megjelent Péter – Gallai féle Matematika I. osztályos tankönyv felbukkanását.

Ma a Komplex Matematikatanítási Kísérletnek egy további fontos előzményével, Varga Tamás saját általános iskolai tanítási kísérletével szeretnék foglalkozni annak alapján, ahogyan az a barátaival való levelezésben megjelenik.

#### **Oláh-Gál Róbert (Csíkszereda): Varga Tamás családfája**

Varga Tamás ükunokája id. szemerjai Szász Károlynak, a két Bolyai jó barátjának, aki maga is kiváló matematika tanár volt. Ennek a híres Szász-dinasztiának utódai között találjuk a néhai Szász Pál matematikus professzor és Szász Domokos akadémikust, az MTA volt alelnökét is. Érdekes felidézni id. Szemerjai Szász Károly matematika tanári tevékenységét.

### **C. Neményi Eszter – Oravecz Márta – Móricz Márk: Építsük fel! - Egy értékőrző matematika könyv új kiadása**

A Varga Tamás által vezetett komplex matematikatanítási kísérlet egykori munkalapjaiból C. Neményi Eszter és szerzőtársai tankönyveket és munkafüzeteket készítettek. Ezek éveken át mintát adtak, és inspirálták a gyerekek életkori sajátosságaihoz igazodó, tárgyi tevékenységekből kiinduló, átgondoltan és fokozatosan épülő alsó tagozatos matematikatanítást. Ezek a taneszközök aztán többször megújultak, mígnem a 2012. évi átdolgozás után sajnos nem lehetett belőlük tanítani.

Most 2020-ban az Oktatási Hivatal a korábbi szerzőket megbízva ismét megújította és elérhetővé tette ezt az értékes tananyagot az MTA-ELTE Komplex Matematikaoktatás Kutatócsoport támogatásával.

Az előadás során bemutatjuk az átdolgozott könyvek fő jellemzőit, alkalmazhatóságát a gyakorlatban, valamint szó esik a könyvek jövőjéről is. Igyekszünk válaszolni a hallgatóság felmerülő kérdéseire.

### **Ökördi Réka: Hátránykompenzáció az online térben – felzárkóztató programok az eDia platformján**

A digitális tanrendre való áttérés az alsó tagozatos diákokat különösen érzékenyen érintette. E helyzet miatt jött létre az a munkacsoport, amely az eDia rendszerében olyan készségfejlesztő és hiánypótló programot alkotott, mely alsó tagozatos diákok hátrányainak kompenzálását és a felzárkóztatást segíti a matematika és az olvasás területén. A fejlesztő program matematika területének koncepcióját, felépítését, témaköreit és alkalmazási lehetőségeit mutatom be az előadásomban.

### **Bagota Mónika: Alsó tagozatos játékok az online térben**

A bemutatásra kerülő játékok mindegyike alapvetően logikai játék (némelyik közülük a jól ismert Sudoku játékból indul ki), azonban egyes feladványok megoldásához szükség van nemcsak a logikus gondolkodásra, hanem például a négy alapművelet valamelyikének (vagy esetlegesen mindegyikének) felhasználására is. Más rejtvényeknél a helyes térbeli tájékozódás is alapvető fontosságú ahhoz, hogy a logikai feladványt sikerrel meg lehessen fejteni. Megint más esetben gráfokkal kapcsolatos tulajdonságokkal is találkozhatunk a logikai rejtvények megoldása során. Bónuszként pedig egy remek logikai készlet alapú játékkal is megismerkedhetnek az érdeklődők.

### **Kulman Katalin: Egy digitális képzés távoktatásos tapasztalatai**

Az előadásban egy digitális eszközök tanórai alkalmazását segítő, támogató pedagógus-továbbképzés gyakorlati tapasztalatait mutatom be. A képzés az előző tanévben folyt, így a három részegységből álló tanfolyam harmadik periódusa a karantén időszakában valósult meg. A résztvevők alsó tagozaton elsősorban matematikát tanító pedagógusok voltak. A képzés tartójaként nagyon sok jó ötlettel találkoztam. Nemcsak szenzációs, új ismeret közlő tananyagok és gyakorló feladatok születtek, hanem a tanulók értékelése szempontjából hasznos megoldások is. Ezekből a „jó gyakorlatokból” válogatok néhányat az előadásba.

### **Pintér Marianna: Hogyan válasszunk jó digitális tanegységet?**

Manapság az interneten egyre több tanító, tanár, oktató, illetve projektek, csoportok által készített digitális tananyag, játék érhető el. Ezek az anyagok igen széles spektrumon szórnak tartalmi, megvalósítási és esztétikai szempontokból egyaránt. Előadásomban arra fogok kitérni, hogy milyen tantárgy-pedagógiai, módszertani elvek és célok mentén érdemes közülük válogatni. Az előadásban minden szempontot, állítást egy-egy az interneten szabadon elérhető „játékkal” fogok alátámasztani.

### **Pintér Gergő: Új világok teremtése - Geometriai képzetek és képződmények**

A matematika és a fizika az elmúlt kétszáz évben gyökeresen átformálta a térről, időről, úgy általában a minket körülvevő világról alkotott képünket. A különböző elméletekből összességében egy rendkívül kreatív szabad játék bontakozik ki. Közben az új tudomány az életünk meghatározó részévé és uralkodó világnézetévé vált, hétköznapi szinten még mindig egy merev háromdimenziós anyagi világba zártság él a köztudatban. A magasabb dimenziók, önmagukba forduló terek, relativitáselmélet ma is bizarrul hatnak, kevésbé ismert, hogy ezek a matematikusok és fizikusok mindennapos munkájának részét képezik. A könyvemben így az emberi életünk és a tudományos világképünk közötti szakadékot próbálom áthidalni néhány újkori térkonstrukció körülményével. Hogy a tudomány és élet ténylegesen formálhassák egymást, ne csak félreértéseken és elvárásokon alapuló, mindkét fél számára korlátozó kapcsolat legyen közöttük.

A könyvet laikus közönséghez szóló, közérthetőnek szánt stílusban írtam. A matematikai témák valósághoz való viszonyát filozófiába hajló párbeszédeken keresztül tárgyalom. A félórás bemutatóban a könyv ismertetésén túl a tanításban való felhasználás lehetőségeire helyezem a hangsúlyt.

[https://www.tyotex.hu/book/10491/pinter\\_gergo\\_uj\\_vilagok\\_teremtese](https://www.tyotex.hu/book/10491/pinter_gergo_uj_vilagok_teremtese)

<https://konyv.matemorfozis.hu/>

### **Mosóczi András: A gondolkodás forradalma**

A matematikára semmi szükség – egészen addig, amíg nem kell valamilyen problémát megoldani...

Van egy különös nép Dél-Amerika esőerdeiben, és az ő világukban nem létezik a matematika. De mielőtt minden iskolás gyerek ebbe a matekmentes paradicsomba vágyna nézzük meg, hogy miért léteznek olyan civilizációk, ahol nincsen matematika és miért alakult ki mégis a legtöbb kultúrában...

A vadászó-gyűjtögető életmódot folytató Dél-Amerikai piraháknak a számolásra vonatkozóan mindössze négy szavuk van, az egy, a kettő, a néhány és a sok. Nem csak arról van szó, hogy nem alakultak ki a nyelvükben olyan szavak, amelyek nagyobb mennyiségeket tudnának kifejezni, hanem egyáltalán nincsenek is tisztában a nagyobb mennyiségek jelentésével. Amikor arra kérték őket, hogy tegyenek le a földre annyi kavicsot, ahányan éppen jelen vannak a törzs tagjai közül, akkor 4-5 résztvevő estén még sikerült végrehajtaniuk a feladatot, de 8-10 résztvevőnél a teljesítményük már jelentősen romlott. A kutatások kimutatták, hogy a törzs tagjai szellemileg nem visszamaradtak, életmódjuk és nyelvük nagyfokú kreativitásra utal. A pirahák a jelenben élnek, és gondolkodásuk is mindig a jelenben lévő dolgok konkrét szintjén zajlik. Végsősoron azért nem rendelkeznek a számok absztrakt fogalmával, mert sosem volt rá szükségük. Vidáman élik az életüket, esznek, isznak, alszanak, mindig is jól megvoltak a szervezett mezőgazdaság és állattartás nélkül, szokásaikra egyáltalán nem gyakorolt hatást az évszakok váltakozása, az évek múlása.

Fölmerül a kérdés, hogyha van egy nép, akik még háromig sem tudnak elszámolni és mégis boldogan élik világukat, akkor nálunk miért kell a másodfokú egyenletet meg a Pitagorasz-tételt és más rémségeket tanítani az iskolában?

A válasz az, ahhoz, hogy csak úgy gondtalanul éljük az életünket valóban nincsen szükség matematikára. Hogyha viszont megjelennek problémák, amiket meg kell oldani, ott hirtelen megszületik a matematika. És itt most ne a matekdolgozatra gondoljunk, mint probléma, hanem bármilyen problémára. A matematikai gondolkodás ugyanis a problémák megoldására lett kitalálva.

Erről, és a matematika izgalmas, kalandokban gazdag történetéről szól a Gondolkodás forradalma című könyv, melyet Mosóczi András, a mateking.hu alapítója és vezetője írt és előadásában is erről lesz szó - amennyire az idő engedi :)